1. $\log_2 \frac{8}{9} + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} 18$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\log_2 \frac{8}{9} + \log_2 18$

$= \log_2 16 = 4$

2. 함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ 일 때, $\lim_{x \to \infty} \frac{3x+1}{f(x)+x}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$\lim_{x \to \infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\frac{f(x)}{x} + 1} = \frac{3}{2+1} = 1$

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$S_6 = 21S_2, \quad a_6 - a_2 = 15$$

일 때, a_3의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

$\frac{S_6}{S_2} = \frac{r^6-1}{r^2-1} = r^4+r^2+1=21$

$r^2=4$

$r=2$

$ar^5-ar=15$

$ar(r^4-1)=15$

$2a\times15=15$, $a=\frac{1}{2}$

$a_3=ar^2=2$

4. 함수 $f(x)=x^3+ax+b$에 대하여 $\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)}{h}=5$일 때, ab의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

$f'=3x^2+a$

$f(1)=0$ $a+b+1=0$

$f'(1)=5$ $3+a=5$, $a=2$

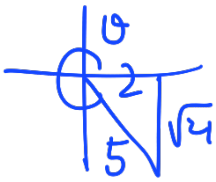
$b=-3$

5. $\sin\theta < 0$ 이고 $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{5}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{21}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{21}}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{21}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{21}}{2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{2}{5}$

$\cos\theta = \frac{2}{5}$



$\tan\theta = \frac{-\sqrt{21}}{2}$

6. 모든 실수 t 에 대하여 다항함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(t,\ f(t))$ 에서의 접선의 기울기가 $-6t^2 + 2t$ 이다. 곡선 $y = f(x)$ 가 점 $(1,\ 1)$ 을 지날 때, $f(-1)$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x) = -6x^2 + 2x$

$f(x) = -2x^3 + x^2 + c$

$f(1) = -2 + 1 + c = 1$

$c = 2$

$f(-1) = 2 + 1 + c = 5$

7. 다음 조건을 만족시키는 모든 유리수 r의 값의 합은? [3점]

(가) $1 < r < 9$
(나) r를 기약분수로 나타낼 때, 분모는 7이고 분자는 홀수이다.

① 102 ② 108 ③ 114 ④ 120 ⑤ 126

$\frac{7}{7} < r < \frac{63}{7}$

$$\left(\frac{9}{7}+\frac{11}{7}+\cdots+\frac{63}{7}\right)-\left(\frac{21}{7}+\frac{35}{7}+\frac{49}{7}+\frac{63}{7}\right)$$

$$= \frac{1}{7} \times \frac{28(9+63)}{2} - (3+5+7+9)$$

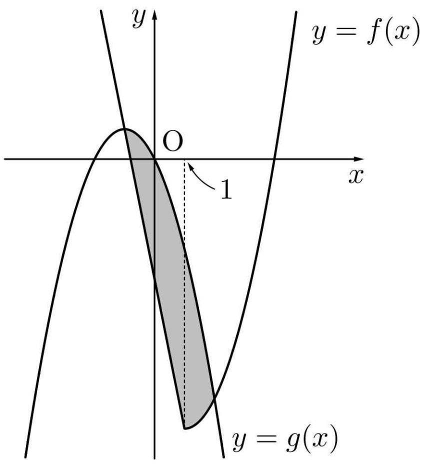
$$= 144 - 24 = 120$$

8. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} -5x-4 & (x<1) \\ x^2-2x-8 & (x\geq 1) \end{cases}, \quad g(x)=-x^2-2x$$

에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{34}{3}$ ② 11 ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{31}{3}$ ⑤ 10



$-5x-4=-x^2-2x$

$x^2-3x-4=0$

$x=-1, 4$

$x^2-2x-8=-x^2-2x$

$2x^2-8=0$

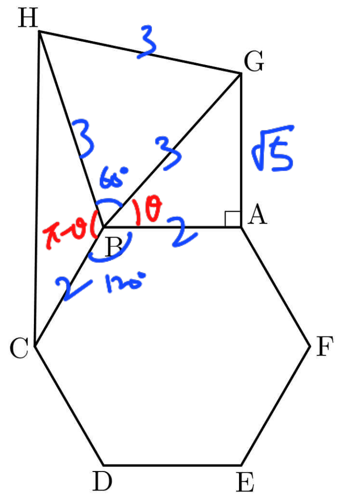
$x=-2, 2$

$$\int_{-1}^{1}(-x^2\cancel{+3x}+4)dx+\int_{1}^{2}(-2x^2+8)dx$$

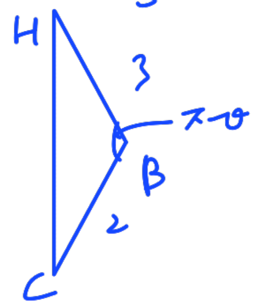
$$=2\left[-\frac{1}{3}x^3+4x\right]_0^1+\left[-\frac{2}{3}x^3+8x\right]_1^2$$

$$=\frac{22}{3}+\left(-\frac{16}{3}+16\right)-\left(-\frac{2}{3}+8\right)=\frac{32}{3}$$

9. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 ABCDEF에 대하여 점 G를 $\overline{AG}=\sqrt{5}$, $\angle\mathrm{BAG}=\frac{\pi}{2}$가 되도록 잡고, 점 H를 삼각형 BGH가 정삼각형이 되도록 잡는다. 선분 CH의 길이는?
(단, 점 G는 정육각형의 외부에 있고, 두 선분 AF, BH는 만나지 않는다.) [4점]



$\cos\theta = \frac{2}{3}$



$\overline{CH}^2 = 9+4-2\cdot3\cdot2\cdot\cos(\pi-\theta)$
$= 13 - 12\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) = 21$

① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $\sqrt{23}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

$\overline{CH} = \sqrt{21}$

10. 함수

$$f(x)=\int_a^x (3t^2+bt-5)\,dt \quad (a>0)$$

이 $x=-1$에서 극값 0을 가질 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 1　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{5}{3}$　④ 2　⑤ $\frac{7}{3}$

$f(a)=0$

$f'(x)=3x^2+bx-5$

$f'(-1)=3-b-5=0,\ b=-2,\ f'=3x^2-2x-5$

$f(x)=x^3-x^2-5x+c$

$f(-1)=-1-1+5+c=0,\ c=-3$

$f(a)=a^3-a^2-5a-3=0$

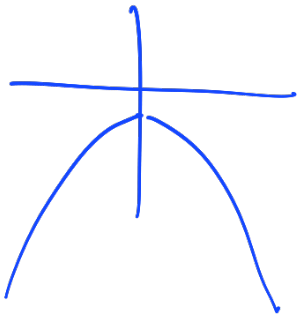
$(a-3)(a^2+2a+1)=0$

$a=3,-1\quad \therefore a=3\ (\because a>0)$

$a+b=3-2=1$

11. 함수 $f(x)=-2^{|x-a|}+a$의 그래프가 x축과 두 점 A, B에서 만나고 $\overline{\mathrm{AB}}=6$이다. 함수 $f(x)$가 $x=p$에서 최댓값 q를 가질 때, $p+q$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

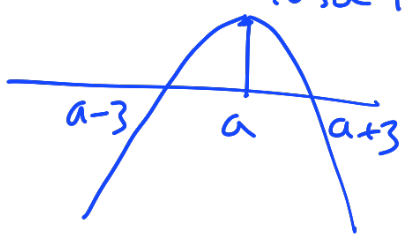


$y=-2^{|x|}$

$y=-2^{|x|}$ (우함수)

$x\geq 0 \rightarrow y=-2^{x}$

$y=-2^{|x-a|}+a$



$f(a+3)=-2^{3}+a=0,\ a=8$

$x=8 \rightarrow$ 최댓값 7

$\parallel$ $\parallel$

p q

$p+q=15$

12. 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $f(x)$와 상수 a에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<0) \\ a-f(-x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 0}\frac{g(x)-g(0)}{x}=-4$
(나) 함수 $g(x)$의 극솟값은 0이다.

$g(-a)$의 값은? [4점]

① -40 ② -36 ③ -32 ④ -28 ⑤ -24

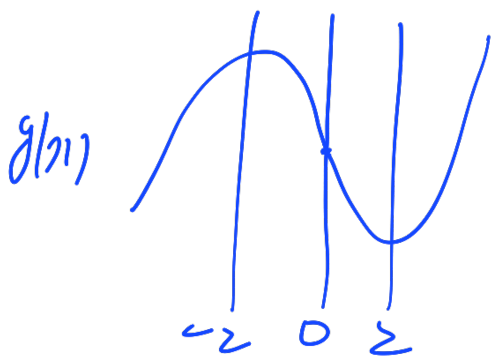
(가) $\lim_{x\to 0}(g(x)-g(0))=0$ ⇒ $g(x)$는 $x=0$에서 연속

$f(0)=a-f(0)$, $f(0)=\frac{a}{2}$

$g'(0)=-4$ ⇒ $f'(0)=-4$

$\therefore f(x)=-x^2-4x+\frac{a}{2}=-(x+2)^2+4+\frac{a}{2}$

$a-f(-x)=(x-2)^2-4+\frac{a}{2}$



극소 ⇒ $g(2)=\frac{a}{2}-4=0$

$a=8$

$\therefore g(-a)=g(-8)=f(-8)$

$=-36+4+4$

$=-28$

13. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=-3$, $a_{20}=1$이고, 3 이상의 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_{n-1}$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{50} a_n$의 값은? [4점]

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

$S_{n+1} = a_n$

$- \quad S_n = a_{n-1} \quad (n \geq 3)$

$a_{n+1} = a_n - a_{n-1} \quad (n \geq 3)$

$n=3 \rightarrow a_1 + \cancel{a_2} + a_3 = \cancel{a_2}$, $a_3 = -a_1 = 3$

$a_2 = p$

$-3, p, 3, 3-p, -p, -3, p-3, p, 3, 3-p, \cdots$

$a_{20} = p = 1$ ○

$\therefore \sum_{1}^{50} a_n = a_{49} = a_7 = p-3 = -2$

14. 실수 k에 대하여 함수 $f(x)$를

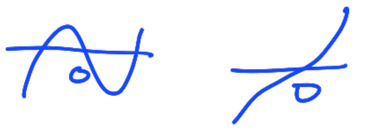
$$f(x)=x^3-kx \quad = x(x^2-k)$$

라 하고, 실수 a와 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$k>0$ $k\leq 0$

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a \text{ 또는 } x>a+1) \\ -f(x) & (a\leq x\leq a+1) \end{cases}$$

$f(x)$



이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 두 실수 k, a의 값에 관계없이 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

ㄴ. $k=4$일 때, 함수 $g(x)$가 $x=p$에서 불연속인 실수 p의 개수가 1이 되도록 하는 모든 실수 a의 개수는 ~~3~~ 6이다.

ㄷ. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 순서쌍 (k, a)의 개수는 ~~2~~ 3이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

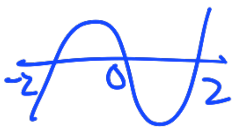
ㄱ. $\begin{cases} a\neq 0 \\ a+1\neq 0 \end{cases} \Rightarrow g(x)$는 $x=0$ 연속

$a=0 \Rightarrow g(0^-)=g(0^+)=g(0)=0$

$a=-1 \Rightarrow g(0^-)=g(0^+)=g(0)=0$

$\therefore x=0$ 연속

ㄴ. $k=4 \Rightarrow f(x)=x(x+2)(x-2)$



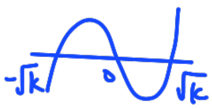
ex) $p=0$

여기 불연속

$x=p$ 불연속 1개 $\Rightarrow p=-3,-2,-1,0,1,2$ 6개

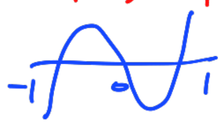
불연속 -3, -1, -1, 1, 1, 3

ㄷ. $\begin{cases} f(a)=0 \\ f(a+1)=0 \end{cases} \Rightarrow$



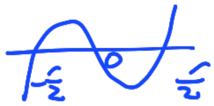
간격 : 1

$k=1$



$a=-1, 0$

$k=\frac{1}{4}$



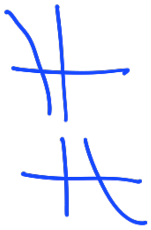
$a=-\frac{1}{2}$

k	a
1	-1
1	0
$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$

3개

15. 0이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

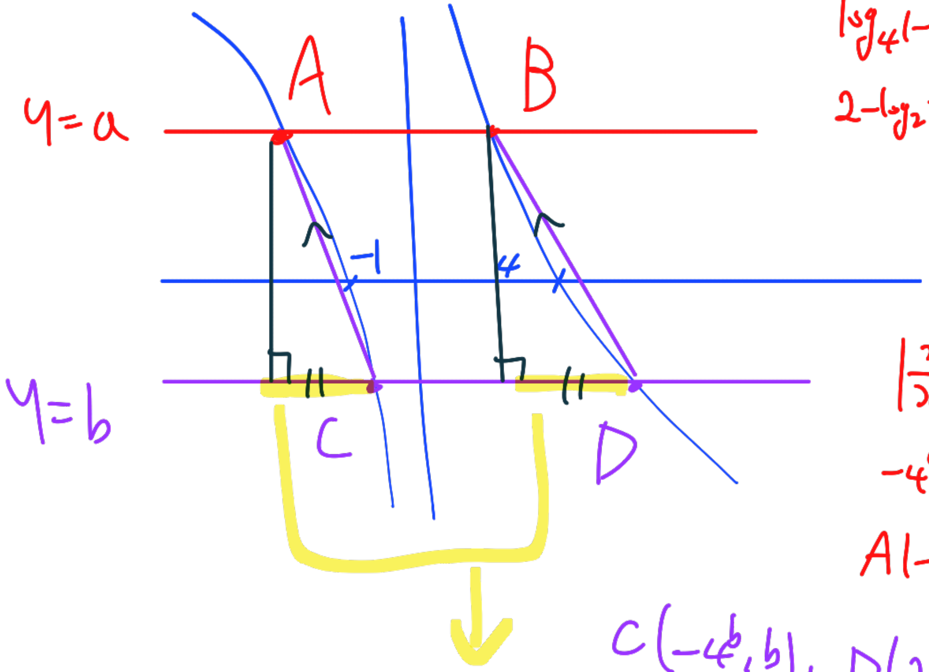
$$f(x)=\begin{cases} \log_4(-x) & (x<0) \\ 2-\log_2 x & (x>0) \end{cases}$$



이 있다. 직선 $y=a$와 곡선 $y=f(x)$가 만나는 두 점 A, B의 x좌표를 각각 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$라 하고, 직선 $y=b$와 곡선 $y=f(x)$가 만나는 두 점 C, D의 x좌표를 각각 x_3, x_4 $(x_3<x_4)$라 하자. $\left|\dfrac{x_2}{x_1}\right|=\dfrac{1}{2}$이고 두 직선 AC와 BD가 서로 평행할 때, $\left|\dfrac{x_4}{x_3}\right|$의 값은?

(단, a, b는 $a\neq b$인 상수이다.) [4점]

① $3+3\sqrt{3}$ ② $5+2\sqrt{3}$ ③ $4+3\sqrt{3}$ ④ $6+2\sqrt{3}$ ⑤ $5+3\sqrt{3}$



$\log_4(-x)=a \rightarrow x=-4^a$

$2-\log_2 x=a \rightarrow x=2^{2-a}$

$A(-4^a, a)$, $B(2^{2-a}, a)$

$\quad\ \ x_1 \qquad\quad x_2$

$\left|\dfrac{x_2}{x_1}\right|=\dfrac{1}{2} \Rightarrow x_1=-2x_2$

$-4^a=-2\cdot 2^{2-a}$, $2^{2a}=2^{3-a}$, $a=1$

$A(-4, 1)$, $B(2, 1)$

$C(-4^b, b)$, $D(2^{2-b}, b)$

$AC//BD \Rightarrow -4^b-(-4)=2^{2-b}-2$, $2^b=t\ (t>0)$

$-t^2+4=\dfrac{4}{t}-2$, $t^3-6t+4=0$

$(t-2)(t^2+2t-2)=0$

$t=2 \rightarrow b=1=a\ (\times)$ $\quad \hookrightarrow t=-1\pm\sqrt{3}$, $t>0$

$t=2^b=-1+\sqrt{3}$, $\left|\dfrac{x_4}{x_3}\right|=\dfrac{2^{2-b}}{4^b}=2^{2-3b}=\dfrac{4}{2^{3b}}=4\times\left(\dfrac{1}{2^b}\right)^3=4\times\dfrac{3\sqrt{3}+1+3\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{8}$

$\dfrac{1}{2^b}=\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

$=\dfrac{10+6\sqrt{3}}{2}=5+3\sqrt{3}$

16. $a^4-8a^2+1=0$일 때, a^4+a^{-4}의 값을 구하시오. [3점]

$\boxed{62}$

$a^2+a^{-2}=8$

$a^4+a^{-4}=(a^2+a^{-2})^2-2=62$

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = (x^3 - 2x)f(x)$$

라 하자. $f(2) = -3$, $f'(2) = 4$일 때, 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$에서의 접선의 y절편을 구하시오. [3점]

$\boxed{16}$

$g'(x) = (3x^2-2)f(x) + (x^3-2x)f'(x)$

$g(2) = 4f(2) = -12$

$g'(2) = 10f(2) + 4f'(2) = -30+16 = -14$

$y = -14(x-2) - 12$

$y = -14x + 16$

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{7}(a_k+k)=50,\quad \sum_{k=1}^{7}(a_k+2)^2=300$$

일 때, $\sum_{k=1}^{7}{a_k}^2$의 값을 구하시오. [3점]

$\boxed{184}$

$\sum_{1}^{7}a_k + \frac{7\cdot 8}{2}=50$, $\sum_{1}^{7}a_k=22$

$\sum_{1}^{7}{a_k}^2+4\sum_{1}^{7}a_k+28=300$

$\sum_{1}^{7}{a_k}^2 = 272-88=184$

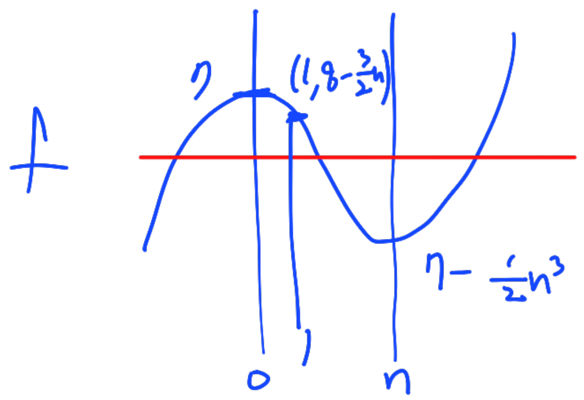
19. x에 대한 방정식

$$f(x)=x^3-\frac{3n}{2}x^2+7=0$$

의 1보다 큰 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [3점]

$\boxed{12}$

$f' = 3x^2-3nx = 3x(x-n)$



$7-\frac{1}{2}n^3 < 0 < 8-\frac{3}{2}n$

$$\begin{cases} n^3 > 14 \\ n < \frac{16}{3} \end{cases}$$

$n = 3, 4, 5$

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t>0)$에서의 가속도 $a(t)$가

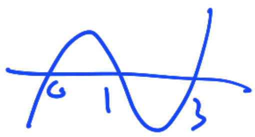
$$a(t)=3t^2-8t+3$$

이다. 점 P가 시각 $t=1$과 시각 $t=\alpha\ (\alpha>1)$에서 운동 방향을 바꿀 때, 시각 $t=1$에서 $t=\alpha$까지 점 P가 움직인 거리는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$\boxed{11}$

$v(t)=t^3-4t^2+3t+C$

$v(1)=C=0,\quad v(t)=t(t-1)(t-3),\quad \alpha=3$



$$\int_1^3 |v(t)|\,dt=-\int_1^3 (t^3-4t^2+3t)\,dt$$

$$=-\left[\frac{1}{4}t^4-\frac{4}{3}t^3+\frac{3}{2}t^2\right]_1^3$$

$$=-\left(\left(\frac{81}{4}-36+\frac{27}{2}\right)-\left(\frac{1}{4}-\frac{4}{3}+\frac{3}{2}\right)\right)$$

$$=-\left(20-36+\frac{4}{3}+12\right)=\frac{8}{3}=\frac{q}{p}$$

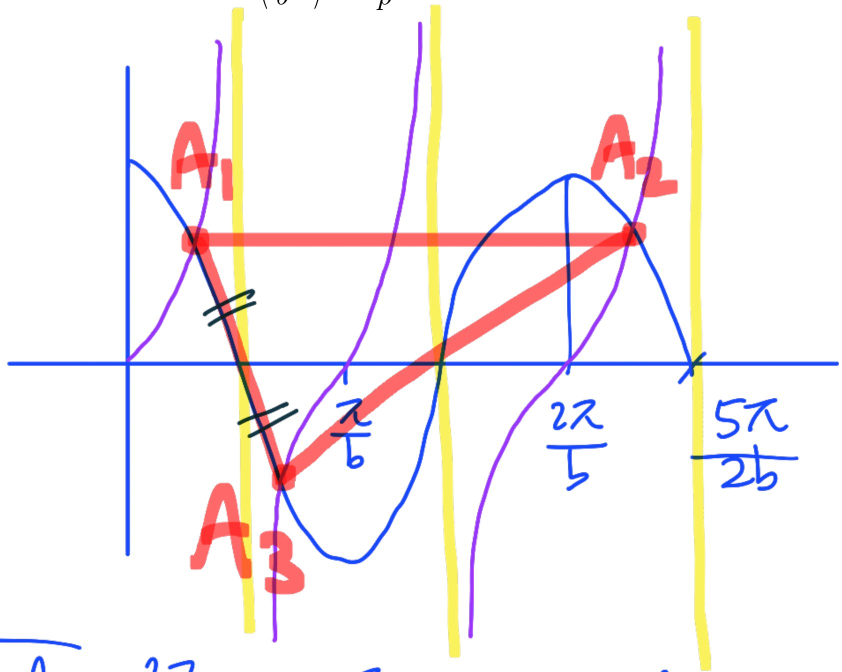
21. 두 양수 a, b에 대하여 두 함수

$$y = 3a\tan bx, \quad y = 2a\cos bx$$

주기 $\frac{\pi}{b}$ 주기 $\frac{2\pi}{b} = \frac{4\pi}{2b}$

의 그래프가 만나는 점 중에서 x좌표가 0보다 크고 $\frac{5\pi}{2b}$보다 작은 세 점을 x좌표가 작은 점부터 x좌표의 크기순으로 A_1, A_2, A_3이라 하자. 선분 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_3$을 지름으로 하는 원이 점 A_2를 지나고 이 원의 넓이가 π일 때, $\left(\frac{a}{b}\pi\right)^2 = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

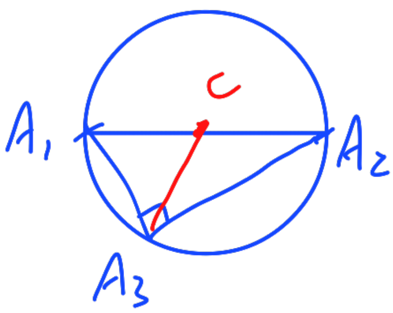
$\boxed{29}$



$\overline{A_1A_2} = \frac{2\pi}{b}$, $r = \frac{\pi}{b}$, $S = \pi r^2 = \frac{\pi^3}{b^2} = \pi$, $\therefore b = \pi$,

$\begin{cases} y = 3a\tan \pi x \\ y = 2a\cos \pi x \end{cases}$

주기 : 2



$3a\tan bx = 2a\cos bx$

$\frac{3}{2} = \frac{c}{t} = \frac{c^2}{s} = \frac{1-s^2}{s}$

$3s = 2 - 2s^2$

$2s^2 + 3s - 2 = 0$

$2s \quad -1$

$s \quad +2$

$s = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \pi x = \frac{1}{2}$,

$A_1\left(\frac{1}{6}, \sqrt{3}a\right)$

$A_2\left(\frac{13}{6}, \sqrt{3}a\right)$

$A_3\left(\frac{5}{6}, -\sqrt{3}a\right)$

$C\left(\frac{7}{6}, \sqrt{3}a\right)$

$\overline{CA_1} = \overline{CA_3} = 1$,

$\sqrt{\frac{1}{9} + 12a^2} = 1$

$12a^2 = \frac{8}{9}$, $a^2 = \frac{2}{27}$, $\left(\frac{a\pi}{b}\right)^2 = a^2 = \frac{2}{27} = \frac{q}{p}$

22. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=x|f(x)| = \begin{cases} xf(x) & (f(x)\ge 0) \\ -xf(x) & (f(x)<0) \end{cases}$$

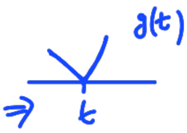
가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 극한

$$\lim_{h\to 0+}\left\{\frac{g(t+h)}{h}\times\frac{g(t-h)}{h}\right\} = \alpha \Rightarrow g(t)^2=0\ \ -g'(t^+)\times g'(t^-)>0$$

$(g(t)=0$

가 양의 실수로 수렴하는 실수 t의 개수는 1이다. $g'(t^+)\times g'(t^-)<0 \Rightarrow$



t존재 $\Rightarrow f$의 $D>0$

(나) x에 대한 방정식 $\{g(x)\}^2+4g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$\Rightarrow g(x)=0$ or -4

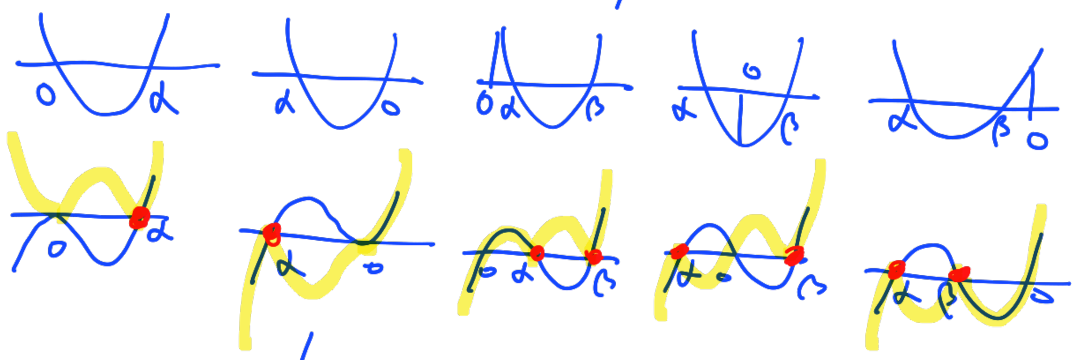
$g(3)$의 값을 구하시오. [4점] $\boxed{54}$

$g(t)=0$ & $g'(t^+)g'(t^-)<0 \Rightarrow t$: 1개,

$f(x)$

$xf(x)$

$g(x)$



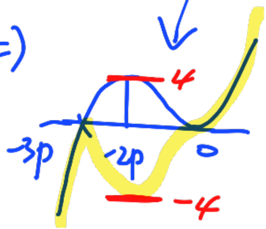
$g(x)=\begin{cases} xf(x) & \begin{pmatrix} x\le\alpha \\ x\ge\beta \end{pmatrix} \\ -xf(x) & (\alpha<x<\beta) \end{cases}$

$\alpha\le x\le\beta$ ⇓ 기축 재는6 / $\begin{pmatrix} x<\alpha \\ x>\beta \end{pmatrix}$ ⇓ 2세3

(가)만족 t: 1개, 1개, 2개, 2개, 2개

(나)만족 $\Rightarrow$

$g(x)=0$
$g(x)=-4$



$xf(x)=x^2(x+3p)$

$-2p \Rightarrow 4p^2\cdot p=4,\ p=1$

$xf(x)=x^2(x+3),\ g(3)=3f(3)=54$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2024학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수학 영역 확률과 통계

23. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	4	6	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	a	b	1

$\mathrm{E}(X)=5$ 일 때, $b-a$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

$2a+b=1$

$2a+4a+6b=5$

$-)\ a+b=\frac{5}{6}$

$a=\frac{1}{6}$

$b=\frac{4}{6}$

$b-a=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

24. 한 개의 주사위와 한 개의 동전이 있다. 이 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수만큼 반복하여 이 동전을 던질 때, 동전의 앞면이 나오는 횟수가 5일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{48}$　② $\frac{1}{24}$　③ $\frac{1}{16}$　④ $\frac{1}{12}$　⑤ $\frac{5}{48}$

주사위 눈 5 $\Rightarrow \frac{1}{6} \times {}_5C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{32}$

주사위 눈 6 $\Rightarrow \frac{1}{6} \times {}_6C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{6} \times \frac{3}{32}$

$\frac{1}{6} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{48}$

25. 다항식 $(ax+1)^7$의 전개식에서 x^5의 계수와 x^3의 계수가 서로 같을 때, x^2의 계수는? (단, a는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

① 28　② 35　③ 42　④ 49　⑤ 56

${}_7C_5 (ax)^5 \rightarrow 21a^5$

${}_7C_3 (ax)^3 \rightarrow 35a^3$

$a^2 = \frac{5}{3}$

${}_7C_2 (ax)^2 = 35x^2$

26. 육군사관학교 모자 3개, 해군사관학교 모자 2개, 공군사관학교 모자 3개가 있다. 이 8개의 모자를 모두 일렬로 나열할 때, 양 끝에는 서로 다른 사관학교의 모자가 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 사관학교의 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 360 ② 380 ③ 400 ④ 420 ⑤ 440

AAA BB CCC

양 끝

A&B $\Rightarrow 2 \times \frac{6!}{3!2!} = 120$

A&C $\Rightarrow 2 \times \frac{6!}{2!2!2!} = 180$

B&C $\Rightarrow 2 \times \frac{6!}{3!2!} = 120$

420

27. 7개의 문자 a, b, c, d, e, f, g를 모두 한 번씩 사용하여 왼쪽에서 오른쪽으로 임의로 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [3점]

(가) a와 b는 이웃하고, a와 c는 이웃하지 않는다. (나) c는 a보다 왼쪽에 있다.

① $\frac{1}{42}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{1}{14}$ ④ $\frac{2}{21}$ ⑤ $\frac{5}{42}$

전체 : 7!

v d v e v f v g v 4!

i) ab , c 따로 ⇒ $_5C_2 \times 2 = 20$

ex) d c e ab f g

ii) ab , c 같이 ⇒ $_5C_1 \times 1 = 5$

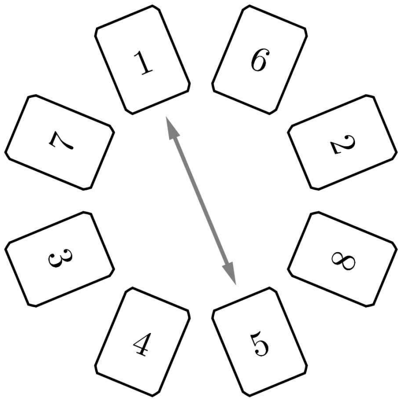
↳ $\boxed{c\ b\ a}$ 순서

ex) d e f cba g

25

$\therefore \frac{4! \times 25}{7!} = \frac{25}{7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{5}{42}$

28. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 8장의 카드를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 한 장의 카드와 이 카드로부터 시계 방향으로 네 번째 위치에 놓여 있는 카드는 서로 마주 보는 위치에 있다고 하자. 서로 마주 보는 위치에 있는 카드는 4쌍이 있다. 예를 들어, 그림에서 숫자 1, 5가 적혀 있는 두 장의 카드는 서로 마주 보는 위치에 있고, 숫자 1, 4가 적혀 있는 두 장의 카드는 서로 마주 보는 위치에 있지 않다.



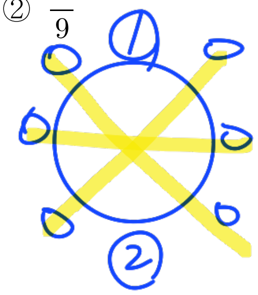
1 2 3 4 5 6 7 8

이 8장의 카드를 일정한 간격을 두고 원형으로 임의로 배열하는 시행을 한다. 이 시행에서 서로 마주 보는 위치에 있는 두 장의 카드에 적혀 있는 두 수의 차가 모두 같을 때, 숫자 1이 적혀 있는 카드와 숫자 2가 적혀 있는 카드가 서로 이웃할 확률은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

i) 차 1

2 1
4 3
6 5
8 7

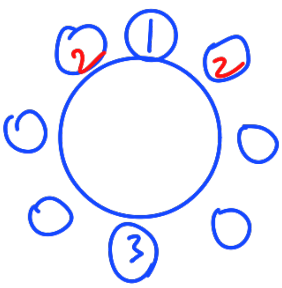


전체: $3!\times 2^3=48$

1&2 이웃 ×

ii) 차 2

3 1
4 2
7 5
8 6

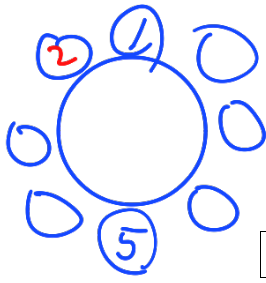


전체: $3!\times 2^3=48$

1&2 이웃: $2\times(2!\times 2^2)=16$

iii) 차 4

5 1
6 2
7 3
8 4



전체: $3!\times 2^3=48$

1&2 이웃: $2\times(2!\times 2^2)=16$

$$\frac{16+16}{48+48+48}=\frac{32}{144}=\frac{2}{9}$$

29. 어느 공장에서 생산하는 과자 1개의 무게는 평균이 150 g, 표준편차가 9 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산하는 과자 중에서 임의로 n개를 택해 하나의 세트 상품을 만들 때, 세트 상품 1개에 속한 n개의 과자의 무게의 평균이 145 g 이하인 경우 그 세트 상품은 불량품으로 처리한다. 이 공장에서 생산하는 세트 상품 중에서 임의로 택한 세트 상품 1개가 불량품일 확률이 0.07 이하가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하시오.
(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5) = 0.43$으로 계산한다.) [4점]

$X \sim N(150, 9^2)$

$\bar{X} \sim N\left(150, \left(\frac{9}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$

$\boxed{8}$

$P(\bar{X} \le 145) = P\left(Z \le \frac{-5}{\frac{9}{\sqrt{n}}}\right) = P\left(Z \le -\frac{5\sqrt{n}}{9}\right) \le 0.07$

$-\frac{5\sqrt{n}}{9} \le -1.5$

$\frac{5\sqrt{n}}{9} \ge \frac{3}{2}, \quad \sqrt{n} \ge \frac{27}{10} = 2.7$

$n \ge 7.29$

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 연필 5자루와 같은 종류의 공책 5권을 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있고, 공책을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

$\boxed{166}$

(가) 학생 A가 받는 연필의 개수는 4 이상이다. (나) 공책보다 연필을 더 많이 받는 학생은 1명뿐이다.

	A	B	C	D
연	5	0	0	0
공				

A

5 0 0 0

$\Rightarrow {}_4H_5 - 1 = 55$

연	4	1	0	0
공	기	0	니	2

B

연필 1개 B, C, D

기	니	2
4	1	0
4	0	1
5	0	0

$3\times3=9$

연	4	1	0	0
공	a	b	c	d

A

연필 1개 B, C, D

$a+b+c+d=5$

$0\le a\le3$, $b\ge1$, $c\ge0$, $d\ge0$

4 1 0 0

$\Rightarrow 3\times({}_4H_4 - 1) = 102$

$\Rightarrow 55+9+102=166$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2024학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수학 영역 미적분

23. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_n = 4^{n+1} - 3n$일 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{a_n}{4^{n-1}}$의 값은? [2점]

① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

$a_n = S_n - S_{n-1} = 3 \cdot 4^n - 3$

$\lim_{n \to \infty} \frac{3 \cdot 4^n - 3}{4^{n-1}} = 12$

24. 함수 $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2}$ 에 대하여 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{n+k}{n}\right)$ 의 값은? [3점]

$1+\frac{k}{n}$

① $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln 2$ ② $\frac{1}{2}+\ln 2$ ③ $1+\frac{1}{2}\ln 2$ ④ $1+\ln 2$ ⑤ $\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\ln 2$

$1+\frac{k}{n} \to x$

$\frac{1}{n} \to dx$

$$\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)dx$$
$$= \left[\ln x - \frac{1}{x}\right]_1^2$$
$$= \left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) - (\ln 1 - 1)$$
$$= \ln 2 + \frac{1}{2}$$

25. 곡선 $\pi\cos y + y\sin x = 3x$ 가 x축과 만나는 점을 A라 할 때, 이 곡선 위의 점 A에서의 접선의 기울기는? [3점]

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

$y=0 \Rightarrow \pi = 3x,\ x=\frac{\pi}{3},\ A\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$

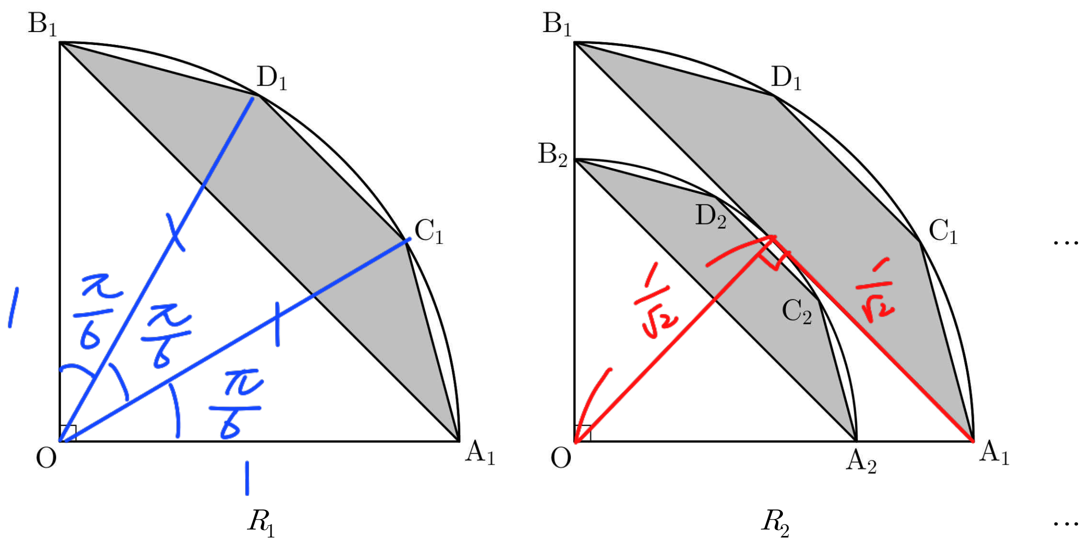
$-\pi\sin y \times y' + y'\sin x + y\cos x = 3$

$\left(\frac{\pi}{3}, 0\right) \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}y' = 3,\ y' = 2\sqrt{3}$

26. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $\mathrm{OA_1B_1}$이 있다. 호 $\mathrm{A_1B_1}$의 삼등분점 중 점 $\mathrm{A_1}$에 가까운 점을 $\mathrm{C_1}$, 점 $\mathrm{B_1}$에 가까운 점을 $\mathrm{D_1}$이라 하고, 사각형 $\mathrm{A_1C_1D_1B_1}$에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 중심이 O이고 선분 $\mathrm{A_1B_1}$에 접하는 원이 선분 $\mathrm{OA_1}$과 만나는 점을 $\mathrm{A_2}$, 선분 $\mathrm{OB_1}$과 만나는 점을 $\mathrm{B_2}$라 하고, 중심이 O, 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{OA_2}}$, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $\mathrm{OA_2B_2}$를 그린다. 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 $\mathrm{C_2}$, $\mathrm{D_2}$를 잡고, 사각형 $\mathrm{A_2C_2D_2B_2}$에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{13}{24}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

$a^2 = 1+1-2\cdot1\cdot1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3}$

$S_1 = 3\times \text{◁}OBD_1 - \triangle OA_1B_1$

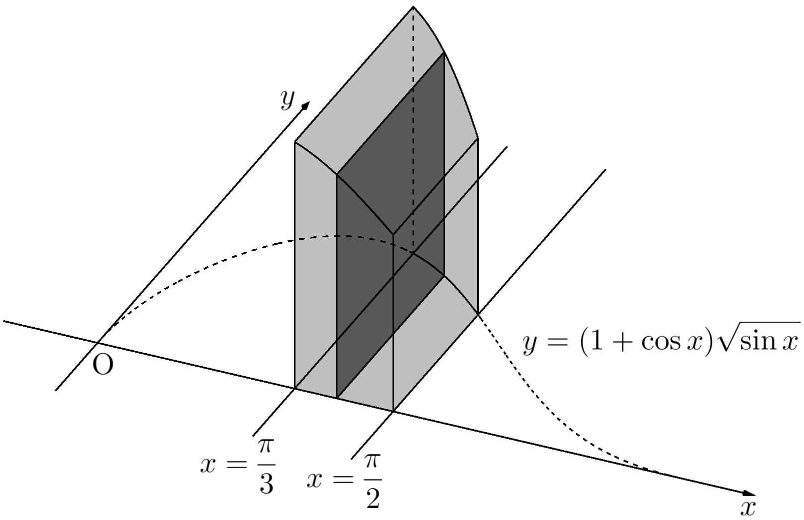
$= 3\times\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}$

$l\ \ 1 : \frac{1}{\sqrt{2}}$

$S\ \ 1 : \frac{1}{2}$

$\frac{\frac{\pi}{4}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

27. 그림과 같이 곡선 $y=(1+\cos x)\sqrt{\sin x}\ \left(\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{\pi}{2}\right)$와 x축 및 두 직선 $x=\frac{\pi}{3}$, $x=\frac{\pi}{2}$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{5}{12}$　② $\frac{13}{24}$　③ $\frac{2}{3}$　④ $\frac{19}{24}$　⑤ $\frac{11}{12}$

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos x)^2 \sin x\,dx$$

$1+\cos x = t$

$-\sin x\,dx = dt$

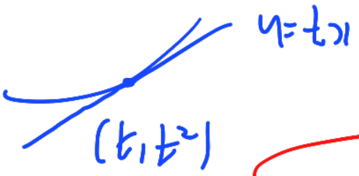
$$-\int_{\frac{3}{2}}^{1} t^2\,dt = -\frac{1}{3}t^3\Big|_{\frac{3}{2}}^{1}$$

$$= -\frac{1}{3}\left(1-\frac{27}{8}\right) = \frac{19}{24}$$

28. 양의 실수 t와 상수 $k\,(k>0)$에 대하여 곡선 $y=(ax+b)e^{x-k}$이 직선 $y=tx$와 점 $(t,\ t^2)$에서 접하도록 하는 두 실수 a, b의 값을 각각 $f(t)$, $g(t)$라 하자. $f(k)=-6$일 때, $g'(k)$의 값은? [4점]

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

$y'=(ax+b+a)e^{x-k}$



$(at+b)e^{t-k}=t^2$

$(at+b+a)e^{t-k}=t$

$t^2+ae^{t-k}=t$

$t=k$, $f(k)=a=-6$

$\Rightarrow k^2-6=k,\ k^2-k-6=0,\ k=3\ (\because k>0)$

$be^{t-k}+ate^{t-k}=t^2$

$be^{t-k}+t(t-t^2)=t^2$

$be^{t-k}=t^3,\ b=t^3\cdot e^{k-t}=t^3\cdot e^{3-t}$

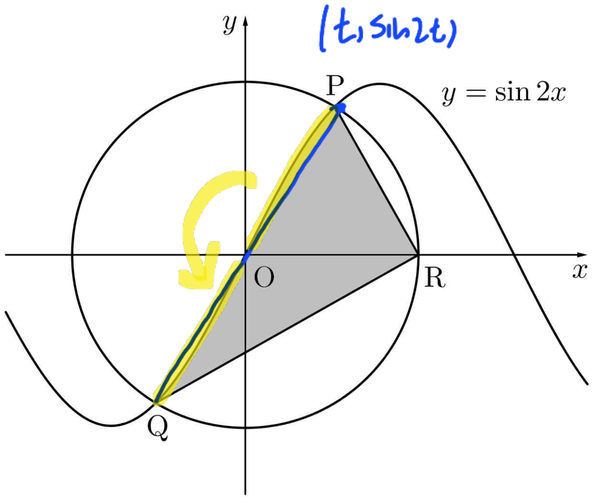
$\therefore g(t)=t^3e^{3-t}$

$g'(t)=3t^2e^{3-t}-t^3e^{3-t}$

$g'(k)=g'(3)=27-27=0$

29. $0<t<\frac{\pi}{6}$ 인 실수 t에 대하여 곡선 $y=\sin 2x$ 위의 점 $(t,\ \sin 2t)$를 P라 하자. 원점 O를 중심으로 하고 점 P를 지나는 원이 곡선 $y=\sin 2x$와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하고, 이 원이 x축과 만나는 점 중 x좌표가 양수인 점을 R라 하자. 곡선 $y=\sin 2x$와 두 선분 PR, QR로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t\to 0+}\frac{S(t)}{t^2}=k$이다. k^2의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{20}$



$\overline{OP} = \sqrt{t^2+\sin^2 2t}$

$S(t) = \triangle PQR = 2\times\triangle OPR = 2\times\frac{1}{2}\times\sqrt{t^2+\sin^2 2t}\times\sin 2t$

$\lim_{t\to 0+}\frac{\sin 2t\sqrt{t^2+\sin^2 2t}}{t^2} = 2\times\sqrt{1+4} = 2\sqrt{5} = k,\ k^2 = 20$

30. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x에 대하여 $f'(x)=\dfrac{\ln x+k}{x}$이다.
(나) 곡선 $y=f(x)$는 x축과 두 점 $\left(\dfrac{1}{e^2},\ 0\right)$, $(1,\ 0)$에서 만난다.

$t>-\dfrac{1}{2}$인 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 곡선 $y=f(x)$와 만나는 두 점의 x좌표 중 작은 값을 $g(t)$라 하자. 곡선 $y=g(x)$와 x축, y축 및 직선 $x=\dfrac{3}{2}$으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\dfrac{ae+b}{e^3}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, k는 상수이고, a, b는 유리수이다.) [4점] $\boxed{13}$

$f(x)=\int\frac{\ln x+k}{x}dx=\frac{1}{2}(\ln x+k)^2+C,$

$f(e^{-2})=\frac{1}{2}(k-2)^2+C=0$

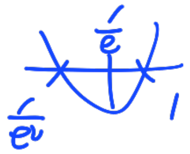
$f(1)=\frac{1}{2}k^2+C=0$

$(k-2)^2=k^2$

$\therefore k=1$

$C=-\frac{1}{2}$

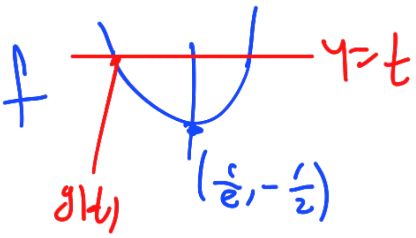
$f(x)=\frac{1}{2}(\ln x+1)^2-\frac{1}{2}$



$f'=\frac{\ln x+1}{x}$

$f(g(t))=t$ / $g(t)<\frac{1}{e}$, $t>-\frac{1}{2}$

f' ⊖ $\frac{1}{e}$ ⊕



$\int_0^{\frac{3}{2}} g(t)dt$

$t=f(x)$

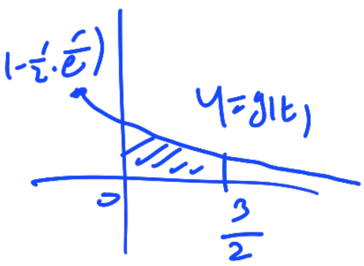
$dt=f'(x)dx$

$f(e^{-2})=0$

$f(e^{-3})=\frac{3}{2}$

$\int_{e^{-2}}^{e^{-3}} x f'(x)dx=\int_{e^{-2}}^{e^{-3}}(\ln x+1)dx$

$=x\ln x\Big|_{e^{-2}}^{e^{-3}}=\frac{-3}{e^3}+\frac{2}{e^2}=\frac{2e-3}{e^3},$



$a=2$

$b=-3$ / $a^2+b^2=13$

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2024학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수학 영역 기 하

23. 좌표공간의 두 점 A(4, 2, 3), B(−2, 3, 1)과 x축 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$일 때, 점 P의 x좌표는? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

$P(a,0,0)$

$(a-4)^2+4+9=(a+2)^2+9+1$

$a^2-8a+29=a^2+4a+14$

$12a=15$

$a=\frac{5}{4}$

24. 두 쌍곡선

$$x^2-9y^2-2x-18y-9=0,\quad x^2-9y^2-2x-18y-7=0$$

중 어느 것과도 만나지 않는 직선의 개수는 2이다. 이 두 직선의 방정식을 각각 $y=ax+b$, $y=cx+d$라 할 때, $ac+bd$의 값은? (단, a, b, c, d는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

$(x-1)^2-9(y+1)^2=1$

$(x-1)^2-\frac{(y+1)^2}{\frac{1}{9}}=1$

$(x-1)^2-9(y+1)^2=-1$

$(x-1)^2-\frac{(y+1)^2}{\frac{1}{9}}=-1$

$y=\pm\frac{1}{3}(x-1)-1$

$y=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}$

$y=-\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$

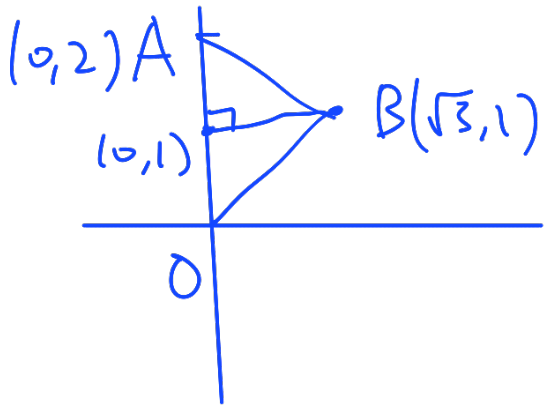
$ac=-\frac{1}{9}$

$bd=\frac{8}{9}$

$\frac{7}{9}$

25. 좌표평면의 점 A(0, 2)와 원점 O에 대하여 제1사분면의 점 B를 삼각형 AOB가 정삼각형이 되도록 잡는다. 점 $\mathrm{C}(-\sqrt{3},\ 0)$에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}|$의 값은? [3점]

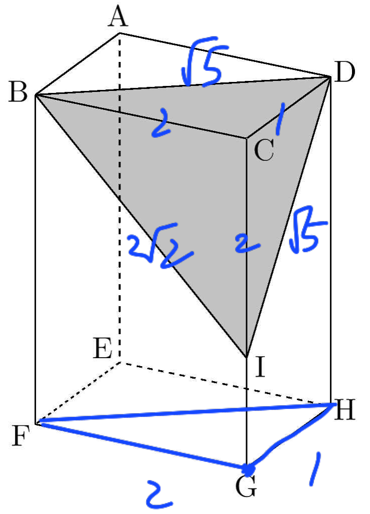
① $\sqrt{13}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{15}$ ④ 4 ⑤ $\sqrt{17}$



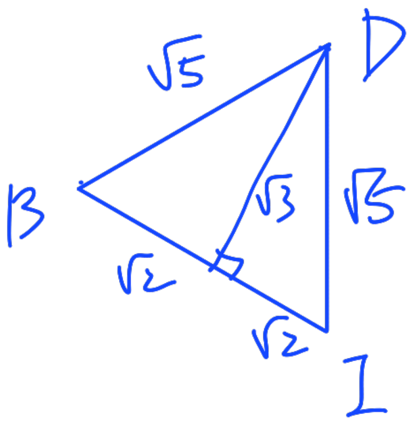
$|(0,2)+(-2\sqrt{3},-1)|$

$\sqrt{12+1}=\sqrt{13}$

26. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$, $\overline{AE}=3$인 직육면체 ABCD$-$EFGH가 있다. 선분 CG를 $2:1$로 내분하는 점 I에 대하여 평면 BID와 평면 EFGH가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]



① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{7}}{7}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$



$\triangle BDI = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

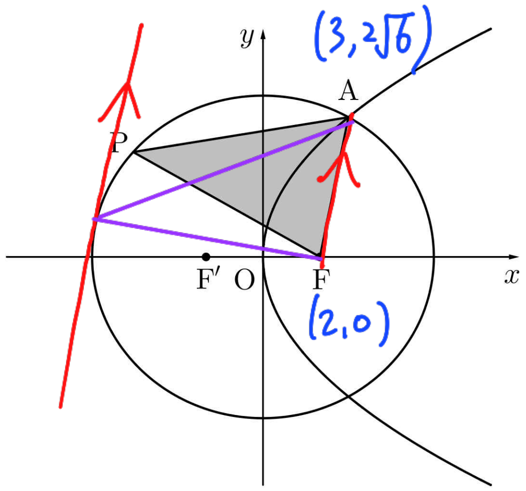
$\triangle FGH = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

$\sqrt{6}\cos\theta = 1$

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

27. 두 점 F(2, 0), F′(−2, 0)을 초점으로 하고 장축의 길이가 12인 타원과 점 F를 초점으로 하고 직선 $x=-2$를 준선으로 하는 포물선이 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 타원 위의 점 P에 대하여 삼각형 APF의 넓이의 최댓값은? (단, 점 P는 직선 AF 위의 점이 아니다.) [3점]

① $\sqrt{6}+3\sqrt{14}$　② $2\sqrt{6}+3\sqrt{14}$　③ $2\sqrt{6}+4\sqrt{14}$
④ $2\sqrt{6}+5\sqrt{14}$　⑤ $3\sqrt{6}+5\sqrt{14}$



$y^2=8x$

$c=2,\ a=6$

$b=4\sqrt{2}$

$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$

$\frac{x^2}{36}+\frac{x}{4}=1,\ x^2+9x-36=0$

$(x-3)(x+12)=0,\ x=3$

$A(3, 2\sqrt{6}),\ \overline{AF}=5$

AF 기울기 : $2\sqrt{6}$

$y=2\sqrt{6}x\pm\sqrt{36\cdot 24+32}$

$32(9\cdot 3+1)=64\cdot 14$

$y=2\sqrt{6}x\pm 8\sqrt{14},\ y=2\sqrt{6}x+8\sqrt{14}$

$(2,0)\sim\ 2\sqrt{6}x-y+8\sqrt{14}$

$\frac{|4\sqrt{6}+8\sqrt{14}|}{5}$,

$S=\frac{1}{2}\times 5\times\frac{4\sqrt{6}+8\sqrt{14}}{5}$

$=2\sqrt{6}+4\sqrt{14}$

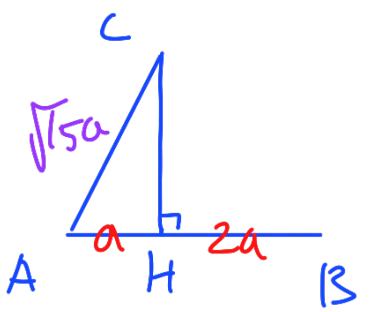
28. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}|\overrightarrow{AB}|^2$ +

(나) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{2}{5}|\overrightarrow{AC}|^2$ +

점 B를 지나고 직선 AB에 수직인 직선과 직선 AC가 만나는 점을 D라 하자. $|\overrightarrow{BD}| = \sqrt{42}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

① $\frac{\sqrt{14}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{14}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{14}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{14}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{14}}{2}$



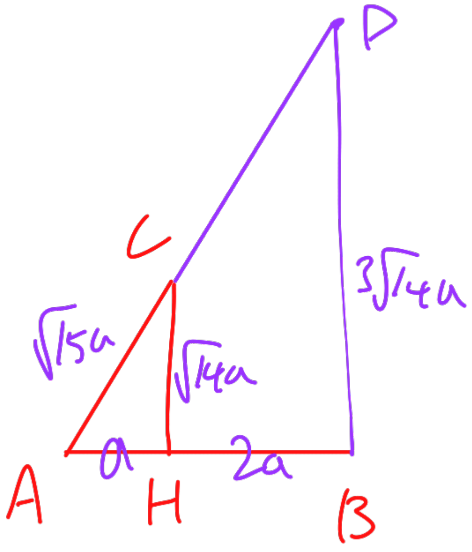
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AH}| = \frac{1}{3}|\overrightarrow{AB}|^2 \quad \therefore |\overrightarrow{AH}| = \frac{1}{3}|\overrightarrow{AB}|$

$\Rightarrow \overline{AH} = a, \ \overline{BH} = 2a$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BH}| = \frac{2}{5}|\overrightarrow{AC}|^2$

$= 6a^2 \quad \therefore |\overrightarrow{AC}|^2 = 15a^2$

$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{15}a$



$\triangle ACH \sim \triangle ADB$

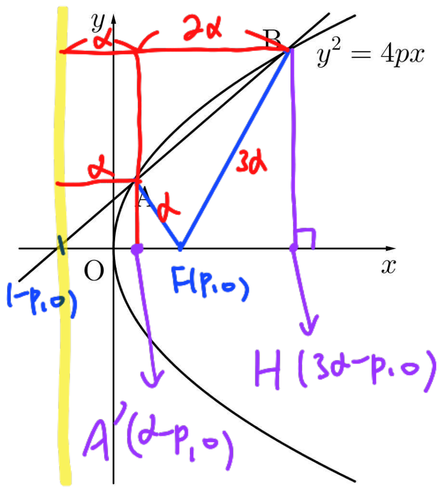
$\overline{CH} = \sqrt{14}a \rightarrow \overline{BD} = 3\sqrt{14}a = \sqrt{42}, \ a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot \sqrt{14}a = \frac{3}{2}\sqrt{14} \times \frac{3}{9}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{14}$

29. 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 4px\ (p>0)$이 점 $(-p,\ 0)$을 지나는 직선과 두 점 A, B에서 만나고 $\overline{\mathrm{FA}}:\overline{\mathrm{FB}}=1:3$이다. 점 B에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 삼각형 BFH의 넓이는 $46\sqrt{3}$이다. p^2의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{23}$



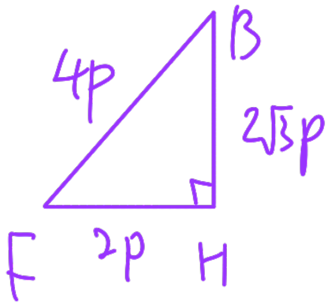
$\overline{AA'} = \sqrt{4p(\alpha-p)}$, $\overline{BH} = \sqrt{4p(3\alpha-p)}$

$3\times\overline{AA'} = \overline{BH} \Rightarrow 9\times\overline{AA'}^2 = \overline{BH}^2$

$9\times\cancel{4}p(\alpha-p) = \cancel{4}p(3\alpha-p)$

$9\alpha-9p = 3\alpha-p$, $\alpha = \frac{4}{3}p$ $\quad BF = 3\alpha = 4p$

$FH = 3\alpha-2p = 2p$



$\triangle BFH = \frac{1}{2}\times2p\times2\sqrt{3}p$

$= 2\sqrt{3}p^2 = 46\sqrt{3}$

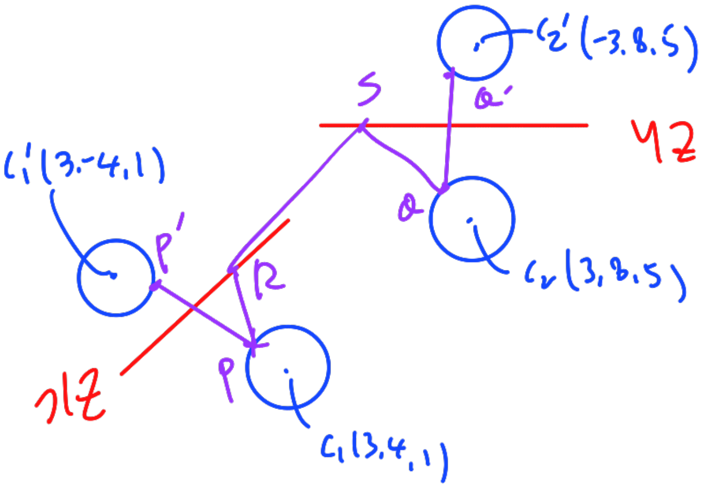
$p^2 = 23$

30. 좌표공간에 두 개의 구

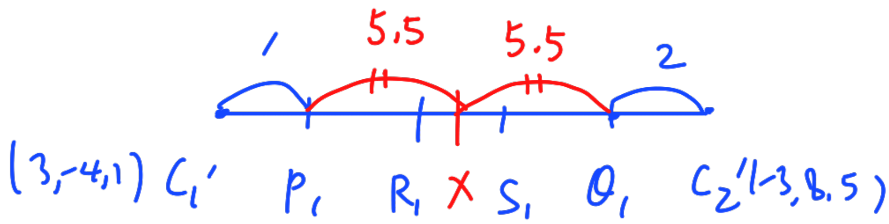
$$C_1 : (x-3)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=1, \quad C_2 : (x-3)^2+(y-8)^2+(z-5)^2=4$$

가 있다. 구 C_1 위의 점 P와 구 C_2 위의 점 Q, zx평면 위의 점 R, yz평면 위의 점 S에 대하여 $\overline{\mathrm{PR}}+\overline{\mathrm{RS}}+\overline{\mathrm{SQ}}$의 값이 최소가 되도록 하는 네 점 P, Q, R, S를 각각 $\mathrm{P_1}$, $\mathrm{Q_1}$, $\mathrm{R_1}$, $\mathrm{S_1}$이라 하자. 선분 $\mathrm{R_1S_1}$ 위의 점 X에 대하여 $\overline{\mathrm{P_1R_1}}+\overline{\mathrm{R_1X}}=\overline{\mathrm{XS_1}}+\overline{\mathrm{S_1Q_1}}$일 때, 점 X의 x좌표는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$\boxed{17}$



$\overline{PR}+\overline{RS}+\overline{SQ} = \overline{P'R}+\overline{RS}+\overline{SQ'} \ge \overline{C_1'C_2'} - 3$



$\overline{C_1'C_2'} = \sqrt{196} = 14$

$\overline{P_1Q_1} = 11 \quad \therefore \overline{P_1X} = \overline{Q_1X} = 5.5$

x는 C_1, C_2를 $6.5 : 7.5 = 13 : 15$ 내분

$\frac{-39+45}{13+15} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14} = \frac{q}{p}$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.