

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. $2^{\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

$$2^{\sqrt{2}-\sqrt{2}+1} = 2$$

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 3x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - f(0)}{h}$ 의 값은?

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

$$2f'(0)$$

$$f'(x) = 6x^2 + 3$$

$$f'(0) = 3$$

$$2f'(0) = 6$$

3. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 2인 등비수열 $\{b_n\}$ 이

$$a_2 = b_2, a_4 = b_4$$

를 만족시킬 때, $a_1 + b_1$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$$a_1 + 3 = 2b_1$$

$$6b_1 = 6$$

$$a_1 + 9 = 8b_1$$

$$b_1 = 1$$

$$a_1 = -1$$

$$-1 + 1 = 0$$

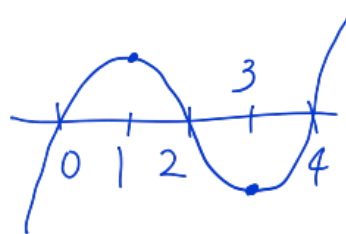
4. 두 자연수 m, n 에 대하여 함수 $f(x) = x(x-m)(x-n)$ 이

$$f(1)f(3) < 0, f(3)f(5) < 0$$

을 만족시킬 때, $f(6)$ 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 54

$$m=2, n=4$$



$$f(6) = 6 \times 4 \times 2 = 48$$

5. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여

$$\frac{1}{1-\cos\theta} + \frac{1}{1+\cos\theta} = 18$$

일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

$$\frac{2}{1-\cos^2\theta} = 18$$

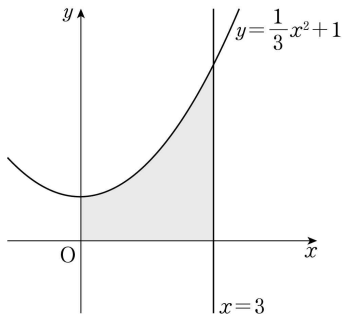
$$\sin^2\theta = \frac{1}{9}$$

$$\sin\theta < 0$$

$$\sin\theta = -\frac{1}{3}$$

6. 곡선 $y = \frac{1}{3}x^2 + 1$ 과 x 축, y 축 및 직선 $x=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{26}{3}$



$$\int_0^3 (\frac{1}{3}x^2 + 1) dx = 6$$

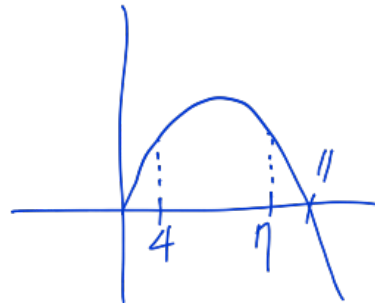
7. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$S_7 - S_4 = 0, S_6 = 30$$

이다. a_2 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

$$S_4 = S_7$$



$$-n(n-1) = S_n$$

$$-2n+12 = a_n$$

$$a_2 = -4 + 12 = 8$$

8. 두 함수

$$f(x) = -x^4 - x^3 + 2x^2, \quad g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + a$$

가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$f(x) \leq g(x)$$

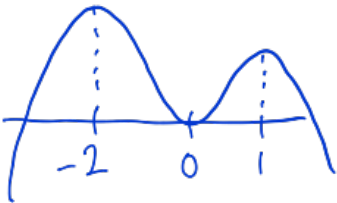
가 성립할 때, 실수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 8 ② $\frac{26}{3}$ ③ $\frac{28}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

$$f(x) - g(x) \leq 0$$

$$-x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 4x^2 \leq a$$

$$-16 + \frac{32}{3} + 6 = \frac{32}{3}$$

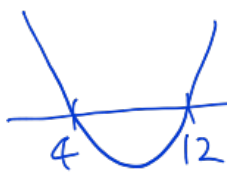


9. 자연수 $n (n \geq 2)$ 에 대하여 $n^2 - 16n + 48$ 의 n 제곱근 중

실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{10} f(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

$$(n-4)(n-12)$$



⊕ 제곱근

$$n = 2, 3 \rightarrow 2, 1$$

0 제곱근

$$n = 4 \rightarrow 1$$

⊖ 제곱근

$$n = 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

$$\rightarrow 1, 0, 1, 0, 1, 0$$

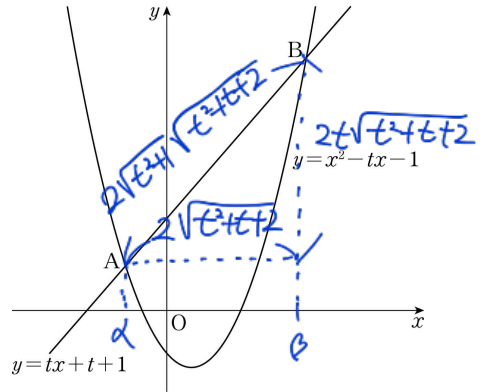
$$2 + 1 + 3 = 7$$

10. 실수 $t (t > 0)$ 에 대하여 직선 $y = tx + t + 1$ 과

곡선 $y = x^2 - tx - 1$ 이 만나는 두 점을 A, B라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AB}}{t^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$



$$x^2 - tx + 1 = tx + t + 1$$

$$\text{두근} = t \pm \sqrt{t^2 + t + 2}$$

$$\overline{AB} = 2\sqrt{t^2 + t + 2}$$

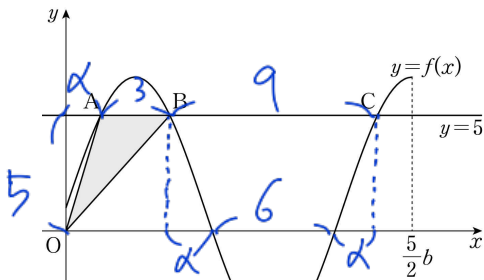
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AB}}{t^2} = 2$$

11. 그림과 같이 두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin \frac{\pi x}{b} + 1 \quad \left(0 \leq x \leq \frac{5}{2}b\right)$$

의 그래프와 직선 $y=5$ 가 만나는 점을 x 좌표가 작은 것부터 차례로 A, B, C라 하자.

$\overline{BC} = \overline{AB} + 6$ 이고 삼각형 AOB의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a > 4, b > 0$ 이고, O는 원점이다.) [4점]



- ① 68 ② 70 ③ 72 ④ 74 ⑤ 76

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 5 = \frac{15}{2}, \overline{AB} = 3$$

$$\overline{AC} = \overline{AB} + 6 = 9 \rightarrow b = 6$$

$$f(x) = a \sin \frac{\pi x}{6} + 1$$

$$2\alpha + 6 = 9 \rightarrow \alpha = \frac{3}{2}$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = a \sin \frac{\pi}{4} + 1 = 5$$

$$a = 4\sqrt{2}$$

$$a^2 + b^2 = 32 + 36 = 68$$

12. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

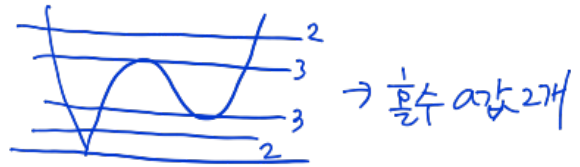
$$f(x) = |x^3 - 12x + k|$$

라 하자. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=a$ ($a \geq 0$)이 만나는 서로 다른 점의 개수가 홀수가 되도록 하는 실수 a 의 값이 오직 하나일 때, k 의 값은? [4점]

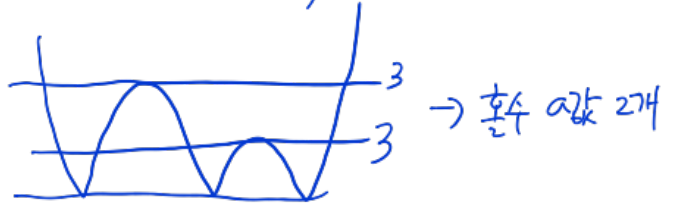
- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$$f'(2) = f'(-2) = 0$$

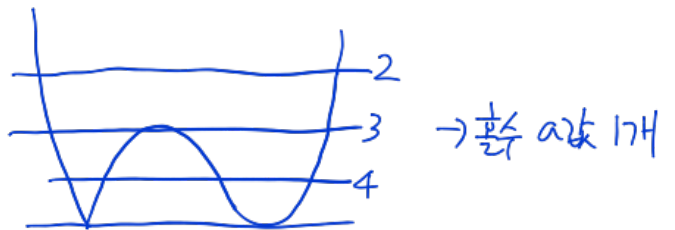
i) $k > f(-2)$ (x)



ii) $0 < k < f(-2)$ (x)



iii) $k = f(-2)$ (o)



$$\therefore k = 16$$

13. 그림과 같이 두 상수 $a(a > 1)$, k 에 대하여 두 함수

$$y = a^{x+1} + 1, \quad y = a^{x-3} - \frac{7}{4}$$

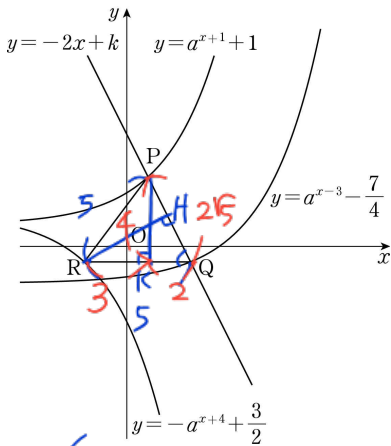
의 그래프와 직선 $y = -2x + k$ 가 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.

점 Q를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y = -a^{x+4} + \frac{3}{2}$ 의

그래프와 점 R에서 만나고 $\overline{PR} = \overline{QR} = 5$ 일 때, $a+k$ 의 값은?

[4점]

점 P $(1, \frac{13}{4})$
 $-2+k = \frac{13}{4}$
 $k = \frac{21}{4}$



- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

R에서 선분 PR에 내린 수선의 발을 H,
 P에서 선분 RQ에 내린 수선의 발을 K라 하자.

$$\frac{\overline{RH}}{\overline{QH}} = \frac{\overline{PK}}{\overline{AK}} = 2$$

점 R의 좌표를 $(t, -2t+k)$ 라고 두면,

$$-a^{t+4} + \frac{3}{2} + 4 = a^{t+4} + 1 = \frac{13}{4}$$

$$2a^{t+4} = \frac{9}{2}, \quad a^{t+4} = \frac{9}{4}$$

$$-a^{t+4} + \frac{3}{2} = a^{t+2} - \frac{7}{4}$$

$$-\frac{9}{4} + \frac{3}{2} + \frac{7}{4} = a^{t+2} = 1$$

$$a^2 = \frac{9}{4}, \quad a = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{21}{4} = \frac{27}{4}$$

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(2) = 0$ 인 이차함수 $f(x)$ 가 모든 자연수 n 에 대하여

$$\int_4^n f(x) dx \geq 0$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

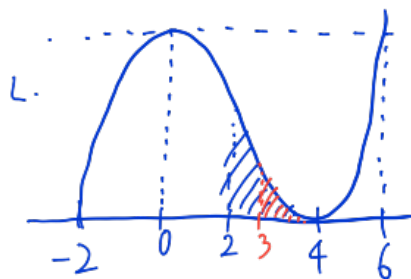
< 보기 >

ㄱ. $f(2) < 0$

ㄴ. $\int_4^3 f(x) dx > \int_4^2 f(x) dx$

ㄷ. $6 \leq \int_4^6 f(x) dx \leq 14$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



$$\int_4^n f(x) dx = \frac{1}{3}(n+2)(n-4)^2$$

$$\int_4^6 f(x) dx = \frac{1}{3} \times 8 \times 4 = \frac{32}{3}$$

$$6 \leq \frac{32}{3} \leq 14$$

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n + 2n & (a_n \text{이 } 4 \text{의 배수인 경우}) \\ a_n + 2n & (a_n \text{이 } 4 \text{의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_3 > a_5$

$50 < a_4 + a_5 < 60$ 이 되도록 하는 a_1 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① 224 ② 228 ③ 232 ④ 236 ⑤ 240

i) $a_4 = 4$ 의 배수

$$50 < a_4 + \frac{1}{2}a_4 + 8 < 60$$

$$a_4 = 32$$

ii) $a_4 \neq 4$ 의 배수

$$50 < a_4 + a_4 + 8 < 60$$

$$a_4 = 22, 23, 25$$

108 / 54 / 56 / 32 / 22-30 (32 > 30)

17 / 23-31 (17 < 31) (x)

19 / 25-33 (19 < 33) (x)

188 / 94 / 96 / 52 / 32-24 / 84 / 44 / 26 / 42 / 22 / 40 / 20

$$188 + 40 = 228$$

단 답 형

16. 방정식

$$\log_2(x-2) = 1 + \log_4(x+6)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$2 \log_2(x-2) = 2 \log_2(x+6)$$

$$(x-2)^2 = 4x+24$$

$$x=10$$

10

17. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x+2)f(x)$$

라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3, 2)$ 에서의 접선의 기울기가 4 일 때, $g'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$g'(x) = f'(x) + (x+2)f''(x)$$

$$f(3) + 5f'(3) = 2 + 20 = 22$$

22

18. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k + 2) = 50, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - 2b_k) = -10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = 30$$

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - 2b_k) = -10$$

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 70, \quad \sum_{k=1}^{10} b_k = 40$$

$$70 + 40 = 110$$

110

19. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 12t - 12, \quad v_2(t) = 3t^2 + 2t - 12$$

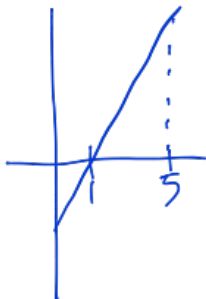
이다. 시각 $t=k(k > 0)$ 에서 두 점 P, Q의 위치가 같을 때, 시각 $t=0$ 에서 $t=k$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오.

[3점]

$$6t^2 - 12t = t^3 + t^2 - 12t$$

$$t^3 - 5t^2 = 0 \quad t = 0.5$$

$$k = 5$$



102

$$1 \times 12 \times \frac{1}{2} + 1 \times 4 \times \frac{4}{2}$$

$$= 102$$

20. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$2x^2 f(x) = 3 \int_0^x (x-t) \{f(x) + f(t)\} dt$$

를 만족시킨다. $f'(2) = 4$ 일 때, $f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$3 \int_0^x x f(t) dt + 3x \int_0^x f(t) dt$$

$$= 3 [x^2 f(x)]$$

$$-3 \int_0^x t f(t) dt - 3 f(x) \times \frac{1}{2} x^2$$

$$- 3x f(x)$$

$$2x^2 f(x) = 3x^2 f(x) + 3x \int_0^x f(t) dt$$

$$- 3 \int_0^x t f(t) dt - \frac{3}{2} x^2 f(x)$$

$$\frac{1}{2} x^2 f(x) = 3x \int_0^x f(t) dt - 3 \int_0^x t f(t) dt$$

$$x f(x) + \frac{1}{2} x^2 f'(x) = 3 \int_0^x f(t) dt$$

$$ax^{n+1} + \frac{a}{2} x^{n+1} + \dots = \frac{3a}{n+1} x^{n+1} + \dots$$

$$1 + \frac{n}{2} = \frac{3}{n+1} \quad n=1$$

$$f(x) = 4x + k$$

$$4x^2 + kx + 2x^2 = 6x^2$$

$$k=0$$

$$f(x) = 4x$$

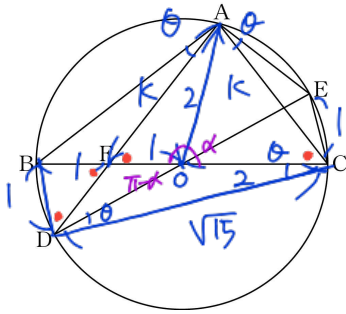
$$f(6) = 24$$

24

21. 그림과 같이 선분 BC를 지름으로 하는 원에 두 삼각형 ABC와 ADE가 모두 내접한다. 두 선분 AD와 BC가 점 F에서 만나고

$$\overline{BC} = \overline{DE} = 4, \overline{BF} = \overline{CE}, \sin(\angle CAE) = \frac{1}{4}$$

이다. $\overline{AF} = k$ 일 때, k^2 의 값을 구하시오. [4점]



$$\frac{-4 - 4 + k^2}{2 \times 2 \times 2} = \frac{14 - k^2}{1 \times 2 \times 2}$$

$$12k^2 = 72$$

$$k^2 = 6$$

6

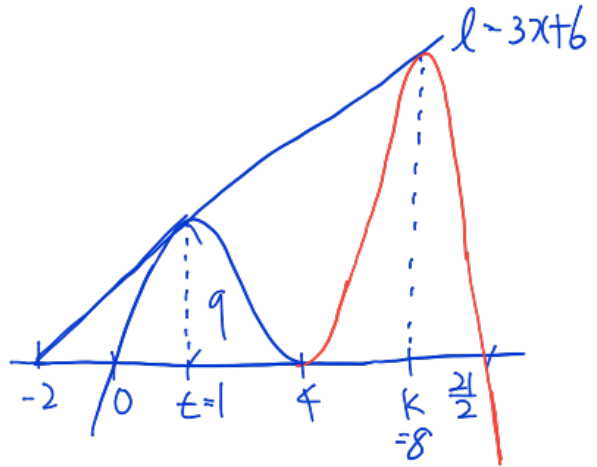
22. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} x^3 - 8x^2 + 16x & (0 < x \leq 4) \\ f(x) & (x > 4) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 구간 $(0, \infty)$ 에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(10) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) $g\left(\frac{21}{2}\right) = 0$

(나) 점 $(-2, 0)$ 에서 곡선 $y = g(x)$ 에 그은, 기울기가 0이 아닌 접선이 오직 하나 존재한다.



$$\frac{t(t-4)^2}{t+2} = 3t^2 - 16t + 16 \quad | \quad t=1$$

$l = f'(k)(x-k) + f(k)$ 는 $(-2, 0)$ 지낸다.

$$f'(k)(-2-k) + f(k) = 0 \rightarrow k=8$$

$$f(x) = a(x-4)^2(2x-21) \quad 27+2=29$$

$$f'(x) = 2a(x-4)(3x-25)$$

$$f(8) = 30 \rightarrow a = -\frac{3}{8}$$

$$f(10) = g(10) = +\frac{3}{8} \times \frac{9}{2} \times 11 = \frac{27}{2}$$

29

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5 지선 다형

23 확률변수 X 가 이항분포 $B(45, p)$ 를 따르고 $E(X) = 15$ 일 때, p 의 값은? [2점]

- ① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{7}{15}$ ⑤ $\frac{8}{15}$

24 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = \frac{5}{6}, P(A^c) = \frac{3}{4}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

25. 숫자 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 4 개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 각 자리의 수의 합이 7 이하인 자연수의 개수는? [3점]

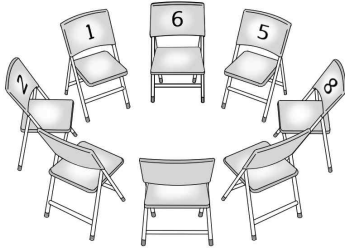
- ① 45 ② 47 ③ 49 ④ 51 ⑤ 53

26. 어느 지역에서 수확하는 양파의 무게는 평균이 m , 표준편차가 16 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역에서 수확한 양파 64 개를 임의추출하여 얻은 양파의 무게의 표본평균이 \bar{x} 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $240.12 \leq m \leq a$ 이다. $\bar{x} + a$ 의 값은? (단, 무게의 단위는 g 이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 486 ② 489 ③ 492 ④ 495 ⑤ 498

27. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8개의 의자가 있다. 이 8개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 두 수가 서로소가 되도록 배열하는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96



28. 정규분포를 따르는 두 확률변수 X, Y 의 확률밀도함수는 각각 $f(x), g(x)$ 이다. $V(X) = V(Y)$ 이고, 양수 a 에 대하여

$$f(a) = f(3a) = g(2a),$$

$$P(Y \leq 2a) = 0.6915$$

일 때, $P(0 \leq X \leq 3a)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.6687
④ 0.7745 ⑤ 0.8185

단답형

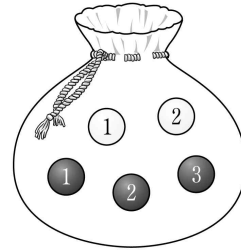
29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $a \leq b \leq c \leq 8$
 (나) $(a-b)(b-c)=0$

30. 주머니에 숫자 1, 2가 하나씩 적혀 있는 흰 공 2개와 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니를 사용하여 다음 시행을 한다.

주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 꺼낸 공이 서로 같은 색이면 꺼낸 공 중 임의로 1개의 공을 주머니에 다시 넣고, 꺼낸 공이 서로 다른 색이면 꺼낸 공을 주머니에 다시 넣지 않는다.

이 시행을 한 번 한 후 주머니에 들어 있는 모든 공에 적힌 수의 합이 3의 배수일 때, 주머니에서 꺼낸 2개의 공이 서로 다른 색일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - 5}{n^2 + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



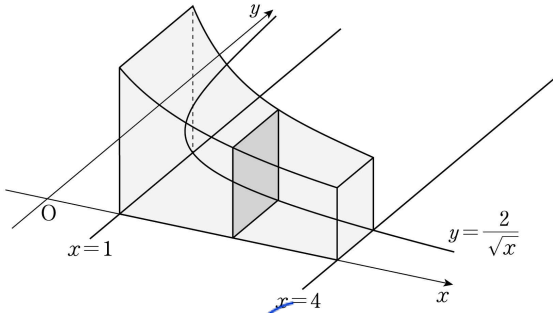
24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{n} \sum_{k=1}^n \sin \frac{\pi k}{3n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$



$$6 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \, dx = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

25. 그림과 같이 곡선 $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$ 와 x 축 및 두 직선 $x=1, x=4$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $6\ln 2$ ② $7\ln 2$ ③ $8\ln 2$ ④ $9\ln 2$ ⑤ $10\ln 2$

$$\int_1^4 \frac{4}{x} dx = 4 [\ln x]_1^4 = 8\ln 2$$

26. 함수 $f(x) = e^{2x} + e^x - 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(5f(x))$ 의 $x=0$ 에서의 미분계수는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} f(0) &= 1 & g'(5f(0)) &= 5f'(0) \\ & & &= g'(5) \times 5f'(0) \\ f'(0) &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(g(5)) &= 5 \\ g(5) &= \ln 2 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{f'(g(5))} = g'(5) = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} \times 5 \times 3 = \frac{3}{2}$$

27. 모든 항이 자연수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^n} = 4$$

이 고 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_{2n}}$ 이 실수 S 에 수렴할 때, S 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$a_n = 2^n \times k$

$$\frac{\frac{2}{3}k}{1 - \frac{2}{3}} = 4 \quad \therefore k = 4$$

$a_n = 2^{n+1}, a_{2n} = 2^{2n+1}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_{2n}} = \frac{\frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{6}$$

28. 함수

$$f(x) = \sin x \cos x \times e^{a \sin x + b \cos x}$$

이 다음 조건을 만족시키도록 하는 서로 다른 두 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a-b$ 의 최솟값은? [4점]

(가) $ab = 0$
 (나) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{1}{a^2 + b^2} - 2e^{a+b}$

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

i) $a=0, b \neq 0$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x e^{b \cos x} dx \quad \begin{matrix} \cos x = u \\ -\sin x dx = du \end{matrix}$$

$$\int_0^1 u e^u du = \frac{(b-1)e^b + 1}{b^2} \quad a=0, b=-1.5$$

ii) $a \neq 0, b=0$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x e^{a \sin x} dx \quad \begin{matrix} \sin x = t \\ \cos x dx = dt \end{matrix}$$

$$\int_0^1 t e^{at} dt = \frac{(a-1)e^a + 1}{a^2}$$

$a = -1, \frac{1}{2}$

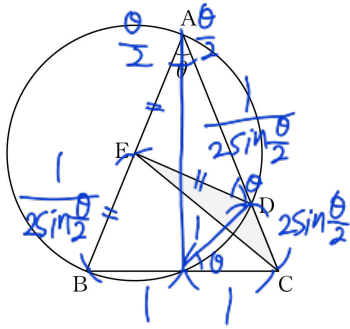
iii) $a=0, b=0$ (x)

$\frac{1}{a^2 + b^2}$ 이 정의되지 않음.

$\therefore a-b$ 최솟값 = -1

단답형

29. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = 2$ 인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AB를 지름으로 하는 원이 선분 AC와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 D라 하고, 선분 AB의 중점을 E라 하자. $\angle BAC = \theta$ 일 때, 삼각형 CDE의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $60 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



$$\frac{1}{2\sin\frac{\theta}{2}} \times 2\sin\frac{\theta}{2} \times \sin\theta \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sin\theta = S(\theta)$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{f(\theta)}{\theta} = \frac{1}{2}$$

$$60 \times \frac{1}{2} = 30$$

30

30. 두 정수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x}$$

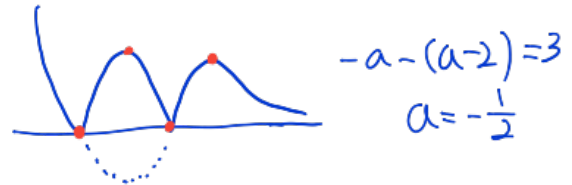
이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 극값을 갖는다.
- (나) 함수 $|f(x)|$ 가 $x=k$ 에서 극대 또는 극소인 모든 k 의 값의 합은 3이다.

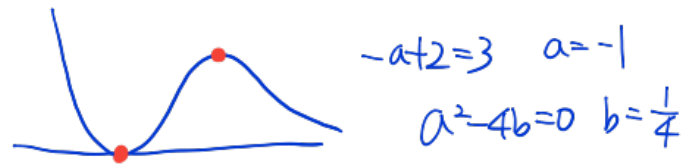
$f(10) = pe^{-10}$ 일 때, p 의 값을 구하시오. [4점]

$$f'(x) = (-x^2 - (a-2)x + a-b)e^{-x}$$

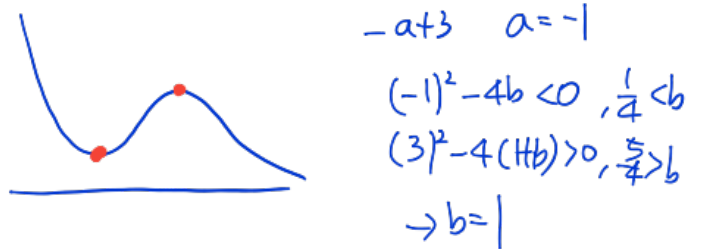
i) $f(x)$ 가 두개의 실근을 가짐 (x)



ii) $f(x)$ 가 중근을 가짐 (x)



iii) $f(x)$ 가 근은 가지지 않음



$$f(x) = (x^2 - x + 1)e^{-x}$$

$$\therefore p = 91$$

91

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23 좌표공간의 두 점 $A(a, 0, 1)$, $B(2, -3, 0)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:2로 외분하는 점이 yz 평면 위에 있을 때, a 의 값은?
[2점]

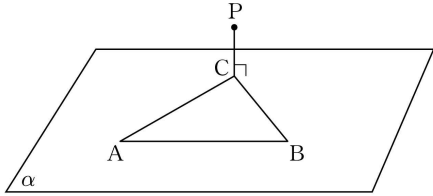
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

24 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{27} = 1$ 의 한 점근선의 방정식이 $y = 3x$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, a 는 양수이다.) [3점]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 6

25. 평면 α 위에 $\overline{AB}=6$ 이고 넓이가 12인 삼각형 ABC가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발이 점 C와 일치한다. $\overline{PC}=2$ 일 때, 점 P와 직선 AB 사이의 거리는? [3점]

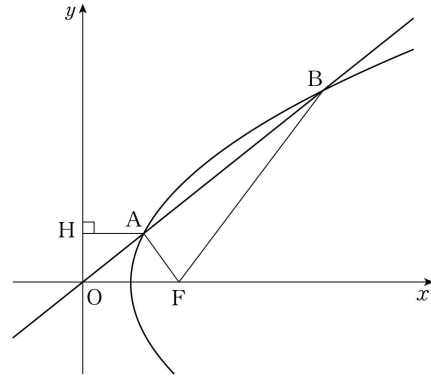
- ① $3\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{26}$



26. 그림과 같이 초점이 F(2, 0)이고 x축을 축으로 하는 포물선이 원점 O를 지나는 직선과 제1사분면 위의 두 점 A, B에서 만난다. 점 A에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$$\overline{AF} = \overline{AH}, \overline{AF} : \overline{BF} = 1 : 4$$

일 때, 선분 AF의 길이는? [3점]



- ① $\frac{13}{12}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{17}{12}$

27. 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 벡터 \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{BC} 는 서로 평행하다.
- (나) $t\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$ 를 만족시키는 실수 t 가 존재한다.

삼각형 ABD의 넓이가 12일 때, 사각형 ABCD의 넓이는?

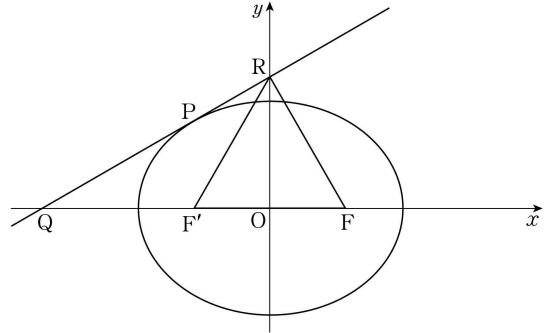
[3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

28. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{18} = 1$ 이 있다. 타원 위의 점 중 제2사분면에 있는 점

P에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 Q, R이라 하자. 삼각형 RF'F가 정삼각형이고 점 F'은 선분 QF의 중점일 때, c^2 의 값은? (단, a 는 양수이다.) [4점]



- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

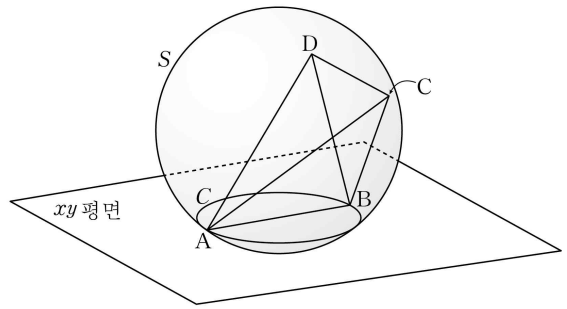
단답형

29. 좌표평면 위의 점 $A(5, 0)$ 에 대하여 제1사분면 위의 점 P 가
 $|\overline{OP}|=2, \overline{OP} \cdot \overline{AP}=0$
 을 만족시키고, 제1사분면 위의 점 Q 가
 $|\overline{AQ}|=1, \overline{OQ} \cdot \overline{AQ}=0$
 을 만족시킬 때, $\overline{OA} \cdot \overline{PQ}$ 의 값을 구하시오.
 (단, O 는 원점이다.) [4점]

30. 좌표공간에 구 $S: x^2 + y^2 + (z - \sqrt{5})^2 = 9$ 가 xy 평면과 만나서
 생기는 원을 C 라 하자. 구 S 위의 네 점 A, B, C, D 가 다음
 조건을 만족시킨다.

- (가) 선분 AB 는 원 C 의 지름이다.
- (나) 직선 AB 는 평면 BCD 에 수직이다.
- (다) $\overline{BC} = \overline{BD} = \sqrt{15}$

삼각형 ABC 의 평면 ABD 위로의 정사영의 넓이를 k 라 할 때,
 k^2 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.