

제3교시

2024학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

공 통

성명

수험번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.
- 23번부터는 선택과목이니 자신이 선택한 과목(확률과 통계, 미적분, 기하)의 문제지인지 확인하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

이
관

1. $\log_2 \frac{8}{9} + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} 18$ 의 값은? [2점]

h18

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

2. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{f(x)+x}$ 의 값은? [2점]

3

2 1

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

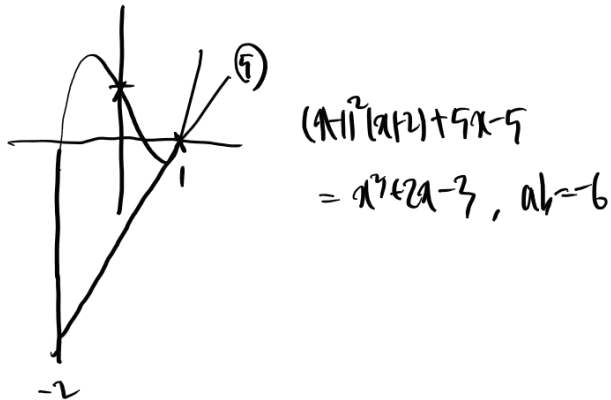
$r^4 r^2 = 11, r = 2$
 $S_6 = 21S_2, \frac{a_6 - a_2}{r^4} = 15$
 $a_2 = 1, a_3 = 2$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

4. 함수 $f(x) = x^3 + ax + b$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 5$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2



5. $\sin \theta < 0$ 이고 $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{5}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

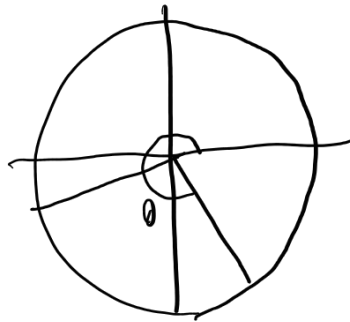
① $-\frac{\sqrt{21}}{2}$

② $-\frac{\sqrt{21}}{5}$

③ 0

④ $\frac{\sqrt{21}}{5}$

⑤ $\frac{\sqrt{21}}{2}$



6. 모든 실수 t 에 대하여 다항함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 기울기가 $-6t^2+2t$ 이다. 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(1, 1)$ 을 지날 때, $f(-1)$ 의 값은? [3점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

$$f = -2x^3 + x^2 + 2$$

$$f(1) = 1$$

7. 다음 조건을 만족시키는 모든 유리수 r 의 값의 합은? [3점]

(가) $1 < r < 9$

(나) r 를 기약분수로 나타낼 때, 분모는 7이고 분자는 홀수이다.

① 102

② 108

③ 114

④ 120

⑤ 126

$$\frac{1}{7} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{5}{7}$$

$$7 < 7r < 63 \rightarrow \text{홀수 } 21 \leq 7r \leq 63$$

$$\sum nr = 147 \text{ 홀수} - 7 \times 147 \text{ 홀수}, \quad \sum r = \frac{147 - 147}{7}$$

$$\frac{\frac{147}{2} \times 27 - \frac{1}{2} \times 3 \times 7}{7} = \frac{1}{2} \times 24 = 12$$

8. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -5x - 4 & (x < 1) \\ x^2 - 2x - 8 & (x \geq 1) \end{cases}, \quad g(x) = -x^2 - 2x$$

에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

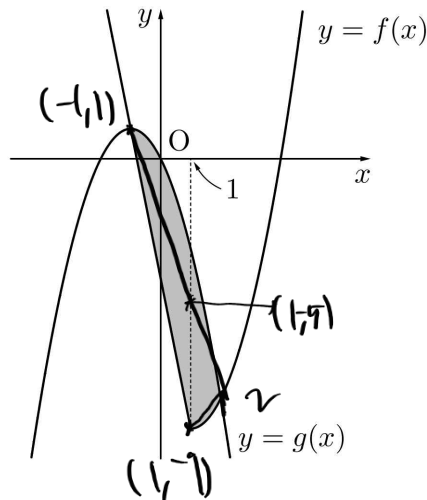
① $\frac{34}{3}$

② 11

③ $\frac{32}{3}$

④ $\frac{31}{3}$

⑤ 10

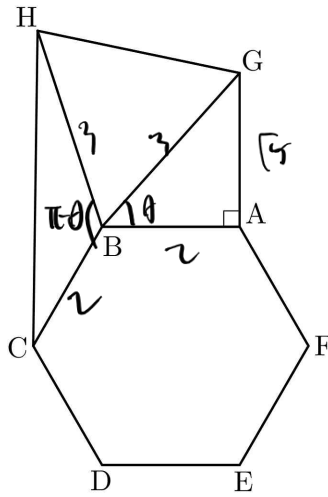


Handwritten calculation showing the area calculation:

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{6} + \frac{29}{6}$$

$$= 6 + \frac{14}{3} = \frac{32}{3}$$

9. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 ABCDEF 에 대하여 점 G를 $\overline{AG} = \sqrt{5}$, $\angle BAG = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고, 점 H를 삼각형 BGH가 정삼각형이 되도록 잡는다. 선분 CH의 길이는?
 (단, 점 G는 정육각형의 외부에 있고, 두 선분 AF, BH는 만나지 않는다.) [4점]



$\cos \theta = \frac{2}{3}, 9 + 4 - 2 \cdot 3 \cdot 2 = 1$

① $2\sqrt{5}$

② $\sqrt{21}$

③ $\sqrt{22}$

④ $\sqrt{23}$

⑤ $2\sqrt{6}$

10. 함수

$$f(x) = \int_a^x (3t^2 + bt - 5) dt \quad (a > 0)$$

이 $x = -1$ 에서 극값 0을 가질 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

① 1

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{5}{3}$

④ 2

⑤ $\frac{7}{3}$



$$f = (x+1)^2(x-a)$$

$$f' = (x+1)(2x-2a+1) = 3x^2 + bx - 5$$

$$a = 3$$

$$b = -2$$

11. 함수 $f(x) = -2^{|x-a|} + a$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B에서 만나고 $\overline{AB} = 6$ 이다. 함수 $f(x)$ 가 $x=p$ 에서 최댓값 q 를 가질 때, $p+q$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

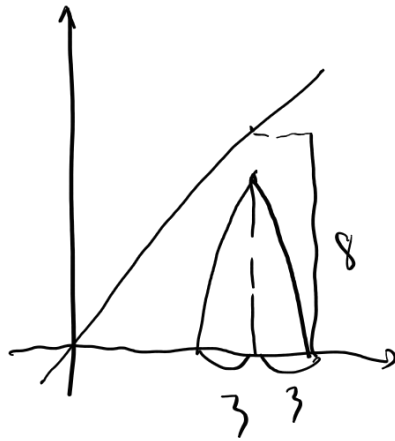
① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18



$$p=8, q=7$$

12. 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $f(x)$ 와 상수 a 에 대하여 함수

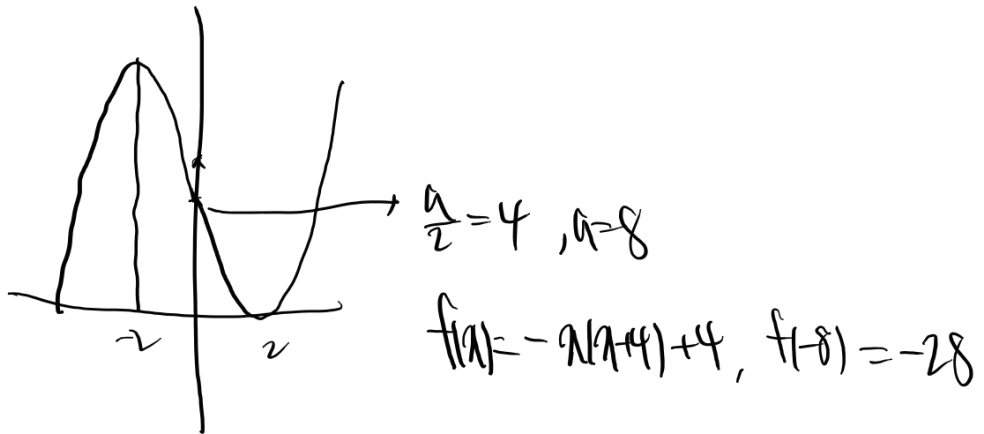
$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ a - f(-x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x} = -4$
 (나) 함수 $g(x)$ 의 극솟값은 0 이다.

$g(-a)$ 의 값은? [4점]

- ① -40 ② -36 ③ -32 ④ -28 ⑤ -24



13. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = -3$, $a_{20} = 1$ 이고, 3 이상의 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_{n-1}, \quad a_n = a_{n-1} - a_{n-2}, \quad a_n - a_{n-1} = -a_{n-2}$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{50} a_n$ 의 값은? [4점]

$$\begin{aligned} &+ \frac{a_{n-1} - a_{n-2} = -a_{n-3}}{a_n - a_{n-1} = -a_{n-2} - a_{n-3}, \quad a_n = -a_{n-3}} \end{aligned}$$

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2



15. 0이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

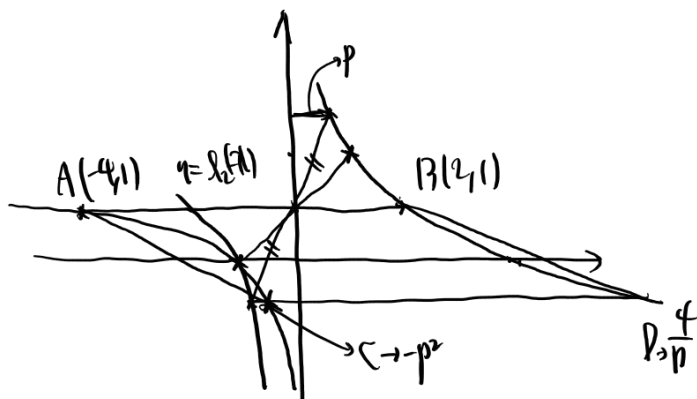
$$f(x) = \begin{cases} \log_4(-x) & (x < 0) \\ 2 - \log_2 x & (x > 0) \end{cases}$$

이 있다. 직선 $y=a$ 와 곡선 $y=f(x)$ 가 만나는 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)라 하고, 직선 $y=b$ 와 곡선 $y=f(x)$ 가 만나는 두 점 C, D의 x 좌표를 각각 x_3, x_4 ($x_3 < x_4$)라 하자.

$\left| \frac{x_2}{x_1} \right| = \frac{1}{2}$ 이고 두 직선 AC와 BD가 서로 평행할 때, $\left| \frac{x_4}{x_3} \right|$ 의 값은?

(단, a, b 는 $a \neq b$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $3+3\sqrt{3}$ ② $5+2\sqrt{3}$ ③ $4+3\sqrt{3}$ ④ $6+2\sqrt{3}$ ⑤ $5+3\sqrt{3}$



$$4p^2 = \frac{4}{p} - 2, \quad p^2 - 6p + 4 = 0$$

$$2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -6 & 4 \\ 1 & 2 & -2 & p \end{vmatrix}$$

$$a = -1 \pm \sqrt{3}, \quad p = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$\left| \frac{x_4}{x_3} \right| = \frac{\frac{4}{p^2}}{\frac{4}{p^3}} = \frac{4}{p^3} = \frac{4}{6\sqrt{3} + 6} = \frac{2}{3\sqrt{3} + 3} = 3\sqrt{3} + 5$$

16. $a^4 - 8a^2 + 1 = 0$ 일 때, $a^4 + a^{-4}$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$a^2 + a^{-2} = 8$$

$$a^4 + 2 + a^{-4} = 64, \quad \boxed{62}$$

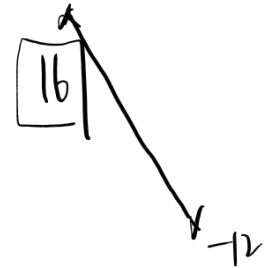
17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 - 2x)f(x) \rightarrow (2, 12)$$

라 하자. $f(2) = -3$, $f'(2) = 4$ 일 때, 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 y 절편을 구하시오. [3점]

$$g'(x) = (3x^2)f(x) + (x^3 - 2x)f'(x) = -14$$

10 3 4 4



18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^7 (a_k + k) = 50, \quad \sum_{k=1}^7 (a_k + 2)^2 = 300$$

$$\sum_1^7 a_k = 22 \quad \sum_1^7 a_k^2 + 4\sum_1^7 a_k + 28 = 300, \quad \boxed{184}$$

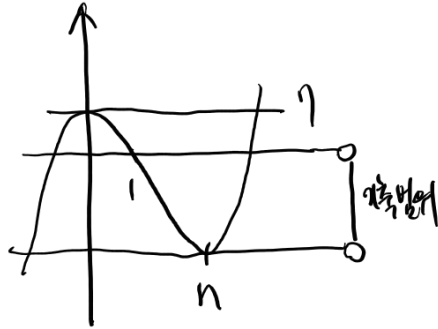
일 때, $\sum_{k=1}^7 a_k^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. x 에 대한 방정식

$$x^3 - \frac{3n}{2}x^2 + 7 = 0$$

의 1보다 큰 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

[3점]



$$\left. \begin{array}{l} \frac{n^2}{2} = 7, \quad n^2 = 14 \\ 8 - \frac{3}{2}n = 0, \quad n = \frac{16}{3} \end{array} \right\} 3 < n < 5$$

12

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t > 0)$ 에서의 가속도 $a(t)$ 가

$$a(t) = 3t^2 - 8t + 3$$

이다. 점 P가 시각 $t=1$ 과 시각 $t=\alpha (\alpha > 1)$ 에서 운동 방향을 바꿀 때, 시각 $t=1$ 에서 $t=\alpha$ 까지 점 P가 움직인 거리는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$$v(t) = t^3 - 4t^2 + 3t \rightarrow a=3$$

$$d(t) = \frac{1}{4}t^4 - \frac{4}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2$$

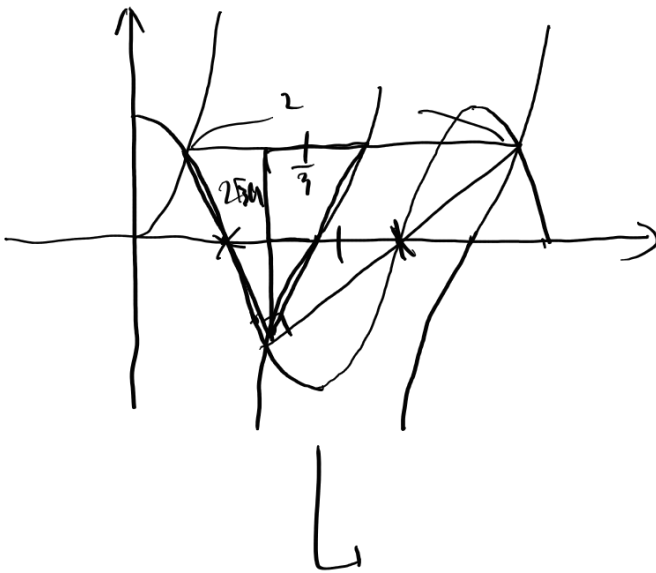
$$10 - \frac{104}{3} + 12 = \frac{8}{3} \quad \boxed{11}$$

21. 두 양수 a, b 에 대하여 두 함수

$$y = 3a \tan bx, \quad y = 2a \cos bx$$

의 그래프가 만나는 점 중에서 x 좌표가 0보다 크고 $\frac{5\pi}{2b}$ 보다 작은 세 점을 x 좌표가 작은 점부터 x 좌표의 크기순으로 A_1, A_2, A_3 이라 하자. 선분 A_1A_3 을 지름으로 하는 원이 점 A_2 를 지나고 이 원의 넓이가 π 일 때, $\left(\frac{a}{b}\pi\right)^2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



$$b = \pi$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} &= 2c, \quad \frac{1}{2} = 2c^2, \quad 2c^2 + 3c - 2 \\ &= (2c-1)(c+2) = 0 \\ \sin \alpha &= \frac{1}{2} \\ \cos \alpha &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} + 12a^2 = 1, \quad a^2 = \frac{2}{27}$$

$$\left(\frac{a}{b}\pi\right)^2 = \frac{2}{27} \quad \boxed{29}$$

22. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = x|f(x)|$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 극한

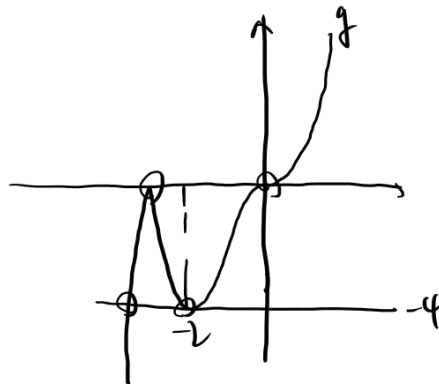
$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{g(t+h)}{h} \times \frac{g(t-h)}{h} \right\} \rightarrow g'(t) = 0, \text{ 함수 } (3+3) = \text{양적변}$$

가 양의 실수로 수렴하는 실수 t 의 개수는 1이다.

(나) x 에 대한 방정식 $\{g(x)\}^2 + 4g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$$g = 0 \text{ or } -4$$

$g(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]



$$g(3) = 3^2 \cdot (3+3) = \boxed{54}$$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2024학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수학영역

확률과 통계

23. 이산확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	4	6	합계
$P(X=x)$	a	a	b	1

 $E(X)=5$ 일 때, $b-a$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{5}{12}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{7}{12}$

⑤ $\frac{2}{3}$

24. 한 개의 주사위와 한 개의 동전이 있다. 이 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수만큼 반복하여 이 동전을 던질 때, 동전의 앞면이 나오는 횟수가 5일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{48}$ ② $\frac{1}{24}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{5}{48}$

25. 다항식 $(ax+1)^7$ 의 전개식에서 x^5 의 계수와 x^3 의 계수가 서로 같을 때, x^2 의 계수는?
(단, a 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

- ① 28 ② 35 ③ 42 ④ 49 ⑤ 56

26. 육군사관학교 모자 3 개, 해군사관학교 모자 2 개, 공군사관학교 모자 3 개가 있다. 이 8 개의 모자를 모두 일렬로 나열할 때, 양 끝에는 서로 다른 사관학교의 모자가 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 사관학교의 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 360

② 380

③ 400

④ 420

⑤ 440



27. 7개의 문자 a, b, c, d, e, f, g 를 모두 한 번씩 사용하여 왼쪽에서 오른쪽으로 임의로 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [3점]

(가) a 와 b 는 이웃하고, a 와 c 는 이웃하지 않는다.
 (나) c 는 a 보다 왼쪽에 있다.

① $\frac{1}{42}$

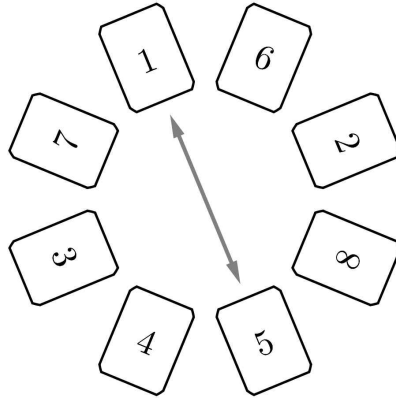
② $\frac{1}{21}$

③ $\frac{1}{14}$

④ $\frac{2}{21}$

⑤ $\frac{5}{42}$

28. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 8장의 카드를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 한 장의 카드와 이 카드로부터 시계 방향으로 네 번째 위치에 놓여 있는 카드는 서로 마주 보는 위치에 있다고 하자. 서로 마주 보는 위치에 있는 카드는 4쌍이 있다. 예를 들어, 그림에서 숫자 1, 5가 적혀 있는 두 장의 카드는 서로 마주 보는 위치에 있고, 숫자 1, 4가 적혀 있는 두 장의 카드는 서로 마주 보는 위치에 있지 않다.



이 8장의 카드를 일정한 간격을 두고 원형으로 임의로 배열하는 시행을 한다. 이 시행에서 서로 마주 보는 위치에 있는 두 장의 카드에 적혀 있는 두 수의 차가 모두 같을 때, 숫자 1이 적혀 있는 카드와 숫자 2가 적혀 있는 카드가 서로 이웃할 확률은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

29. 어느 공장에서 생산하는 과자 1개의 무게는 평균이 150g, 표준편차가 9g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산하는 과자 중에서 임의로 n 개를 택해 하나의 세트 상품을 만들 때, 세트 상품 1개에 속한 n 개의 과자의 무게의 평균이 145g 이하인 경우 그 세트 상품은 불량품으로 처리한다. 이 공장에서 생산하는 세트 상품 중에서 임의로 택한 세트 상품 1개가 불량품일 확률이 0.07 이하가 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.
 (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.43$ 으로 계산한다.) [4점]

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 연필 5자루와 같은 종류의 공책 5권을 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있고, 공책을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

- (가) 학생 A가 받는 연필의 개수는 4 이상이다.
(나) 공책보다 연필을 더 많이 받는 학생은 1명뿐이다.

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2024학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

미 적 분

23. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_n = 4^{n+1} - 3n$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{4^{n-1}}$ 의 값은? [2점]

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

24. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{n+k}{n}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln 2$ ② $\frac{1}{2} + \ln 2$ ③ $1 + \frac{1}{2} \ln 2$ ④ $1 + \ln 2$ ⑤ $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \ln 2$

25. 곡선 $\pi \cos y + y \sin x = 3x$ 가 x 축과 만나는 점을 A 라 할 때, 이 곡선 위의 점 A 에서의 접선의 기울기는? [3점]

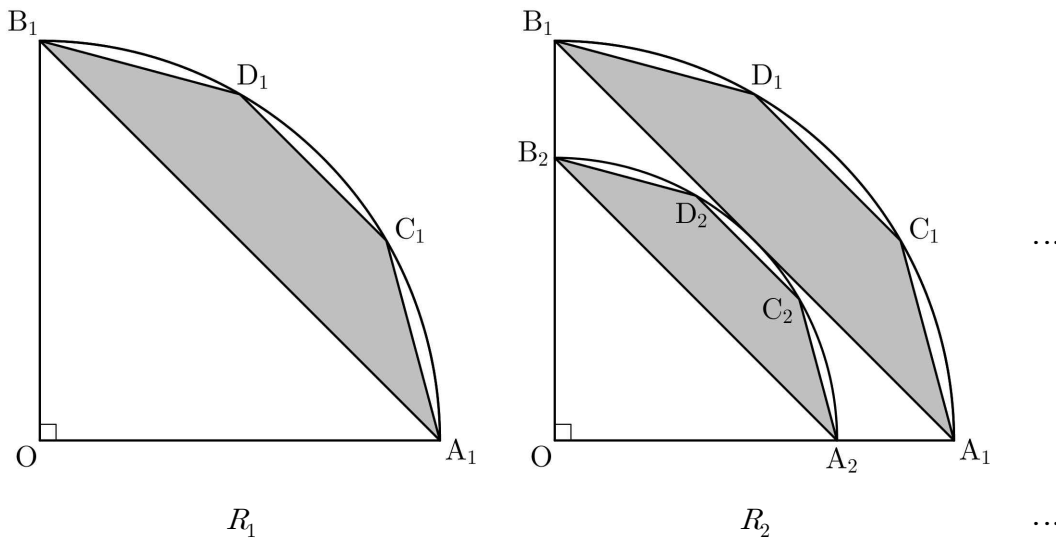
- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

26. 그림과 같이 중심이 O , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OA_1B_1 이 있다.

호 A_1B_1 의 삼등분점 중 점 A_1 에 가까운 점을 C_1 , 점 B_1 에 가까운 점을 D_1 이라 하고, 사각형 $A_1C_1D_1B_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 중심이 O 이고 선분 A_1B_1 에 접하는 원이 선분 OA_1 과 만나는 점을 A_2 , 선분 OB_1 과 만나는 점을 B_2 라 하고, 중심이 O , 반지름의 길이가 $\overline{OA_2}$, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OA_2B_2 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 C_2, D_2 를 잡고, 사각형 $A_2C_2D_2B_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

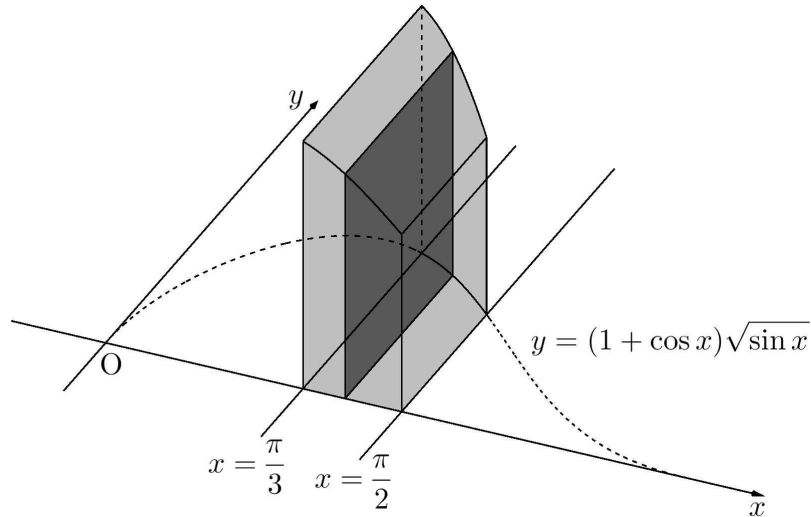
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{13}{24}$
- ③ $\frac{7}{12}$
- ④ $\frac{5}{8}$
- ⑤ $\frac{2}{3}$

27. 그림과 같이 곡선 $y = (1 + \cos x)\sqrt{\sin x}$ ($\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)와 x 축 및 두 직선 $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{\pi}{2}$ 로

둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{5}{12}$

② $\frac{13}{24}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{19}{24}$

⑤ $\frac{11}{12}$

28. 양의 실수 t 와 상수 k ($k > 0$)에 대하여 곡선 $y = (ax + b)e^{x-k}$ 이 직선 $y = tx$ 와 점 (t, t^2) 에서 접하도록 하는 두 실수 a, b 의 값을 각각 $f(t), g(t)$ 라 하자. $f(k) = -6$ 일 때, $g'(k)$ 의 값은? [4점]

① -2

② -1

③ 0

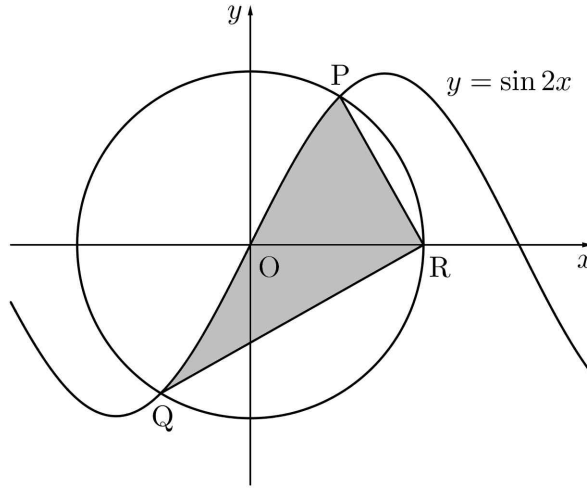
④ 1

⑤ 2

29. $0 < t < \frac{\pi}{6}$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \sin 2x$ 위의 점 $(t, \sin 2t)$ 를 P라 하자. 원점 O를

중심으로 하고 점 P를 지나는 원이 곡선 $y = \sin 2x$ 와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하고, 이 원이 x 축과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 R라 하자. 곡선 $y = \sin 2x$ 와 두 선분 PR,

QR로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{S(t)}{t^2} = k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



30. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f'(x) = \frac{\ln x + k}{x}$ 이다.

(나) 곡선 $y = f(x)$ 는 x 축과 두 점 $\left(\frac{1}{e^2}, 0\right), (1, 0)$ 에서 만난다.

$t > -\frac{1}{2}$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $y = t$ 가 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 두 점의 x 좌표 중 작은 값을 $g(t)$ 라 하자. 곡선 $y = g(x)$ 와 x 축, y 축 및 직선 $x = \frac{3}{2}$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{ae+b}{e^3}$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이고, a, b 는 유리수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수 학 영 역

기 하

23. 좌표공간의 두 점 $A(4, 2, 3)$, $B(-2, 3, 1)$ 과 x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 일 때, 점 P 의 x 좌표는? [2점]

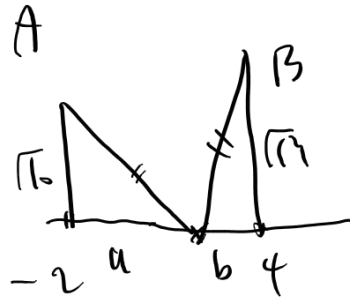
① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{4}$

③ 1

④ $\frac{5}{4}$

⑤ $\frac{3}{2}$



$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= b^2 + 13, \quad a^2 - b^2 = 3 \\ a + b &= 6 \quad \left| \begin{array}{l} a - b = \frac{1}{2} \\ a + b = 6 \end{array} \right. \\ a &= \frac{13}{4}, \quad \frac{13}{4} - 2 = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

24. 두 쌍곡선

$$(x-1)^2 - 9(y+1)^2 = 1$$

$$x^2 - 9y^2 - 2x - 18y - 9 = 0, \quad x^2 - 9y^2 - 2x - 18y - 7 = 0$$

직선 같은 선을 하나만 보라

중 어느 것과도 만나지 않는 직선의 개수는 2이다. 이 두 직선의 방정식을 각각 $y = ax + b$, $y = cx + d$ 라 할 때, $ac + bd$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{4}{9}$

③ $\frac{5}{9}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{7}{9}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x - \frac{4}{3} \\ -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \end{aligned} \rightarrow \frac{7}{9}$$

25. 좌표평면의 점 $A(0, 2)$ 와 원점 O 에 대하여 제1사분면의 점 B 를 삼각형 AOB 가 정삼각형이 되도록 잡는다. 점 $C(-\sqrt{3}, 0)$ 에 대하여 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC}|$ 의 값은? [3점]

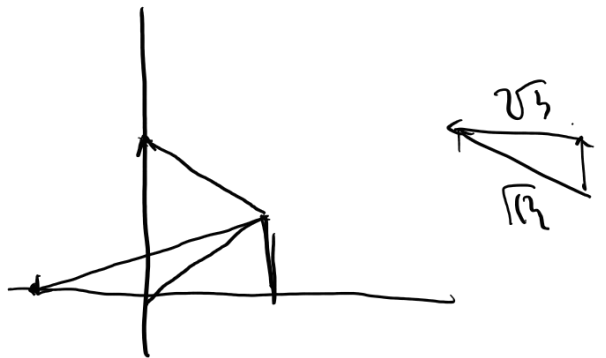
① $\sqrt{13}$

② $\sqrt{14}$

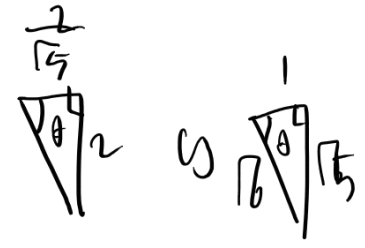
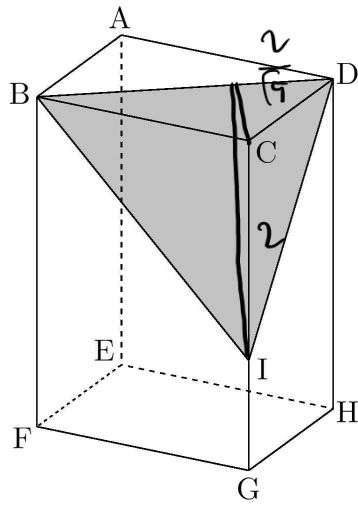
③ $\sqrt{15}$

④ 4

⑤ $\sqrt{17}$



26. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$, $\overline{AE}=3$ 인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 선분 CG 를 2:1로 내분하는 점 I 에 대하여 평면 BID 와 평면 $EFGH$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]



① $\frac{\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{\sqrt{6}}{6}$

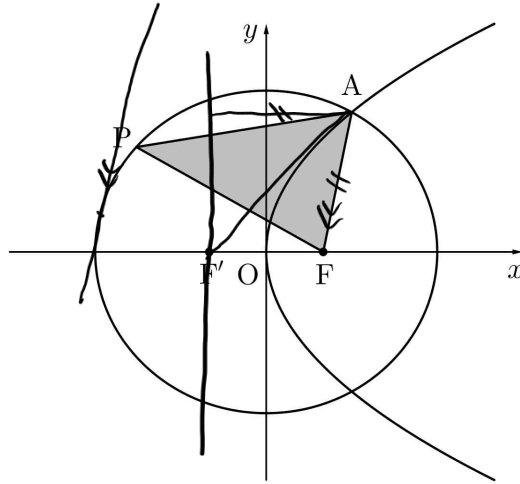
③ $\frac{\sqrt{7}}{7}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

⑤ $\frac{1}{3}$

27. 두 점 $F(2, 0)$, $F'(-2, 0)$ 을 초점으로 하고 장축의 길이가 12인 타원과 점 F 를 초점으로 하고 직선 $x = -2$ 를 준선으로 하는 포물선이 제1사분면에서 만나는 점을 A 라 하자. 타원 위의 점 P 에 대하여 삼각형 APF 의 넓이의 최댓값은? (단, 점 P 는 직선 AF 위의 점이 아니다.) [3점]

- ① $\sqrt{6} + 3\sqrt{14}$
- ② $2\sqrt{6} + 3\sqrt{14}$
- ③ $2\sqrt{6} + 4\sqrt{14}$
- ④ $2\sqrt{6} + 5\sqrt{14}$
- ⑤ $3\sqrt{6} + 5\sqrt{14}$



계산 킬래 쉽나

28. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{3} |\vec{AB}|^2$$

$$(나) \vec{AB} \cdot \vec{CB} = \frac{2}{5} |\vec{AC}|^2 = \frac{2}{3} |\vec{AB}|^2 \rightarrow AC:AB:BC = 5:3$$

점 B를 지나고 직선 AB에 수직인 직선과 직선 AC가 만나는 점을 D라 하자. $|\vec{BD}| = \sqrt{42}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

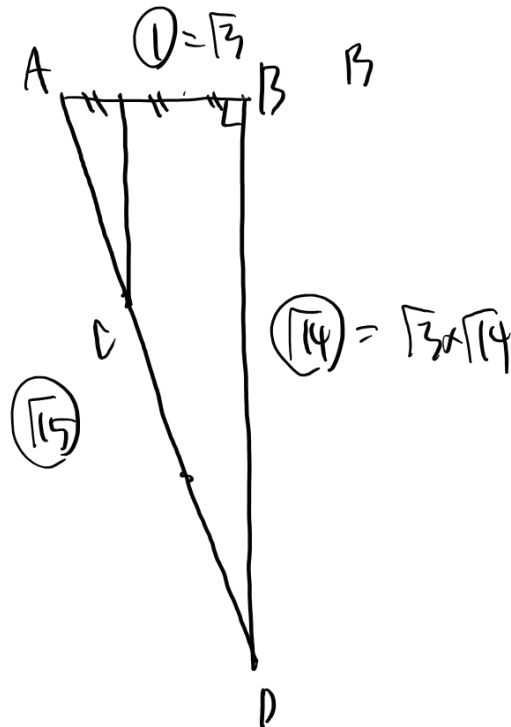
① $\frac{\sqrt{14}}{6}$

② $\frac{\sqrt{14}}{5}$

③ $\frac{\sqrt{14}}{4}$

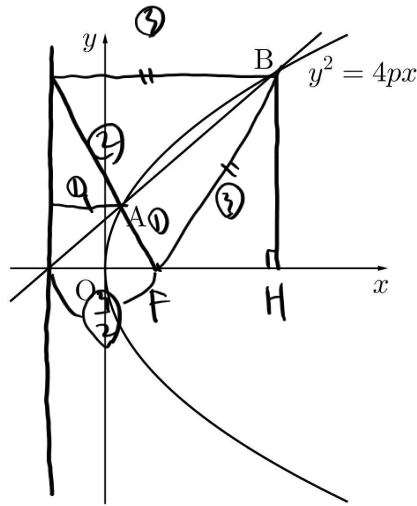
④ $\frac{\sqrt{14}}{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{14}}{2}$



$$\frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{14} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

29. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$)이 점 $(-p, 0)$ 을 지나는 직선과 두 점 A, B에서 만나고 $\overline{FA} : \overline{FB} = 1 : 3$ 이다. 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 삼각형 BFH의 넓이는 $46\sqrt{3}$ 이다. p^2 의 값을 구하시오. [4점]



$$\angle AFB = 60^\circ$$

$$FH = 2\sqrt{23}$$

$$OF = \sqrt{23}, p^2 = \boxed{23}$$

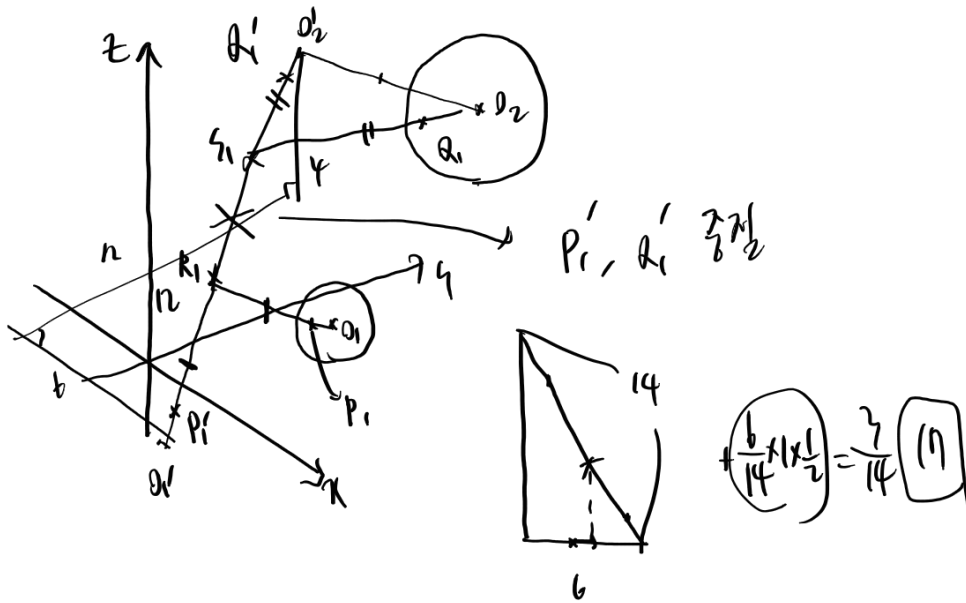
30. 좌표공간에 두 개의 구

$$C_1 : (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 1, \quad C_2 : (x-3)^2 + (y-8)^2 + (z-5)^2 = 4$$

가 있다. 구 C_1 위의 점 P와 구 C_2 위의 점 Q, zx 평면 위의 점 R, yz 평면 위의 점 S에 대하여 $\overline{PR} + \overline{RS} + \overline{SQ}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 네 점 P, Q, R, S를 각각 P_1, Q_1, R_1, S_1 이라 하자.

선분 R_1S_1 위의 점 X에 대하여 $\overline{P_1R_1} + \overline{R_1X} = \overline{XS_1} + \overline{S_1Q_1}$ 일 때, 점 X의 x 좌표는 $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이
관

이
관