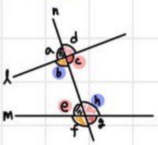
Theme 1

평행선의 성질

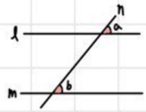
1. 평행선에서 동위각과 엇각

1)동위각과 엇각



같은 위치에 있는 각을 각각 서로 동위각
$\angle a$와 $\angle e$, $\angle b$ 와 $\angle f$, $\angle c$ 와 $\angle g$, $\angle d$ 와 $\angle h$
엇갈린 위치에 있는 각을 각각 서로 엇각
$\angle b$ 와 $\angle h$, $\angle c$ 와 $\angle e$

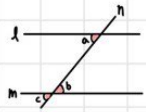
2) 평행선과 동위각



평행선과 동위각

서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날때
1. 두 직선이 평행하면 동위각의 크기는 서로 같다.
2. 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.

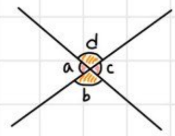
3) 평행선과 엇각



평행선과 엇각

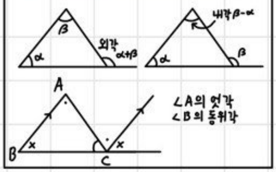
서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날때
1. 두 직선이 평행하면 엇각의 크기는 서로 같다.
2. 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.

4. 맞꼭지각



$\angle a$ 와 $\angle c$, $\angle b$ 와 $\angle d$ 와 같이
서로 마주 보는 두 각을 맞꼭지각 이라고 한다.

REMARK1 삼각형의 두 내각의 합



$\angle A$의 엇각
$\angle B$ 의 동위각

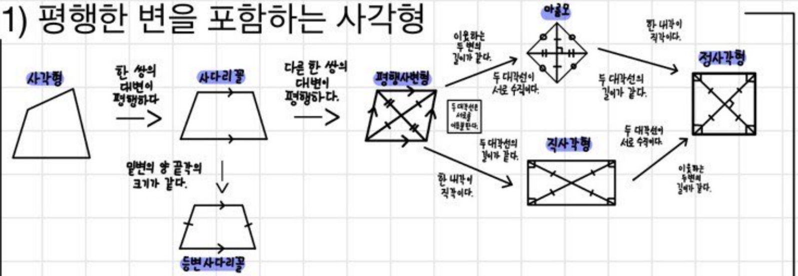
REMARK2

평행선 ⇒ 관통 직선 ⇒ 엇각표시 KEY

반드시 '엇각'을 우선 체크

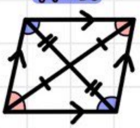
2. 평행한 변을 포함하는 사각형

1) 평행한 변을 포함하는 사각형



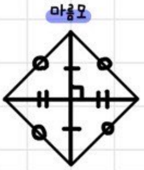
2) 평행사변형과 마름모

평행사변형



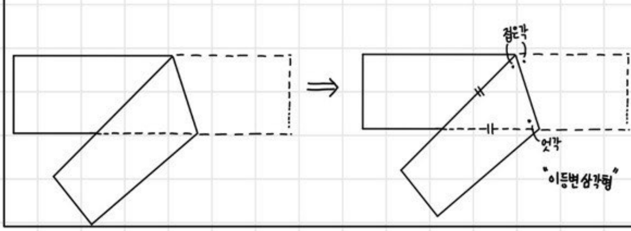
- 두 쌍의 마주보는 변의 길이는 각각 같다
- 두 쌍의 마주보는 각의 크기는 각각 같다
- 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분 한다.

마름모

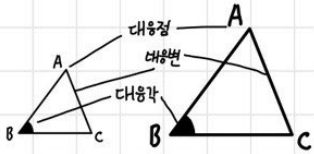


- 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분 한다.
- 두 대각선에 의하여 4개의 합동인 직각△으로 나누어진다.

3. 종이접기와 엇각



Theme 2
삼각형의 닮음과 평행선



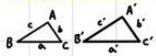
대응하는 변의 길이의 비를 닮음비(길이비)라고 한다.

평면도형에서의 닮음의 성질

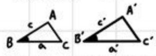
닮은 두 평면도형에서
1. 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.
2. 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

닮은 도형의 넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같다.
즉 닮음비가 $m:n$이면 넓이의 비는 $m^2:n^2$이다.

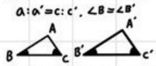
삼각형의 닮음 조건



· 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다.
$a:a'=b:b'=c:c'$

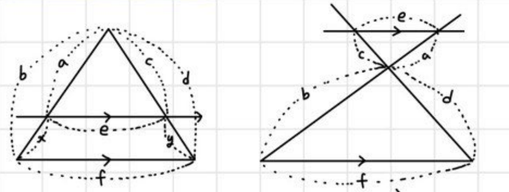


· 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.
$a:a'=c:c'$, $\angle B=\angle B'$

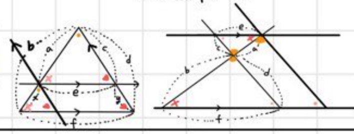


· 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.
$\angle B=\angle B'$, $\angle C=\angle C'$

삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비

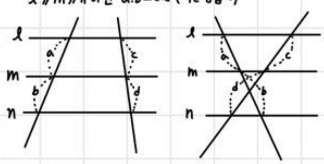


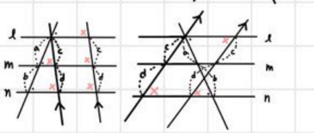
$a:b=c:d=e:f$
$a:c=b:d=x:y$



평행선 사이의 선분의 길이의 비

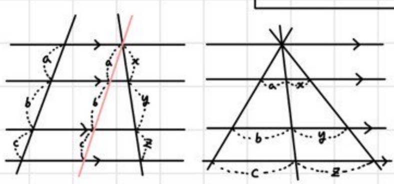
$l \parallel m \parallel n$ 이면 $a:b=c:d$ (역은 성립X)



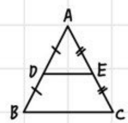


REMARK3

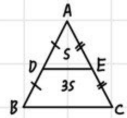
$a:b:c=x:y:z$, $a:x=b:y=c:z$



삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분

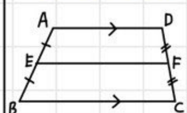


$\triangle ABC$에서 두 변 AB, AC의 중점을 각각 D, E라 할 때,
1. $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$
2. $\overline{BC}=2\times\overline{DE}$
3. $\triangle ADE$와 $\square DBCE$의 넓이의 비는 1:3이다.



길이비 1:2 → 넓이비 1:4
D와 E의 상대적인 위치관계가 같다.

사다리꼴의 두 변의 중점을 연결한 선분

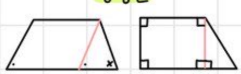


중점을 E, F라 할 때
1. $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{EF}$
2. $\overline{EF}=\dfrac{\overline{AD}+\overline{BC}}{2}$

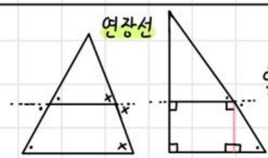
⇒ $\overline{AD}, \overline{EF}, \overline{BC}$는 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

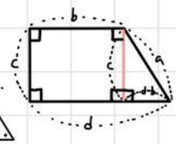
사다리꼴

평행선



연장선



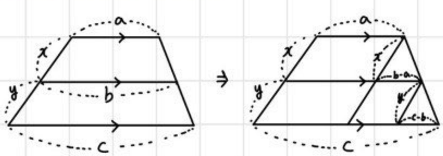


$a^2=c^2+(d-b)^2$

피타고라스

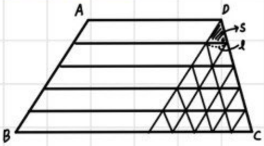
Patagorani

REMARK 사다리꼴과 평행선



길이비 : $x:y=b-a:c-b$

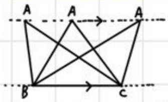
사다리꼴과 등차수열



1. 선분의 길이는 공차가 l인 등차수열
2. 사다리꼴의 넓이는 공차가 $2S$인 등차수열

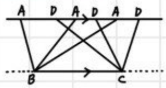
Theme 3
삼각형의 넓이의 비와 각의 이등분선

평행선과 삼각형의 넓이



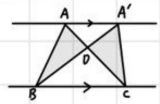
△ABC에서 밑변 BC의 길이와 높이가 일정하면
꼭짓점 A의 위치에 따라 △ABC의 모양이 달라지지만
그 넓이는 일정하다.

REMARK1



$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서도 두 밑변 AD, BC의 길이와 높이가 일정하면 밑변 AD의 위치에 따라 사다리꼴 모양은 달라지지만 그 넓이는 일정하다.

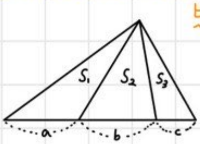
REMARK2



그림에서 △ABC = △A'BC 이므로
△ABC − △DBC = △A'BC − △DBC 에서
△ABD = △A'DC

높이 또는 밑변의 길이가 같은 삼각형의 넓이의 비

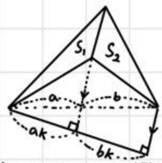
비율!



높이가 같은 세 삼각형의 넓이의 비

$S_1 : S_2 : S_3 = a : b : c$

(밑변의 길이의 비)

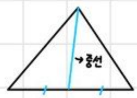


밑변의 길이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비

$S_1 : S_2 = a : b$ (높이의 비)

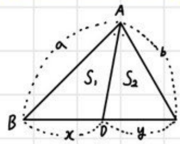
REMARK4

삼각형의 중선



삼각형의 한 꼭짓점과 마주보는 변의 중점을 이은 선분을 '중선'이라고 한다.
삼각형의 중선은 삼각형의 넓이를 이등분한다.

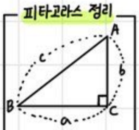
삼각형의 각의 이등분선



$a : b = x : y = S_1 : S_2$

Theme 4
직각삼각형과 닮음

피타고라스 정리



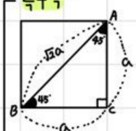
$a^2 + b^2 = c^2$

REMARK2

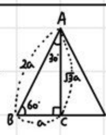
피타고라스의 수

3:4:5 5:12:13
7:24:25 8:15:17

특수각



$1 : 1 : \sqrt{2}$



$2 : 1 : \sqrt{3}$

REMARK5

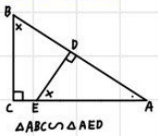
정삼각형의 높이와 넓이

한변의 길이가 a인 정삼각형의

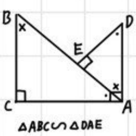
높이 : $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

넓이 : $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

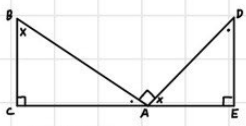
직각 삼각형의 닮음



△ABC ∽ △AED

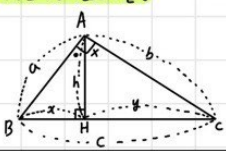


△ABC ∽ △DAE



△ABC ∽ △DAE

직각삼각형의 닮음의 활용



1. $ab = ch$
2. $h^2 = xy$
   ⇒ $\overline{BH}, \overline{AH}, \overline{HC}$는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
3. $x : y = a^2 : b^2$
4. $a^2 = xc$, $b^2 = yc$
5. △HBA : △HAC : △ABC = $a^2 : b^2 : c^2$

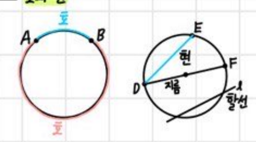
야

너두!

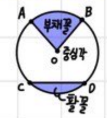
칠판도 알겠다.

Theme 5
원과 현

호와 현

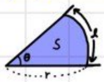


부채꼴과 활꼴



REMARK1

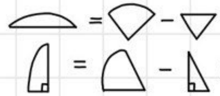
부채꼴의 호의 길이와 넓이



$l = r\theta$

$S = \frac{1}{2}r^2\theta$

REMARK2

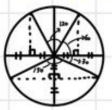


[부채꼴-이등변△]

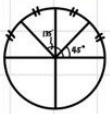
[부채꼴-직각△]

REMARK3 원과 특수각

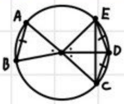
30°, 60°, 120°, 150° 등 ⇒ 반지름의 중점



45°, 135° 등 ⇒ 사분원의 호의 중점

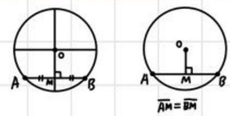


부채꼴의 중심각과 호(현) 사이의 관계



1. 한 원 OR 합동인 두 원에서 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴의 호(현)의 길이와 넓이는 각각 같다.
2. 한 원 OR 합동인 두 원에서 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.
   ⇒ 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

원의 중심과 현의 수직이등분선



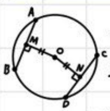
$\overline{AM} = \overline{BM}$

1. 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지난다.
2. 원에 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

REMARK1 원의 중심의 작도

원에서 서로 평행하지 않은 서로 다른 두 현의 수직이등분선의 교점이 원의 중심이 된다.

원의 중심에서 현까지의 거리와 현의 길이 사이의 관계



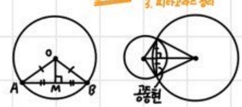
1. 한 원 OR 합동인 두 원에서 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 서로 같다.
2. 한 원 OR 합동인 두 원에서 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 서로 같은 거리에 있다.

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{OM} = \overline{ON}$

현의 길이 구하기

전체 X
절반 X2

1. 특수각
2. 피타고라스 수
3. 피타고라스 정리



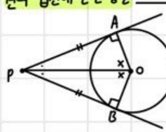
$\overline{AB} = 2\times\overline{AM} = 2\times\overline{BM}$

Theme 6
원과 접선

원의 접선과 반지름 + REMARK 기본예의

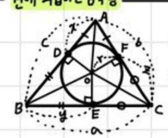
원의 접선이 등장하면 반드시 접점과 원의 중심과 연결하여 반지름을 표시해야 한다.

원의 접선에 관한 성질



1. $\overline{PA} = \overline{PB}$
2. $\angle AOP = \angle BPO$, $\angle AOP = \angle BOP$
3. $\angle APB + \angle AOB = 180°$

원에 외접하는 삼각형



1. △ABC 둘레의 길이
   $a+b+c = 2(x+y+z)$
2. △ABC의 넓이
   $\frac{1}{2}\times 2(x+y+z)r = (x+y+z)r$

원에 외접하는 사각형

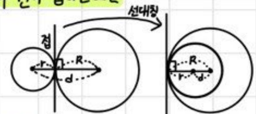
$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$

마주보는 변의 길이의 합은 서로 같다.
합이 같으면 한 원에 내접한다.

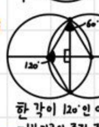
「참고」 네점 E, F, G, H에 접할 때.

⇒ △OAB + △OCD = △ODA + △OBC

두 원이 접하는 조건



개특수



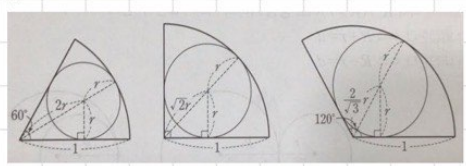
합동인 두 원 서로가 서로의 중심을 지남.

한 각이 120°인 이등변△ 넓이
= 반지름의 중점 정삼각형.

REMARK1

접점과 두 원의 중심은 모두 한 직선 위에 있다.

부채꼴에 내접하는 원

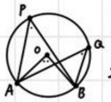


중심각의 크기가 60°, 90°, 120°인 부채꼴에 내접하는 원의 반지름 길이는 위와 같이 한 예각이 특수각인 직각△의 세변의 길이의 비를 이용하여 구한다.

Theme 7
원주각과 중심각

원주각과 중심각의 관계

원주각과 중심각의 관계

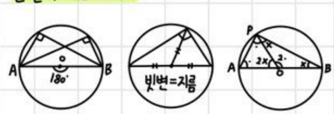


1. 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이다.
   즉 $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$이다.
2. 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.
   즉 $\angle APB = \angle AQB$이다.

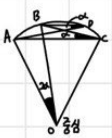
REMARK1

· 원 위의 한 호에 대한 원주각이 주어지면 중심각을 표시하고, 중심각이 주어지면 원주각을 표시한다.
· 각이 주어져있지 않은 경우 원주각 α, 중심각 2α등 미지수를 설정한다.

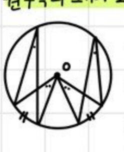
반원에 대한 원주각



REMARK2

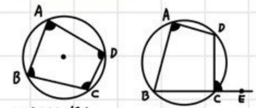


원주각의 크기와 호의 길이 사이의 관계



1. 한 원 or 합동인 두 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 서로 같다.
2. 한 원 or 합동인 두 원에서 크기가 같은 원주각에 대한 호의 길이는 서로 같다.
3. 한 원 or 합동인 두 원에서 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례한다.

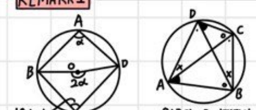
원에 내접하는 사각형



$\angle A + \angle C = 180°$
$\angle B + \angle D = 180°$

$\angle DCE = \angle A$

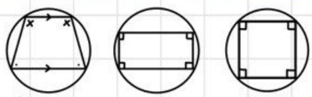
REMARK1



원주각으로 이해하기.

REMARK2

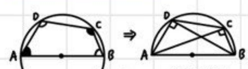
한 쌍의 마주보는 각의 크기의 합이 180°일 때만 원에 내접한다.



등변사다리꼴 직사각형 정사각형

REMARK3

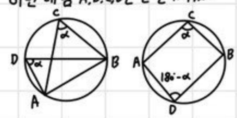
반원의 지름을 변으로 하는 사각형



$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$

네 점이 한 원 위에 있기 위한 조건

네점 A,B,C,D에 대하여
$\angle ACB = \angle ADB$ or $\angle ACB + \angle ADB = 180°$
원주각이 같다. 대각의 합이 180°
이면 네 점 A,B,C,D는 한 원 위에 있다.

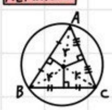


Theme 8
외심,내심,무게중심

삼각형의 외심

1. 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점(외심)에서 만난다.
2. 외심에서 삼각형의 세 꼭지점에 이르는 거리는 모두 같다. 반지름

REMARK1



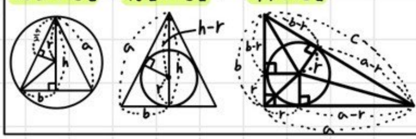
1. $\triangle OAB, \triangle OBC, \triangle OCA$ ⇒ 이등변△
2. $\angle BOC = 2\angle A$
   $\angle COA = 2\angle B$
   $\angle AOB = 2\angle C$

3. 직각△ 외심은 빗변의 중점이다.

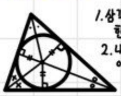
REMARK5 삼각형의 외심에 대한 예외.

1. 외심에서 세 변에 내린 수선은 세 변을 이등분한다. (3개의 수직이등분선)
2. 외심과 세 꼭짓점 사이의 거리가 같다. (3개의 이등변삼각형)
3. 원주각과 중심각
4. 사인법칙.

이등변△ 외접원 — 이등변△ 내접원 — 직각△ 내접원

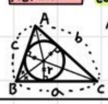


삼각형의 내심



1. 삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점(내심)에서 만난다.
2. 내심에서 삼각형의 세변에 이르는 거리는 모두 같다.
   ↳반지름

REMARK6 넓이

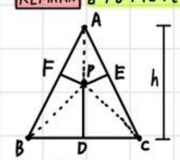


ABC 넓이는
$\frac{1}{2}(a+b+c)r$
높이가 같은 삼각△3개.

REMARK8 내심에 대한 예외

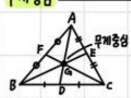
1. 세 내각의 이등분
2. 내접원에 그은 접선의 길이가 같다.
3. 내심에서 세 변에 내린 수선의 길이가 같다.

REMARK 삼각형의 수선의 길이의 합



$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF} = h$

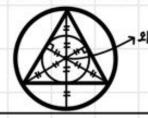
무게중심



세 중선의 길이를 꼭짓점으로 부터 각각 2:1로 나눈다.
$\triangle GAE$의 넓이는 모두 $\triangle ABC$의 넓이의 $\frac{1}{6}$이다.
삼각형 세 중선이 만나는 점이다.

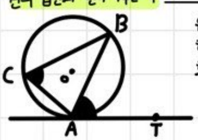
REMARK

1. 이등변△의 외심,내심,무게중심은 꼭지각에서 밑변에 내린 수선 위에 있다.
2. 정△ 외심,내심,무게중심은 일치한다.



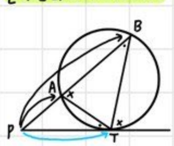
Theme 9
원의 접선과 현이 이루는 각

원의 접선과 현이 이루는 각



원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.
즉 $\angle BAT = \angle BCA$이다.

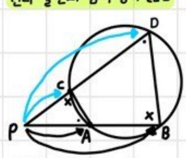
원의 접선, 현과 삼각형의 닮음.



$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

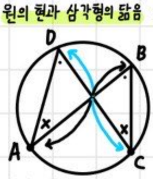
$\overline{PA}, \overline{PT}, \overline{PB}$가 이 순서대로 등비수열

원의 할선과 삼각형의 닮음



$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$

원의 현과 삼각형의 닮음



$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$

NoBAE
현우진T
D