제 2 교시

번호별 기출문제집 30번(미적분)

수학 영역

홀수형

성명	

수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

Ethan Bortnick-deadly ever after

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

수학문만중수

01

220630

$t > \frac{1}{2}\ln 2$ 인 실수 t에 대하여 곡선 $y = \ln(1 + e^{2x} - e^{-2t})$과 직선 $y = x + t$가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$라 할 때, $f'(\ln 2) = \frac{q}{p}\sqrt{2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

MEMO

쓰인 개념 정리

02

191130

최고차항의 계수가 6π인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$g(x)=\dfrac{1}{2+\sin(f(x))}$이 $x=\alpha$에서 극대 또는 극소이고 $\alpha \geq 0$인 모든 α를

작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 α_1, α_2, α_3, α_4, α_5 $\cdots$ 라 할 때,

$g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\alpha_1=0$이고 $g(\alpha_1)=\dfrac{2}{5}$이다.
(나) $\dfrac{1}{g(\alpha_5)}=\dfrac{1}{g(\alpha_2)}+\dfrac{1}{2}$

$g'\left(-\dfrac{1}{2}\right)=a\pi$라 할 때, a^2의 값을 구하시오. (단, $0<f(0)<\dfrac{\pi}{2}$)

MEMO

쓰인 개념 정리

03

220730

최고차항의 계수가 3보다 크고 실수 전체의 집합에서 최솟값이 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=e^{x}f(x)$$

이다. 양수 k에 대하여 집합 $\{x|g(x)=k,\ x\text{는 실수}\}$의 모든 원소의 합을 $h(k)$라 할 때, 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(k)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $h(k)$가 $k=t$에서 불연속인 t의 개수는 1이다.
>
> (나) $\lim_{k\to 3e+} h(k)-\lim_{k\to 3e-} h(k)=2$

$g(-6)\times g(2)$의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x\to -\infty} x^{2}e^{x}=0$)

MEMO

쓰인 개념 정리

04

190730

$x=a(a>0)$에서 극댓값을 갖는 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\cos \pi x}{f(x)} & (f(x)\neq 0) \\ \dfrac{7}{128}\pi^2 & (f(x)=0) \end{cases}$$

일 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g'(0)\times g'(2a)\neq 0$
(나) 함수 $g(x)$는 $x=a$에서 극값을 갖는다.

$g(1)=\dfrac{2}{7}$일 때, $g(-1)=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

MEMO

쓰인 개념 정리

05

180930

함수 $f(x)=\ln(e^x+1)+2e^x$에 대하여 이차함수 $g(x)$와 실수 k는 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $h(x)=\lvert g(x)-f(x-k)\rvert$는 $x=k$에서 최솟값 $g(k)$를 갖고, 닫힌 구간 $[k-1,\ k+1]$에서 최댓값 $2e+\ln\left(\frac{1+e}{\sqrt{2}}\right)$를 갖는다.

$g'\left(k-\frac{1}{2}\right)$의 값을 구하시오. (단, $\frac{5}{2}<e<3$이다.)

MEMO

쓰인 개념 정리

06

21예시30

두 양수 a, $b(b<1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+ax & (x\le 0) \\ \dfrac{\ln(x+b)}{x} & (x>0) \end{cases}$$

이라 하자. 양수 m에 대하여 직선 $y=mx$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(m)$이라 할 때, 함수 $g(m)$은 다음 조건을 만족시킨다.

$\lim\limits_{m\to\alpha-} g(m)-\lim\limits_{m\to\alpha+} g(m)=1$을 만족시키는 양수 α가 오직 하나 존재하고, 이 α에 대하여 점 $(b, f(b))$는 직선 $y=\alpha x$와 곡선 $y=f(x)$의 교점이다.

$ab^2=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이고, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$이다.)

MEMO

쓰인 개념 정리

07

201130

양의 실수 t에 대하여 곡선 $y=t^3\ln(x-t)$가 곡선 $y=2e^{x-a}$와 오직 한 점에서 만나도록 하는 실수 a의 값을 $f(t)$라 하자. $\left\{f'\left(\frac{1}{3}\right)\right\}^2$의 값을 구하시오.

MEMO

쓰인 개념 정리

08

210930

다음 조건을 만족시키는 실수 a, b에 대하여 ab의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자.

> 모든 실수 x에 대하여 부등식
> $$-e^{-x+1} \le ax+b \le e^{x-2}$$
> 이 성립한다.

$|M \times m| = \dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

MEMO

쓰인 개념 정리

09

230930

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 구간 $(0, \infty)$에서 $g(x) \geq 0$인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \leq -3$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq f(-3)$이다.
(나) $x > -3$인 모든 실수 x에 대하여 $g(x+3)\{f(x)-f(0)\}^2 = f'(x)$이다.

$\displaystyle\int_4^5 g(x)dx = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

MEMO

쓰인 개념 정리

10

181130

실수 t에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} 1-|x-t| & (|x-t|\le 1) \\ 0 & (|x-t|>1) \end{cases}$$

이라 할 때, 어떤 홀수 k에 대하여 함수

$$g(t)=\int_{k}^{k+8} f(x)\cos(\pi x)dx$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $g(t)$가 $t=\alpha$에서 극소이고 $g(\alpha)<0$인 모든 α를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 α_1, α_2, $\cdots$, α_m(m은 자연수)라 할 때,
>
> $\sum_{i=1}^{m}\alpha_i=45$이다.

MEMO

쓰인 개념 정리