

2024학년도 수시모집 논술전형

서울시립대 수리논술 문제지

[논술고사 시간 : 2시간]

| | |
|-----------|-----|
| 복기/해설 작성자 | 김기대 |
|-----------|-----|

【수험생 유의사항】

공식자료가 아닌 복기자료(23/10/10 기준)입니다. 복기에서 빠진 중요조건 제보 부탁드립니다.
해설강의는 본 시험지 기준입니다. 따라서 문항이 수정될 시 당연히 해설도 수정되어야 합니다.

기대T 수능후 수리논술 Final 시간표

2~4page 참고

기대T 수능전 수리논술 (연세/시립/홍익) 해설강의 링크

4page 참고

| 11/17(금)~ 11/19 (일) | 11/17 금요일 | | 11/18 토요일 | | 11/19 일요일 |
|------------------------|---|---|---|----------------|----------------|
| 1200~ | | | Q.토요일 밤 경희대 L강?? A.아래 경희대 추가안내 내용 참고 | | |
| 1230~ | | 건국대 1강 | | | |
| 1300~ | | 12:30 ~ | | | 경희대 1강 |
| 1330~ | 경희대 1강 | | 13:30 ~ | | 서울과기대 1강 |
| 1400~ | 13:30 ~ | (현장+비대면) | 17:00 (Only비대면) | | 14:00 ~ |
| 1430~ | 17:00 (현장+비대면) | 예상모의고사 | 모의 첨삭 제출 | | 17:30 (현장+비대면) |
| 1500~ | 예상모의고사 | 첨삭 제출 | *주의* | | 예상모의고사 |
| 1530~ | 1600~ | 건국대 1강 | 금 수업과 같음 | | 첨삭 제출 |
| 1630~ | 경희대 1강 | 식사 + 건국 숙제타임 | 경희대 1강 | | |
| 1700~ | 1730~ | 건국대 2강 | 식사 + 경희 숙제타임 | | 서울과기대 1강 |
| 1800~ | 경희대 2강 | 17:30 ~ | 경희대 2강 | 경희대 L강 | 서울과기대 2강 |
| 1830~ | 1900~ | (현장+비대면) | 18:30 ~ | | |
| 1930~ | 18:30 ~ | | 22:00 (Only비대면) | 18:30 ~ | 18:30 ~ |
| 2000~ | 22:00 (현장+비대면) | 건국대 2강 | *주의* | 22:00 (현장+비대면) | 22:00 (현장+비대면) |
| 2030~ | | | 금요일 수업과 같은 내용 | | |
| 2100~ | 경희대 2강 | | 경희대 2강 | 경희대 L강 | 서울과기대 2강 |
| 2130~ | | | | | |
| 경희대 추가안내 | - 경희대 L강은 1강, 2강에서 시간관계상 다루지 못한 초중요 기출을 빠르게 핵심만 챙기며 풀어나가는 강의입니다. 혼자서 기출분석을 할 시간이 없는 학생들이 신청하면 좋습니다. 경희 1강, 2강과 겹치지 않는 별개의 수업입니다. - 금/토 교차수강(ex. 1강을 금요일 점심 수강 한 후 2강을 토요일 저녁에 수강)은 수강신청 후 학원에 따로 말씀해주시면 됩니다. | | | | |
| 1주차 비대면 강의 라인업 | | | | | |
| 서강대 | 총 2회 | 최근 Trend 분석 → 예상 모의 → 해설 (+추가학습용 자료 별도제공) | | | |
| 성균관 | 총 2회 | 최근 Trend 분석 → 예상 모의 → 해설 (+추가학습용 자료 별도제공) | | | |
| 승실+항공 | 총 2회 | 최근 Trend 분석 → 예상 모의 → 해설 (+추가학습용 자료 별도제공) | | | |

| 11/20(월)~ 11/24 (금) | 짝수반 (총5회) (현장+비대면) | 홀수반 (총5회) (현장+비대면) | 비대면 전용 (현장수업 X) | 공지사항 |
|------------------------|--|--|-------------------------|---|
| 1100~ | | 수업장소 : 대치 오르비학원 (강남구 삼성로 61길 15 건물전체) 전화번호 : 02-522-0207 (문자 : 010-9124-0207) | | <p style="text-align: center;">2주차 학교별 Final 공지사항 및 유의사항</p> <p>1. 모든 반 공통사항</p> <p>-기출+예상출제Theme 압축수업 -예상모의고사 해설 및 첨삭 진행</p> <p>2. 현장 수업 수강자 추가혜택</p> <p>- 수업기간동안 자습관 무료 제공 (2주차 반 통합 선착순 25명) 수리논술 무한몰입을 돕기 위해 기존에 독재관으로 운영되던 자습공간 무료제공 (선착순 기준:홈페이지 결제시간) -Final retouch 제공 (=강사 직접 첨삭) 마지막 수업 포함 총 4회 이상 현장수업 출석자에게 강사가 직접한 첨삭본을 추가 제공합니다. (토요일 종일 강사가 직접 첨삭 후 피드백 보내드리기 때문에, 일요일 시험인 학교만 제공)</p> <p>3. 2개교 이상 수강자 유의사항 홀수반 (1반, 3반)과 짝수반 (2반, 4반) 수강신청시 수업시간 유의하여 신청</p> |
| 1130~ | | | | |
| 1200~ | | | | |
| 1230~ | | 이화여대 1반 | | |
| 1300~ | | 12:30~16:00 월~금 총 5회 예상모의고사 해설 및 첨삭 + 예상출제Theme | 경북/부산 | |
| 1330~ | 중앙대 2반 | | | |
| 1400~ | 13:30~17:00 월~금 총 5회 예상모의고사 해설 및 첨삭 + 예상출제Theme | | 13:00~16:30 월~목 총 4회 | |
| 1430~ | | | | |
| 1500~ | | | 비대면 전용 (온라인첨삭제공) | |
| 1530~ | | 이화여대 1반 | | |
| 1600~ | | | 경북/부산 | |
| 1630~ | 중앙대 2반 | | | |
| 1700~ | | | | |
| 1730~ | | 세종대 3반 | | |
| 1800~ | | | 광운대 Final | |
| 1830~ | 한양대 4반 | 17:30~21:00 월~금 총 5회 예상모의고사 해설 및 첨삭 + 예상출제Theme | | |
| 1900~ | 18:30~22:00 월~금 총 5회 예상모의고사 해설 및 첨삭 + 예상출제Theme | | 18:00~21:30 화~목 총 3회 | |
| 1930~ | | | | |
| 2000~ | | | 비대면 전용 (온라인첨삭제공) | |
| 2030~ | | 세종대 3반 | | |
| 2100~ | | | 광운대 Final | |
| 2130~ | 한양대 4반 | | | |

| 11/27(월)~ 12/1 (금) | 인하대 / 아주대 Final (월~금) | 공지사항 |
|-----------------------|---|--|
| 1200~ | | <p style="text-align: center;">3주차 학교별 Final 공지사항 및 유의사항</p> <p>1. 모든 반 공통사항</p> <p>-기출+예상출제Theme 수업진행 -예상모의고사 해설 및 첨삭 진행</p> <p>2. 현장 수업 수강자 추가혜택</p> <p>- 수업기간동안 자습관 무료 제공 (3주차 반 통합 선착순 25명) 수리논술 무한물입을 돕기 위해 기존에 독재관으로 운영되던 자습공간 무료제공 (선착순 기준:홈페이지 결제시간) -Final retouch 제공 (=강사 직접 첨삭) 마지막 수업 포함 총 4회 이상 현장수업 출석자에게 강사가 직접한 첨삭본을 추가 제공합니다. (토요일 중일 강사가 직접 첨삭 후 피드백 보내드리기 때문에, 일요일 시험인 학교만 제공)</p> |
| 1230~ | | |
| 1300~ | | |
| 1330~ | 아주대 1반 | |
| 1400~ | 13:30~17:30 총 5회 예상모의고사 해설 및 첨삭 + | |
| 1430~ | 예상 출제 Theme 정리 | |
| 1500~ | | |
| 1530~ | | |
| 1600~ | (이공계 전용 수업) | |
| 1630~ | 아주대 1반 | |
| 1700~ | | |
| 1730~ | | |
| 1800~ | 인하대 2반 | |
| 1830~ | 18:00~22:00 총 5회 예상모의고사 해설 및 첨삭 + | |
| 1900~ | 예상 출제 Theme 정리 | |
| 1930~ | | |
| 2000~ | (이공계&의예과 수강 가능) | |
| 2030~ | 의예과 전용 문제를 위한 별도 고난도 문제/수업 추가제공 | |
| 2100~ | | |
| 2130~ | 인하대 2반 | |

연세대 해설강의 링크: <https://www.youtube.com/watch?v=ve-weBCCQDk&t=2162s>

시립대 해설강의 링크:

홍익대 해설강의 링크:

[문제 1] (총 100점)

곡선 $y = x^4 - 2x^2 + 1$ 과 곡선 $y = -x^2 + x + 2$ 가 만나는 두 점 중 x 좌표가 음수인 점을 P, 양수인 점을 Q라 하자. 점 A(0, -1)에 대하여 $k < \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PQ} < k+1$ 을 만족시키는 정수 k 의 값을 구하시오.

[특강 Point]

단조성 (증감 유지) + 사잇값 정리 = 시립대에서 3번이나 출제된 빈출 주제
점 Q 좌표를 찾으려고 1분 이상 투자했다면, **시립대 기출 분석을 제대로 하지 않은 것.**
아래 기출 확인!!

[시립대 Final 5회차 프린트 참고자료]

(특히 아래에 있는 2022 시립대에서는 증가함수 밝힌 후 사잇값정리로 근을 하나로 고정한 후 적분하는 문제가 나왔다. 밑줄 친 상황을 요새 너무 좋아하는 시립대. 체크)

<참고문항>

<예제> ★★ 2023 시립대 수시 자연1

함수 $f(x) = -x^3 - x + 3$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 연속함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

- (1) $h(x) = \begin{cases} 3x & (0 \leq x < 1) \\ 4g'(x) + 4 & (1 \leq x < 3) \end{cases}$
- (2) 모든 실수 x 에 대하여 $h(x+3) = h(x)$ 이다.

정적분 $\int_0^6 x h(x) dx$ 의 값을 구하여라.

<예제> ★★ 2022 시립대 수시 자연1

다음 정적분의 값을 구하여라.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |3\sqrt{2} \sin^3 x - \cos x| dx$$

[수업 Comment]

“시립대 벡터 내적은 무조건 좌표로 풀어” (공간벡터 시절부터 그래왔음)

[문제 2] (100점)

서ული, 시립이, 대학이가 마트에서 과일 사과와 배를 합쳐서 총 11개를 구매하였다.

다음 물음에 답하시오. (단, 아무 과일도 구매하지 않은 사람이 있을 수 있다.)

(a) 위의 세 명이 과일을 구매하는 경우의 수를 구하시오.

(b) 소문제 (a)에서 위의 세 명이 구매한 과일의 개수가 각각 x, y, z 일 때, $x \leq y \leq z$ 인 경우의 수를 구하시오.

[특강 Point]

시립대의 예견된 출제 : 중복조합

확통 고난도 문제를 푸는 아이디어 : 대칭성

[시립대 Final 5회차 프린트 참고자료 - 노가다 or Idea]

(b) $i = 1, 2, 3$ 에 대하여, z_i 를 상자 i 에 넣은 빨간 공의 개수에서 파란 공의 개수를 뺀 값이라 하자. 즉, $z_i = x_i - y_i$ 이다. $z_i \geq 0$ ($i = 1, 2, 3$)일 때 모든 상자에서 빨간 공의 개수가 파란 공의 개수보다 같거나 많다. 따라서 구하는 경우의 수는 아래 방정식의 음이 아닌 정수해의 개수와 같다.

$$y_1 + y_2 + y_3 = 4$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = 2$$

위 첫 번째 방정식의 음이 아닌 정수해의 개수는 ${}_3H_4$ 이며, 두 번째 방정식의 음이 아닌 정수해의 개수는 ${}_3H_2$ 이다. 따라서 구하는 경우의 수는 ${}_3H_4 \cdot {}_3H_2 = {}_6C_4 \cdot {}_4C_2 = 15 \cdot 6 = 90$ 이다.

<간단 분석>

간단한 중복조합 문제가 나왔다. ($\square \sum (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)$ 문제 하나 딱 빼고, 시립대는 중복조합 문제가 나오면 쉽게 내는 편) $z_i = x_i - y_i$ 를 잡는 아이디어성 풀이를 사용했지만, 숫자가 작아서 노가다도 가능했던 문제.

이번 기출문제도 노가다 및 대칭성으로도 정답을 구할 수 있는 길을 열어준 시립대이지만, 노가다 없이 문제의 의미를 파악하여 푸는 해설강의의 풀이를 잘 가져가도록 하자.

[시립대 Final 2회차 프린트 참고자료 - 대칭성]

Test 2회

[문제 1]

두 주머니 A와 B에는 $1, 2, 3, \dots, 2n$ 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 $2n$ 장의 카드가 각각 들어있다.

철수는 주머니 A에서, 영희는 주머니 B에서 각각 임의의 두 장의 카드를 꺼내어 가진다.

철수가 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합을 S_1 이라 하고, 영희가 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합을

S_2 라 하자. $S_1 > S_2$ 일 확률을 구하시오.

[수업 Comment]

“시립대 확통은 조건부확률 아니면 중복조합이다. 역배 찍으로는 이항정리가 유일하고, 올해 모의논술에서는 중복조합이 나왔으니 중복조합 \geq 조건부확률 $>$ 이항정리 순으로 정리”

[문제 3] (100점)

모든 실수 x 에 대하여

$$-|x-2| \leq ax+b \leq |x-2n|+5$$

가 성립하도록 하는 정수 순서쌍 (a, b) 의 개수를 A_n 이라 하자. (단, n 은 자연수)

$\sum_{n=1}^{100} A_n$ 의 값을 구하시오.



[특강 Point]

시립대 Final 1강 개수세기의 3가지 케이스 중 2번 케이스인 문제가 출제.

[수업 Comment]

“1, 2번 케이스는 별도의 추가 개념 없이 수학적 끈기가 있으면 누구든 풀 수 있으므로, 3번 케이스 (더블카운팅)을 공부해두면 수능 후 시험에서도 빛을 발할 것이다.”

[시립대 Final 1회차 프린트 참고자료]

유형 2) a_n 식이 n 범위에 따라 달라지지만 식으로 구할 수는 있는 경우

2022 모의 2번

자연수 n 에 대하여

$$f(x) = 4(\log_2 n)\cos x + 4(\log_4 n)^2 - 12, \quad g(x) = \begin{cases} 4\sin^2 x & (|x| \leq 2n\pi) \\ -17 & (|x| > 2n\pi) \end{cases}$$

라 하자. 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 교점의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{2022} a_k$ 의 값을 구하여라.

자연수 n 에 대해서 $\log_2 n \geq 0$ 이므로

$$f(x) \geq 4(\log_2 n)(-1) + (\log_2 n)^2 - 12 = (\log_2 n - 2)^2 - 16 > -17$$

이다. 따라서 $|x| > 2n\pi$ 에서 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프는 만나지 않고, $|x| \leq 2n\pi$ 에서 방정식 $f(x) = g(x)$ 를 정리하면

$$\left(\cos x + 2 + \frac{\log_2 n}{2}\right)\left(\cos x - 2 + \frac{\log_2 n}{2}\right) = 0$$

이다. 자연수 n 에 대하여 $-2 - \frac{1}{2}\log_2 n \leq -2$ 이고 $-1 \leq \cos x \leq 1$ 이므로,

$$\cos x = 2 - \frac{1}{2}\log_2 n$$

이다. 위 방정식은 $4 \leq n \leq 64$ 일 때에만 해를 가지므로, $1 \leq n \leq 3$ 또는 $n \geq 65$ 이면 $a_n = 0$ 이고 $4 \leq n \leq 64$ 이면 a_n 은 다음과 같다.

이번 기출과 같이, 특정 n 값 이후부터 규칙성이 발견하여 시그마를 구할 수 있었던 문제는 이미 시립대에서 자주 출제됐었다.

[문제 4] (100점)

점 $A_k \left(\cos \frac{k-1}{n} \pi, \sin \frac{k-1}{n} \pi \right)$ (단, $k = 1, 2, \dots, 2n$) 들을 꼭짓점으로 가지는 정 $2n$ 각형의 모서리 위에 있는 두 점 P, Q가 아래 규칙을 따라서 정 $2n$ 각형의 모서리 위를 반시계방향으로 회전한다.

(가) 시각 $t=0$ 일 때, 두 점 P, Q 모두 점 A_1 에 있다.

(나) 점 P는 선분 $\overline{A_k A_{k+1}}$ 위를 일정한 속력 $\sqrt{2 - \frac{k}{2n}}$ 로 돈다. (단, $k = 1, 2, \dots, 2n$ 이고 $A_{2n+1} = A_1$)

(다) 점 Q는 모든 모서리를 일정한 속력으로 돈다.

다음 물음에 답하시오.

(1) 점 P가 정 $2n$ 각형을 한 바퀴 도는 데에 걸린 총 시간을 b_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값을 구하시오.

(2) 점 P가 점 A_1 부터 점 A_{n+1} 까지 움직이는 데에 걸린 시간을 c_n 이라 하자.

시각 $t=0$ 부터 $t=c_n$ 까지 두 점 P, Q가 움직인 거리의 차를 d_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} d_n$ 의 값을 구하시오.

(미북기문항 : 점 Q의 속력에 대한 조건이 복기되지 않아서, 해설강의에선 생략합니다. 자세한 조건을 아는 분은 제보 부탁드립니다.)

[특강 Point]

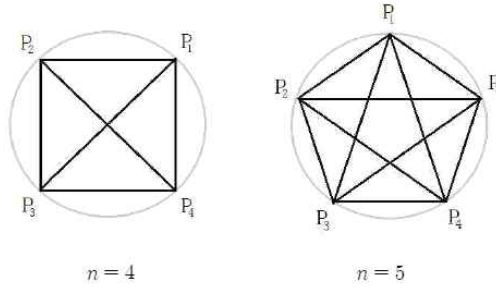
정n각형에 대한 이해 + 속도와 거리

[시립대 Final 4회차 Test 참고자료]

[문제 3]

제시문

반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 정다각형을 생각하자. 이러한 정n각형의 꼭짓점을 시계바늘이 도는 방향과 반대인 방향의 순서대로 P_1, P_2, \dots, P_n 이라 하자.



정n각형의 두 꼭짓점을 잇는 선분은 ${}_nC_2 = \frac{n(n-1)}{2}$ 개 있다. 이 선분의 길이의 평균을 M_n 이라 하자. 가령 정사각형의 두 꼭짓점을 잇는 선분은 6개 있고 그 길이의 평균 M_4 는 아래와 같다.

$$M_4 = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} + 2 + 2}{6} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{3}$$

(1) 정n각형의 첫 번째 꼭짓점과 다른 꼭짓점을 잇는 선분의 길이 $\overline{P_1P_2}, \overline{P_1P_3}, \dots, \overline{P_1P_n}$ 의 평균을 L_n 이라 하자. $M_n = L_n$ 임을 설명하시오.

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} M_n$ 의 값을 구하시오.

[수업 Comment] “정적분과 급수 사이의 관계에서 시그마 위끝이 2n인 경우에는, 2n을 N으로 치환해서 극한을 해석해도 좋아요. 그 이유는 ~~~”