



## 2016학년도 고대수교(KUME) 9월 모의평가

집필 고려대학교 수학교육과 수학문제연구부  
조용환 김민정 장재혁 이경민 황현정  
정수연 박성은 심준보 이동선 김정문  
심재운 신문성

검토 이하늘(고려대학교 수학교육과)  
양병호(고려대학교 수학교육과)  
현우람(고려대학교 수학교육과)  
양병호(고려대학교 수학교육과)  
박근서(고려대학교 수학교육과)  
조기강(D&T 수학연구소)  
안정혁(D&T 수학연구소)  
조민성(D&T 수학연구소)

본 모의평가에 대한 저작권은 고려대학교 수학교육과 수학문제연구부에 있으며, 저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물 작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련 법률에 따라 금지되어 있습니다.

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1.  $8^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16

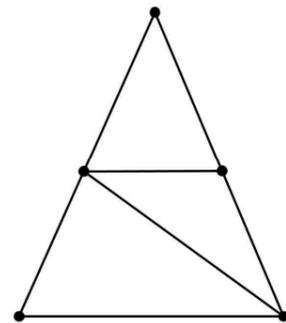
2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A-B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 3n}}{n+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]



- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

5. 함수  $f(x) = -x^2 + 6x - 2$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x - 1}$ 의 값은?

[3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

6. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 3$ 일 때,  $\sum_{n=1}^3 a_{3n}$ 의 값은?

[3점]

- ① 29      ② 30      ③ 31      ④ 32      ⑤ 33

7. 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립사건이고

$$P(A^c) = P(B) = \frac{1}{3}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{4}{9}$       ③  $\frac{5}{9}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{7}{9}$

8.  $\int_{-2}^2 (x^3 + 3ax^2)dx = 4$  일 때, 실수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 4

9. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(12, \frac{1}{4}\right)$ 를 따를 때,  $E(X^2)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{45}{4}$       ②  $\frac{47}{4}$       ③  $\frac{49}{4}$       ④  $\frac{51}{4}$       ⑤  $\frac{53}{4}$

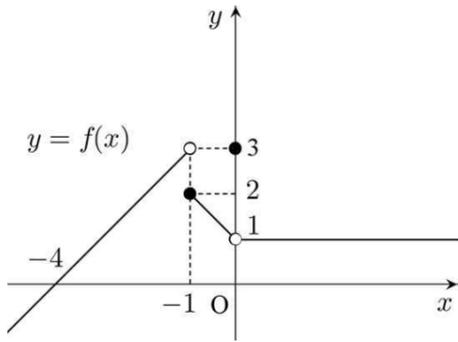
10. 방송국에서 보내는 전파는 가정의 안테나로 수신했을 때 전압이 작기 때문에 증폭 작용이 필요하다. 직류 증폭기에서 피드백 소자로 트랜지스터를 사용하였을 때, 들어오는 전압의 크기를  $V_I(V)$ , 나오는 전압의 크기를  $V_O(V)$ 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$V_O = -K \log V_I + C \quad (\text{단, } K \text{는 상수이다.})$$

들어오는 전압의 크기가  $2V$ 이면 나오는 전압의 크기가  $220V$ 이고, 들어오는 전압의 크기가  $8V$ 이면 나오는 전압의 크기가  $200V$ 이다. 들어오는 전압의 크기가  $aV$ 일 때, 나오는 전압의 크기가  $150V$ 이다. 실수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 256      ② 262      ③ 268      ④ 274      ⑤ 280

11. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

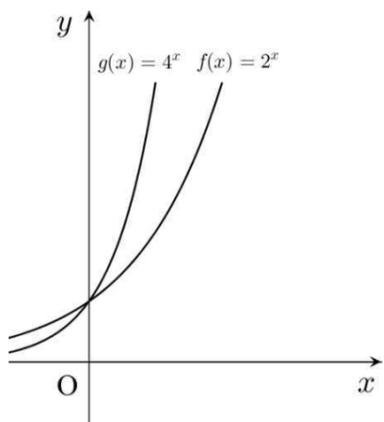
12. 어느 고등학교 전체 학생의 몸무게는 평균 60kg,

표준편차가 4kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생 중 임의로 1명을 선택할 때, 이 학생의 몸무게가 56kg 이상 66kg 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.6826      ② 0.7745      ③ 0.8185  
 ④ 0.8664      ⑤ 0.9270

[13~14] 두 함수  $f(x)=2^x$ ,  $g(x)=4^x$ 에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1=1$ ,  $f(a_{n+1})=g(a_n)$  일 때,  $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값은?

[3점]

- ① 31      ② 63      ③ 127      ④ 255      ⑤ 511

14. 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를  $a$ , 두 번째 나온 눈의 수를  $b$ 라고 하자. 함수  $f(x)$ 의 그래프를  $y$ 축에 대하여  $a$ 번 대칭시킨 그래프와, 함수  $g(x)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동시킨 그래프의 교점의  $x$ 좌표가 자연수가 되도록 하는 경우의 수는? [4점]

- ① 21      ② 24      ③ 27      ④ 30      ⑤ 33

15. 흰 공 3개, 검은 공 2개가 들어있는 주머니가 있다. 두 개의 동전을 던져서 앞면이 나온 동전의 개수만큼 흰 공을 주머니에 넣고, 뒷면이 나온 동전의 개수만큼 검은 공을 주머니에 넣은 후, 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 뽑았을 때 꺼낸 공이 흰 공일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{1}{7}$       ②  $\frac{2}{7}$       ③  $\frac{3}{7}$       ④  $\frac{4}{7}$       ⑤  $\frac{5}{7}$

16. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1=2$  이고

$$\sqrt{n+1} a_{n+1} = (n+1)\sqrt{n} a_n - n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식의 양변을  $\sqrt{n+1}$ 로 나누면

$$a_{n+1} = \sqrt{\frac{n^2+n}{n+1}} a_n - \frac{n}{\sqrt{n+1}}$$

이다. 정리하면

$$a_{n+1} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} = \boxed{\text{(가)}} \times \left(a_n - \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

이다. 수열  $\{b_n\}$ 을  $b_n = a_n - \frac{1}{\sqrt{n}}$  이라고 하면

$$b_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times b_n \quad (n \geq 1)$$

이다.

$$\frac{b_2}{b_1} \times \frac{b_3}{b_2} \times \dots \times \frac{b_n}{b_{n-1}} = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

이므로

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \times b_1 \quad (n \geq 2)$$

이다. 이 때,  $b_1 = a_1 - \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$  이므로

$$a_n = \boxed{\text{(나)}} + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 할 때,  $f(4) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 200      ② 220      ③ 240      ④ 260      ⑤ 270

17. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$A^2 - AB = E, \quad 3AB - BA = A + E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ.  $AB = BA$

ㄴ.  $A^{-1} = A - B$

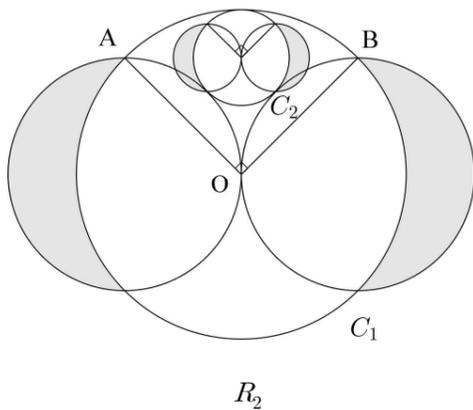
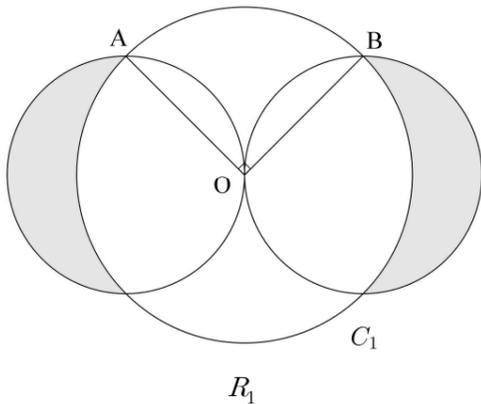
ㄷ.  $A + E = 3B$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 사과 4개와 귤 5개를 철수와 영희, 영수에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 철수는 사과를 2개 이상 갖지 않도록 나누어주는 경우의 수는? [4점]

- ① 189            ② 210            ③ 231            ④ 252            ⑤ 273

19. 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가 1인 원  $C_1$ 이 있다. 그림과 같이  $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 인 원 위의 두 점을  $A, B$ 라 하자. 점  $A$ 와  $O$ 를 지나는 원과 점  $B$ 와  $O$ 를 지나는 원이 넓이가 같고 점  $O$ 에서 외접하도록 그렸을 때, 두 원의 내부와 원  $C_1$ 의 외부의 공통 부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.
- 그림  $R_1$ 에서 그린 두 원에 외접하고 호  $AB$ 에 접하는 원  $C_2$ 를 그린다. 원  $C_2$ 에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 원을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1+2\sqrt{2}}{7}$                       ②  $\frac{2+4\sqrt{2}}{7}$   
 ③  $\frac{2+6\sqrt{2}}{7}$                       ④  $\frac{1+2\sqrt{2}}{7}\pi$   
 ⑤  $\frac{2+4\sqrt{2}}{7}\pi$

20. 1보다 큰 실수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 지표와 가수를 각각  $f(x), g(x)$ 라 하자.  $f(x) + \frac{3}{g(x)}$ 의 값이 10보다 작은 홀수가 되도록 하는  $x$ 의 값 중 6번째로 큰 수를  $10^{\frac{n}{m}}$ 라고 할 때,  $m+n$ 의 값은? (단,  $g(x) \neq 0$ 이고,  $m$ 과  $n$ 은 서로소인 자연수이다.) [4점]

- ① 15                      ② 18                      ③ 21                      ④ 24                      ⑤ 27

21. 다음 조건을 만족시키는 사차함수  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + ax^3 + bx^2$  에 대하여  $f(-2)$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

- (가) 집합  $A = \{f(x) \mid f'(x) = 0\}$ 에 대하여 집합  $A$ 의 원소의 개수는 2이다.
- (나) 함수  $|f'(x)|$ 는 서로 다른 세 점에서 미분불가능하다.
- (다)  $f'(4) = 0, f'(1) \times f'(3) < 0$

- ① 32      ② 34      ③ 36      ④ 38      ⑤ 40

단답형

22.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x^2 - 4)}{x - 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = 3x^2 + 1$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{2k}{n}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라고 하자.

$S_n = -a_n + 2$ 일 때,  $\frac{1}{a_8}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 삼차함수  $f(x) = x^3 - 6x^2 + nx + 1$ 이 극댓값을 갖기 위한 자연수  $n$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

26.  $x, y$ 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$$

가  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 실수  $a, b$ 에 대하여  $3a-b$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

27. 6개의 숫자 카드에 각각 1, 1, 2, 3, 3, 4가 적혀있다.  
 6개의 숫자 카드 중 임의로 2장의 카드를 동시에 뽑아,  
 적혀있는 두 숫자의 차를 확률변수  $X$ 라 할 때,  $E(15X+3)$ 의  
 값을 구하시오. [4점]

28. 함수  $f(x) = x^3 + ax + 2a$  에 대하여  $g(x) = \int_0^x f(t)dt$  라

하자.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x g(t)dt = 10$  일 때,  $f(3)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

29. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6 & (x \geq 1) \\ -2x & (x < 1) \end{cases}$$

에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)f(2a-x)$ 의 값이 존재하도록 하는 모든 상수  $a$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때,  $\sum_{n=3}^{20} f(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가)  $a+b < n$   
 (나)  $a < 2^b, b < 3^a$



※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.