

[23008-0030]

**3**다음 조건을 만족시키는 세 수  $a, b, n$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, n)$ 의 개수는?

- (가)  $\log_2(8a-a^2)$ 의 값은 자연수이다.  
 (나) 2 이상의 어떤 자연수  $n$ 에 대하여  $b$ 는  $8a-a^2$ 의  $n$ 제곱근 중 정수이다.

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

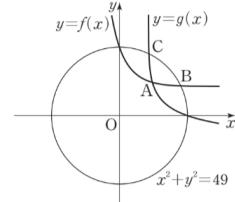
**3**

[23008-0059]

그림과 같이 함수  $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}+3$ 의 그래프와 함수  $g(x)=\log_{\frac{1}{2}}\frac{x-3}{4}$ 의 그래프가 만나는 점을 A( $x_1, y_1$ ), 원  $x^2+y^2=49$ 가 두 함수  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 B( $x_2, y_2$ ), C( $x_3, y_3$ )이라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

- ㄱ.  $3 < x_1 < 4$   
 ㄴ.  $x_3 - x_2 = y_2 - y_3$   
 ㄷ. 삼각형 ABC의 넓이는 8보다 크다.



① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**8**

[23008-0085]

$0 \leq x < 2\pi$ 에서 부등식  $\sin x > k$ 를 만족시키는 모든  $x$ 의 값의 범위가  $\alpha < x < \beta$ 이고  $\cos(\beta - \alpha) = \frac{1}{2}$ 일 때,  
 $\alpha\beta$ 의 값은? (단,  $0 < k < 1$ )

①  $\frac{5}{36}\pi^2$ ②  $\frac{1}{6}\pi^2$ ③  $\frac{7}{36}\pi^2$ ④  $\frac{2}{9}\pi^2$ ⑤  $\frac{1}{4}\pi^2$

3

[23008-0092]

함수  $y=4 \cos 2x - 1$ 의 그래프와 함수  $y=\tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ 의 그래프의 점근선이 만나는 모든 점의  $y$ 좌표 중에서 서로 다른 모든  $y$ 좌표의 합을 구하시오.

6

[23008-0114]

삼각형 ABC가  $\overline{AB} \cos B + \overline{AC} \cos (A+B) = 0$ 을 만족시킨다.  $\cos C = \frac{5}{8}$ 일 때,  $\cos A$ 의 값은?

①  $\frac{3}{16}$

②  $\frac{7}{32}$

③  $\frac{1}{4}$

④  $\frac{9}{32}$

⑤  $\frac{5}{16}$

2

[23008-0154]

첫째항이 정수이고 모든 항이 유리수인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 있다. 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $b_n = a_n + a_{n+1}$ 이라 하고, 좌표평면 위의 두 점을  $P_n(n, a_n)$ ,  $Q_n(n, b_n)$ 이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여  $b_{10}$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값은?

(가)  $a_2 - a_1 > 0$

(나) 10이 아닌 모든 자연수  $k$ 에 대하여  $\angle P_{12}Q_{10}Q_k = \frac{\pi}{2}$ 이다.

①  $\frac{81}{4}$

②  $\frac{165}{8}$

③ 21

④  $\frac{171}{8}$

⑤  $\frac{87}{4}$

**6**

[23009-0044]

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(1)$ 의 최댓값은?(가) 함수  $f(x)$ 의 모든 항의 계수는 정수이다.

(나)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^2}{x} = f(-4)$

(다) 함수  $\frac{1}{f(x)}$ 은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① 60

② 65

③ 70

④ 75

⑤ 80

**2**

[23009-0046]

함수

$$f(x) = \begin{cases} |x+2|-1 & (x < -1) \\ |x| & (-1 \leq x < 1) \\ -|x-2|+1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수  $f(x)$ 는  $x = -1$ 과  $x = 1$ 에서 모두 불연속이다.ㄴ. 함수  $f(x)(f(x) + k)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수  $k$ 의 값이 존재한다.ㄷ. 함수  $f(x)f(x-2)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**3**

[23009-0073]

함수  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 2 & (x \leq 0) \\ x^2 + 2 & (x > 0) \end{cases}$  과 세 정수  $a, b, k$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq k) \\ f(x-a) + b & (x > k) \end{cases}$$

라 하자. 함수  $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $a+b+k$ 의 최솟값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

[23009-0099]

- 2** 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 상수  $p$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) - f'(p)(x-p) - f(p)$$

라 하자.  $g(2)=0$ 이고 함수  $f(x)$ 가  $x=0, x=1$ 에서 극값을 가질 때,  $p$ 의 값은? (단,  $p \neq 2$ )

- ①  $-\frac{1}{5}$       ②  $-\frac{1}{4}$       ③  $-\frac{1}{3}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤  $-1$

[23009-0101]

- 4** 함수  $f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 9$ 에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

『보기』

- ㄱ. 함수  $f(x)$ 는 열린구간  $(1, 2)$ 에서 증가한다.
- ㄴ.  $1 < x < 2$ 에서 방정식  $f(x) = \frac{1}{2}$  은 적어도 하나의 실근을 갖는다.
- ㄷ. 3보다 큰 모든 실수  $a$ 에 대하여  $f(a) < f'(a) \times (a-3)$ 이다.

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ      ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[23009-0125]

- 1** 함수  $f(x) = \frac{1}{7}x^3 - x^2$ 과 실수  $t$ 에 대하여 닫힌구간  $[t, t+3]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최댓값을  $g(t)$ 라 하자.

$0 \leq t \leq 5$ 에서 함수  $g(t)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ①  $\frac{22}{7}$       ②  $\frac{24}{7}$       ③  $\frac{26}{7}$       ④ 4      ⑤  $\frac{30}{7}$

- [23009-0154] **3** 다음 조건을 만족시키는 모든 일차 이상의 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\int_0^2 f(x)dx$ 의 최솟값은?

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\int_1^x f(t)dt = \frac{x-1}{3} \{f(x)+k\}$  이다. (단,  $k$ 는 실수이다.)

(나)  $x$ 에 대한 방정식  $f(x) = m$ 이 실근을 갖도록 하는 실수  $m$ 의 최솟값은  $-4$ 이다.

(다)  $f(0) \geq 0$

- ①  $-\frac{16}{3}$       ②  $-\frac{14}{3}$       ③  $-4$       ④  $-\frac{10}{3}$       ⑤  $-\frac{8}{3}$

- [23009-0183] **3**  $a > 2$  일 때, 실수 전체의 집합에서 증가하고 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(-x) = -f(x), f(x) = f(x-2) + 2a$$

를 만족시킨다. 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축 및 직선  $x=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 2일 때,  $\int_3^6 f(x)dx > 100$  을 만족시키는 자연수  $a$ 의 최솟값을 구하시오.

[23009-0184]

- 4** 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f'(2) = 0, f'(-2) = 0$

(나)  $f(2)f(-2) \leq 0$

(다)  $f(2)f(-2) < 0$  이면  $f(0) = 0$  이다.

두 곡선  $y=f(x), y=-f(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 24일 때,  $f(1)$ 의 최솟값과 최댓값의 합은?

- ①  $-\frac{22}{9}$       ②  $-\frac{17}{9}$       ③  $-\frac{4}{3}$       ④  $-\frac{7}{9}$       ⑤  $-\frac{2}{9}$

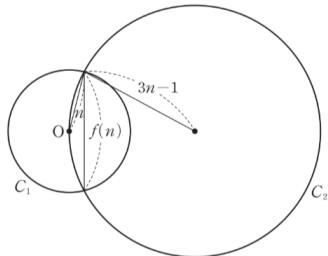
[23011-0015]

- 2** 자연수  $n$ 에 대하여 그림과 같이 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가  $n$ 인 원을  $C_1$ , 점  $O$ 를 지나고 반지름의 길이가  $3n-1$ 인 원을  $C_2$ 라 하고, 두 원  $C_1, C_2$ 가 만나는 두 점 사이의 거리를  $f(n)$ 이라 하자. 두 상수  $a, b$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{\sqrt{an^b + 1}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

일 때,  $a+b$ 의 값은?

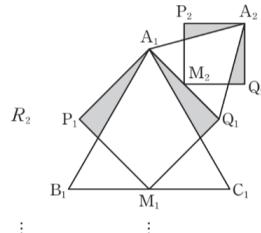
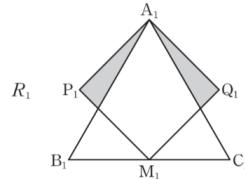
- ① 6      ② 7      ③ 8  
④ 9      ⑤ 10



[23011-0031]

- 3** 그림과 같이 한 변의 길이가 20인 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 에 대하여 선분  $B_1C_1$ 의 중점을  $M_1$ 이라 하자. 선분  $A_1M_1$ 을 대각선으로 하는 정사각형  $A_1P_1M_1Q_1$ 을 그리고 사각형  $A_1P_1M_1Q_1$ 의 내부와 삼각형  $A_1B_1C_1$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.  
그림  $R_1$ 에 선분  $A_1Q_1$ 을 한 변으로 하는 정삼각형  $A_2A_1Q_1$ 을 사각형  $A_1P_1M_1Q_1$ 의 내부와 겹치지 않게 그리고, 선분  $A_2Q_1$ 의 중점을  $M_2$ 라 하자. 선분  $A_2M_2$ 를 대각선으로 하는 정사각형  $A_2P_2M_2Q_2$ 를 그리고 사각형  $A_2P_2M_2Q_2$ 의 내부와 삼각형  $A_2A_1Q_1$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.  
이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,

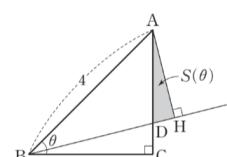
$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = p + q\sqrt{3}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 유리수이다.)



[23011-0062]

- 3** 그림과 같이  $\overline{AB}=4$ ,  $\angle C=\frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형  $ABC$ 가 있다. 선분  $AC$ 를  $3:1$ 로 내분하는 점을  $D$ 라 하고 점  $A$ 에서 직선  $BD$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하자.

$\angle ABC=\theta$ 라 할 때, 삼각형  $ADH$ 의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)



[23011-0089]

- 1 곡선  $x^2 + xy + 2y^2 = 7$  위의 두 점  $(\alpha, k), (\beta, k)$ 에서의 접선이 서로 수직일 때,  $\alpha\beta$ 의 값은?  
(단,  $k$ 는  $0 \leq k < 2$ 인 상수이고,  $\alpha + 4k \neq 0, \beta + 4k \neq 0$ 이다.)
- ①  $-\frac{13}{3}$       ②  $-\frac{11}{3}$       ③  $-3$       ④  $-\frac{7}{3}$       ⑤  $-\frac{5}{3}$

[23011-0119]

- 3 양의 실수  $a$ 와 함수  
$$f(x) = \begin{cases} -a \{\log_a(x+1)\}^2 + a & (-1 < x < 3) \\ 2e^{3-x} + 1 & (x \geq 3) \end{cases}$$

에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  $f(f(x)) = f(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $g(a)$ 라 하자. 함수  $g(a)$ 가  $a = k$ 에서 불연속인 모든 양수  $k$ 의 값의 합은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

[23011-0136]

- 1 양의 실수 전체의 집합에서 미분 가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여  
$$xf'(x) - f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{3x^2 + 1}}$$
을 만족시킨다.  $f(1) = 1$ 일 때,  $\int_1^4 f(x) dx = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

[23011-0138]

- 3 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_0^x (x^3 + x)f(xt) dt = a \sin x + b \cos x + c$$

를 만족시킨다.  $f(0)=2$ 일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)

[23011-0168]

- 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $t > 0$ )에서의 위치는 곡선  $y = 2e^{-\frac{x}{2}}$  위의  $x = \ln t$ 인 점이고 좌표평면

위를 움직이는 점 Q의 시각  $t$  ( $t > 0$ )에서의 위치는 곡선  $y = \frac{2}{3}\sqrt{3x}$  위의  $x = \frac{1}{3t}$ 인 점이다. 선분 PQ를 3:1

로 내분하는 점을 R라 할 때, 시각  $t=1$ 에서  $t=e$ 까지 점 R가 움직인 거리는  $p + \frac{q}{e}$ 이다. 두 유리수  $p, q$ 에 대하여  $8(p+q)$ 의 값을 구하시오.

**11**

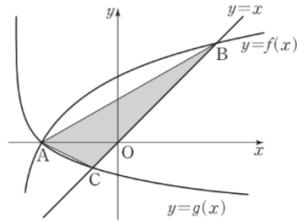
▶ 23054-0011

두 자연수  $m, n$ 에 대하여  $a=2^m, b=3^{3n+1}$ 일 때,  
 $\log_2(\log_2 a) + \log_3(\log_3 b) = 4$ 가 성립한다.  $m+n$ 의 최솟값  
 을 구하시오.

**24**

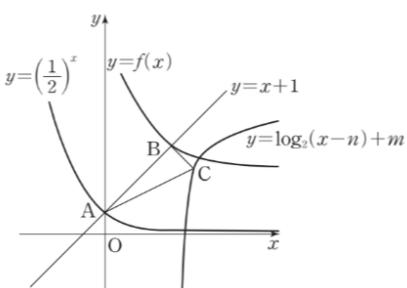
▶ 23054-0024

$a > 1$ 인 실수  $a$ 와 상수  $m$ 에 대하여 그림과 같이 함수  
 $f(x) = \log_a(x-m)$ 의 그래프와 함수  $g(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x+4)$ 의  
 그래프가  $x$ 축 위의 점 A에서 만난다. 곡선  $y=f(x)$ 가 직선  
 $y=x$ 와 제1사분면에서 만나는 점을 B, 곡선  $y=g(x)$ 가 직선  
 $y=x$ 와 만나는 점을 C라 하자. 점 C의 좌표가  $(-1, -1)$ 이고  
 삼각형 ABC의 넓이가  $\frac{15}{2}$ 일 때,  $a=2^{\frac{q}{p}}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구  
 하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

**30**

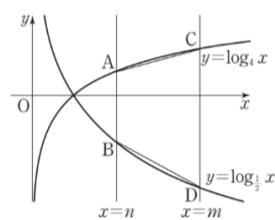
▶ 23054-0030

함수  $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향  
 으로  $n$ 만큼 평행이동하면 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 일치한다.  
 함수  $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프가  $y$ 축과 만나는 점 A는 이 평행이동  
 에 의하여 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=x+1$ 이 만나는 점 B로 이  
 동된다. 또 점 B를 지나고 기울기가  $-1$ 인 직선이 함수  
 $y=\log_2(x-n)+m$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. 삼각  
 형 ABC의 넓이가 6일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $m, n$ 은 양의 실수이다.)

**27**

▶ 23054-0027

그림과 같이 2 이상의 두 자연수  $m, n$  ( $m > n$ )에 대하여 두 곡  
 선  $y=\log_4 x, y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 가 직선  $x=n$ 과 만나는 점을 각각 A,  
 B라 하고 두 곡선  $y=\log_4 x, y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 가 직선  $x=m$ 과 만나  
 는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ABDC의 넓이가  $\frac{9}{2}$ 일 때,  
 $m+n$ 의 값을 구하시오.



**15**자연수  $a$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{3} \log_4(x-3), g(x) = \tan \frac{\pi x}{a}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

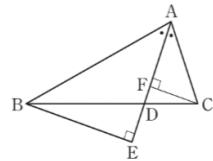
▶ 23054-0048

(가) 함수  $y=f(x)$ 의 그래프의 점근선과 함수  $y=g(x)$ 의 그래프는 만나지 않는다.

$$(나) g\left(\frac{2}{3}\right) > 1$$

정의역이  $\left\{x \mid \frac{13}{4} \leq x \leq 19\right\}$ 인 합성함수  $(g \circ f)(x)$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $12(M-m)^2$ 의 값을 구하시오.**23**

▶ 23054-0056

그림과 같이  $\overline{AB}=4\sqrt{2}$ ,  $\overline{AC}=2\sqrt{2}$ 인 예각삼각형 ABC가 있다.  $\angle A$ 의 이등분선과 변 BC가 만나는 점을 D, 점 B에서 직선 AD에 내린 수선의 발을 E, 점 C에서 직선 AD에 내린 수선의 발을 F라 하자.  $\cos(\angle ABC)=\frac{5\sqrt{2}}{8}$  일 때,  $\overline{AF} \times \overline{AE}$ 의 값을 구하시오. (단,  $\overline{AB} < \overline{BC}$ )**35**

▶ 23054-0092

모든 항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

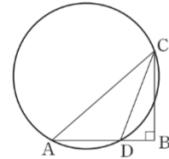
$$a_{n+1} = \begin{cases} 6a_n & (a_n \text{이 홀수}) \\ \frac{1}{2}a_n + 1 & (a_n \text{이 짝수}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_3=4$ 이고  $a_2 > a_1$ 일 때,  $a_k < a_2$ 를 만족시키는 20 이하의 자연수  $k$ 의 개수는?

- ① 7      ② 8      ③ 9  
④ 10      ⑤ 11

**22**

▶ 23054-0055

그림과 같이  $\angle ABC=90^\circ$ 이고  $\overline{AB}=3$ ,  $\overline{AC}=4$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 D라 할 때, 삼각형 ADC의 외접원의 넓이는  $\frac{q}{p}\pi$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)**07**

▶ 23054-0064

두 함수  $f(x)=\sin \pi x$ ,  $g(x)=-x-1$ 이 있다. 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 함수  $y=g(x-2n)$ 의 그래프가 만나는 점 중  $y$ 좌표가 0이 아닌 두 점을 각각  $A_n$ ,  $B_n$ 이라 하고 두 점  $A_n$ ,  $B_n$ 의  $x$ 좌표를 각각  $a_n$ ,  $b_n$  ( $a_n < b_n$ )이라 하자. 수열  $\{c_n\}$ 을  $c_n=a_n+b_n$ 이라 하고 수열  $\{c_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  $S_n > 100$ 을 만족시키는  $n$ 의 최솟값을 구하시오.

**21**

▶ 23054-0141

함수  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + k$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선  $y=f(x)$ 가  $x$ 축에 접한다.  
 (나) 함수  $|f(x)|$ 가  $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 실수  $a$ 의 개수는 2이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $k$ 는 상수이다.)

**보기**

- ㄱ. 방정식  $f'(x)=0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.  
 ㄴ. 함수  $f(x)$ 의 극댓값은 0이다.  
 ㄷ. 조건을 만족시키는 모든  $k$ 의 값의 합은 5이다.

- ① ㄱ                  ② ㄴ                  ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ              ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**30**

▶ 23054-0150

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식  $f(x)=0$ 의 모든 실근은 0, 3이다.  
 (나)  $x$ 에 대한 방정식  $|f(x)| - mx = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 실수  $m$ 의 값은  $\frac{9}{2}$ 뿐이다.

함수  $|f(x)|$ 의 극댓값은?

- ① 6                  ② 7                  ③ 8  
 ④ 9                  ⑤ 10

**11**

▶ 23054-0167

최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -3$   
 (나) 실수  $a$ 에 대하여  $\int_0^a f'(x) dx = \int_1^a f'(x) dx = 0$ 이다.

$\int_0^1 f(x) dx$ 의 값은?

- ①  $\frac{5}{12}$               ②  $\frac{1}{2}$               ③  $\frac{7}{12}$   
 ④  $\frac{2}{3}$               ⑤  $\frac{3}{4}$

## 06

모든 항이 1 이상인 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{a_n + \frac{a_n}{n^2}} - \sqrt{a_n - \frac{a_n}{n^2}} \right) = 1$$

일 때, 수열  $\left\{ n^p \times \left( \sqrt{1 + \left( \frac{1}{a_n} \right)^2} - \sqrt{1 - \left( \frac{1}{a_n} \right)^2} \right) \right\}$ 이 수렴하도록 하는 자연수  $p$ 의 최댓값을 구하시오.

▶ 23055-0196

## 12

1보다 큰 세 자연수  $a, b, c$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + b^{n+1}}{a^{n+1} + b^n} = p, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b^n + c^{n+1}}{b^{n+1} + c^n} = q$$

라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

- ㄱ.  $a > b, b = c$ 이면  $p \times q < 1$ 이다.
- ㄴ.  $p \times q > c$ 이면  $a < b < c$ 이다.
- ㄷ.  $p \times q = 1$ 이면  $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

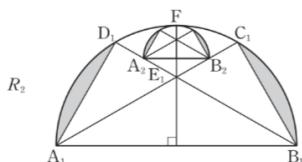
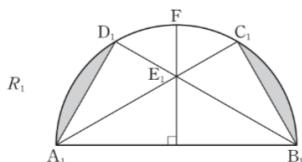
④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 22

▶ 23055-0212

그림과 같이 길이가 2인 선분  $A_1B_1$ 을 지름으로 하는 반원이 있다. 호  $A_1B_1$  위의 두 점  $C_1, D_1$ 을  $\angle C_1A_1B_1 = \angle D_1B_1A_1 = \frac{\pi}{6}$  가 되도록 잡는다. 두 선분  $A_1C_1, B_1D_1$ 의 교점을  $E_1$ , 선분  $A_1B_1$ 의 수직이등분선과 호  $A_1B_1$ 의 교점을  $F$ 라 하고, 호  $A_1D_1$ 과 선분  $A_1D_1$ 로 둘러싸인 부분과 호  $B_1C_1$ 과 선분  $B_1C_1$ 로 둘러싸인 부분에 각각 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에 선분  $D_1E_1$  위의 점  $A_2$ , 선분  $C_1E_1$  위의 점  $B_2$ 를 선분  $A_2B_2$ 가 선분  $A_1B_1$ 과 평행하고 선분  $A_2B_2$ 를 지름으로 하는 반원이 선분  $A_1B_1$ 을 지름으로 하는 반원과 점  $F$ 에서 만나도록 잡는다. 선분  $A_2B_2$ 를 지름으로 하고, 선분  $A_1B_1$ 을 지름으로 하는 반원과 점  $F$ 에서 만나는 반원에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



$$\textcircled{1} \frac{2\sqrt{3}+3}{18}\pi - \frac{2+\sqrt{3}}{4}$$

$$\textcircled{2} \frac{2\sqrt{3}+3}{18}\pi - \frac{2+\sqrt{3}}{5}$$

$$\textcircled{3} \frac{2\sqrt{3}+3}{18}\pi - \frac{2+\sqrt{3}}{6}$$

$$\textcircled{4} \frac{2\sqrt{3}+3}{18}\pi - \frac{2+\sqrt{3}}{7}$$

$$\textcircled{5} \frac{2\sqrt{3}+3}{18}\pi - \frac{2+\sqrt{3}}{8}$$

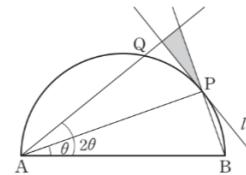
⋮

## 12

▶ 23055-0224

그림과 같이 길이가 2인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 반원이 있다. 호  $AB$  위에 두 점  $P, Q$ 를  $\angle PAB = \theta, \angle QAB = 2\theta$ 가 되도록 잡고, 호  $AB$  위의 점  $P$ 에서의 접선을  $l$ 이라 하자. 세 직선  $AQ, BP, l$ 로 둘러싸인 삼각형의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ )



## 18

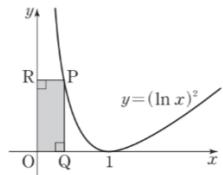
▶ 23055-0230

양의 실수  $k$ 에 대하여 곡선  $C: x^2 + xy + \frac{7}{3}y^2 = 1$  ( $x > 0$ )과 직선  $y = kx$ 가 만나는 점을  $P$ 라 하고, 곡선  $C$  위의 점  $P$ 에서의 접선을  $l$ 이라 하자. 원점  $O$ 와 직선  $l$  사이의 거리가 선분  $OP$ 의 길이와 같을 때,  $k$ 의 값을 구하시오.

**30**

▶ 23055-0242

그림과 같이 곡선  $y=(\ln x)^2$  위의 점  $P(t, (\ln t)^2)$  ( $0 < t < 1$ )에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각  $Q$ ,  $R$ 라 하자. 사각형  $OQPR$ 의 넓이의 최댓값은? (단,  $O$ 는 원점이다.)



- ①  $2e^{-3}$       ②  $2e^{-2}$       ③  $4e^{-2}$   
 ④  $2e^{-1}$       ⑤  $4e^{-1}$

**09**

▶ 23055-0254

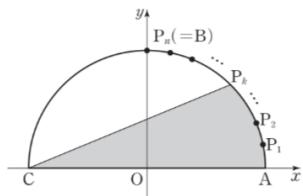
부등식

$$\int_{-n\pi}^{(2n+1)\pi} x \sin x \, dx \leq 25\pi$$

를 만족시키는 모든 자연수  $n$ 의 개수를 구하시오.**18**

▶ 23055-0263

그림과 같이 곡선  $x^2+y^2=1$  ( $y \geq 0$ ) 위의 두 점  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ 과 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여 호  $AB$ 를  $n$ 등분하는 점을 점  $A$ 에 가까운 점부터 차례로  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k, \dots, P_{n-1}$  ( $1 \leq k \leq n-1$ )이라 하고, 점  $B$ 를  $P_n$ 이라 하자. 점  $C(-1, 0)$ 에 대하여 선분  $AC$ , 선분  $CP_k$ , 호  $AP_k$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를  $S(k)$ 라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S(k)$ 의 값은?



- ①  $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{\pi}$       ②  $\frac{\pi}{8} + \frac{2}{\pi}$       ③  $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{\pi}$   
 ④  $\frac{\pi}{4} + \frac{2}{\pi}$       ⑤  $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{\pi}$

**30**

▶ 23055-0275

정의역이  $\{x | -2 < x < 2\}$ 인 함수

$$f(x) = 2 \ln(4-x^2)$$

에 대하여  $x=-1$ 에서  $x=1$ 까지의 곡선  $y=f(x)$ 의 길이는?

- ①  $2 \ln 3 - 2$       ②  $2 \ln 3 - 1$       ③  $3 \ln 3 - 2$   
 ④  $3 \ln 3 - 1$       ⑤  $4 \ln 3 - 2$