



**수열의 귀납적 정의 40제**

---

**수학문만초보**

제 2 교시

# 수학 영역

EBS 선별

1.  $a_1 = 1$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = 2 - \frac{4}{a_n}$$

를 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 값은?

2.  $a_1 = 1$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = a_n + 3$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

3.  $a_1 = a (a > 0)$ ,  $a_2 = -2$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$$

을 만족시킨다.  $\sum_{k=1}^{20} |a_k| = 130$ 을 만족시키는  $a$ 의 값을 구하시오.

4. 모든 항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

을 만족시킨다.  $a_1 < a_2$ 이고  $a_6 = 72$ 일 때,  $a_4$ 의 값을 구하시오.

5. 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -a_n & (a_n < 0) \\ a_n - 2 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $0 < a_1 < 2$ 이고,  $\sum_{k=1}^{30} a_k = \frac{3}{2}$  일 때,  $4 \times a_1$ 의 값은?

6. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\begin{cases} a_{2n} = a_n \\ a_{2n+1} = a_n + 1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. 100 이하의 자연수  $k$ 에 대하여  $a_k = 2$ 인 모든 자연수  $k$ 의 개수는?

7. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 5$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3 - \frac{5}{a_n} & (a_n \text{이 정수}) \\ 2a_n - 3 & (a_n \text{이 정수가 아님}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $\sum_{n=1}^{50} a_n$ 의 값을 구하시오.

8. 모든 항이 0이 아닌 정수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = a_n^2 - 2a_n$$

을 만족시킨다.  $a_2 \neq a_3$ ,  $a_4 = a_5$ 일 때,  $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값을 구하시오.

9. 첫째항이 1인 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,

$$32 \times \sum_{k=1}^{11} a_k \text{의 값을 구하시오.}$$

(가)  $a_{n+2} = \frac{1}{2}a_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )

(나) 세 수  $a_3, a_1, a_4$ 는 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

10. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_{10}$ 의 값이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하시오.

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n + a_{n+1} = 2n$ 이다.

(나) 어떤 자연수  $k$ 에 대하여  $a_k - a_{k+1} = 4$ 이다.

# 수학 영역

**비킬러**

1. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{2n} = 2a_n, a_{2n+1} = 3a_n$$

을 만족시킨다.  $a_7 + a_k = 73$ 인 자연수  $k$ 의 값을 구하시오.  
[2023 사관]

2. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다

(가)  $1 \leq n \leq 4$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n + a_{n+4} = 15$$

(나)  $n \geq 5$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{n+1} - a_n = n$ 이다.

$\sum_{n=1}^4 a_n = 6$ 일 때,  $a_5$ 의 값은? [2022 4월]

3. 수열  $\{a_n\}$ 은  $1 < a_1 < 2$ 이고 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n & (a_n < 0) \\ a_n - 2 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_7 = -1$ 일 때,  $40 \times a_1$ 의 값을 구하시오.

[2022 3월]

4. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2n$$

을 만족시킬 때,  $a_1 + a_{22}$ 의 값은? [2021 10월]

5. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 구간  $(0, 1]$ 에서

$$f(x) = \begin{cases} 3 & (0 < x < 1) \\ 1 & (x = 1) \end{cases}$$

이고 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+1) = f(x)$ 를 만족시킨다.

$$\sum_{k=1}^{20} \frac{k \times f(\sqrt{k})}{3} \text{의 값은? [2022 6월]}$$

6. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$a_1 = 2, a_2 = 4$ 이고 2 이상의 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} S_n = a_n S_{n+1}$$

이 성립할 때,  $S_5$ 의 값을 구하시오. [2022 3월]

7. 두 실수  $a, b$ 와 수열  $\{c_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키고  $a+b=1$ 일 때, 자연수  $m$ 의 값을 구하시오. [2021 사관]

(가)  $(m+2)$ 개의 수

$a, \log_2 c_1, \log_2 c_2, \log_2 c_3, \dots, \log_2 c_m, b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

(나) 수열  $\{c_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 항을 모두 곱한 값은 32이다.

8. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^n k a_k$$

를 만족시킨다.

$a_1 = 2$ 일 때,  $a_2 + \frac{a_{51}}{a_{50}}$ 의 값은? [2020 3월]

9. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 4$ 이고 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2-a_n} & (a_n > 2) \\ a_n + 2 & (a_n \leq 2) \end{cases}$$

이다.  $\sum_{k=1}^m a_k = 12$ 를 만족시키는 자연수  $m$ 의 최솟값은?

[2020 사관]

10. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = 88$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (a_n \geq 65) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n < 65) \end{cases}$$

를 만족시킬 때,  $a_{21}$ 의 값은? [2018 9월 고2]

제 2 교시

수학 영역

준킬러

1. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $|a_1|=2$
- (나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $|a_{n+1}|=2|a_n|$ 이다.
- (다)  $\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ 의 값을 구하시오. [2022 수능]

2. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $a_1$ 은 1이 아닌 양수이다.
- (나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{2n-1} + a_{2n} = 1$ 이고  $a_{2n} \times a_{2n+1} = 1$ 이다.

$\sum_{n=1}^{14} (|a_n| - a_n) = 10$ 이 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합은?

[2021 코2 11월]

- ①  $\frac{10}{3}$
- ② 4
- ③  $\frac{14}{3}$
- ④  $\frac{16}{3}$
- ⑤ 6

3. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 은  $a_1 = 1$ ,  $b_1 = -1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = a_n + b_n, \quad b_{n+1} = 2\cos\frac{a_n}{3}\pi$$

를 만족시킨다.  $a_{2021} - b_{2021}$ 의 값은? [2021 9월 고2]

- ① -2      ② 0      ③ 2      ④ 4      ⑤ 6

4. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의

최댓값과 최솟값을 각각  $M$ ,  $m$ 이라 할 때,  $M - m$ 의 값은?

[2022 수능 예시문항]

(가)  $a_5 = 5$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

- ① 64      ② 68      ③ 72      ④ 76      ⑤ 80

5. 수열  $\{a_n\}$ 은  $0 < a_1 < 1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$

(나)  $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_8 - a_{15} = 63$ 일 때,  $\frac{a_8}{a_1}$ 의 값은? [2021 수능]

6. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = \frac{3}{2}$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{2n-1} + a_{2n} = 2a_n$$

을 만족시킨다.  $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값은? [2021 사관]

7. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ a_{2n+1} = -a_n + 3a_{n+1}$$

$$(나) \ a_{2n+2} = a_n - a_{n+1}$$

$a_1 = 1, a_2 = 2$ 일 때,  $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값은? [2021 사관]

8. 각 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때,

$$S_n + S_{n+1} = (a_{n+1})^2$$

이 성립한다.  $a_1 = 10$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하여라. [2019 경찰대]

9. 공차가 0이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$ 이 있다. 수열  $\{b_n\}$ 은

$b_1 = a_1$ 이고, 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} b_{n-1} + a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1} - a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.  $b_{10} = a_{10}$ 일 때,  $\frac{b_8}{b_{10}} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [2017 6월]

10.  $a_1 = 1$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_{21} = -1$

(나)  $\sum_{k=1}^{20} k(a_k - 2a_{k+1}) = 98$

$\sum_{k=1}^{18} ka_{k+2}$ 의 값은? [2023 수능특강]

- ① -60    ② -59    ③ -58    ④ -57    ⑤ -56

제 2 교시

# 수학 영역

**킬러**

1. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_0$ 의 최댓값과 최솟값을 각각  $M, m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값은? [2023 수능]

(가)  $a_7 = 40$   
 (나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

2. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수  $k$ 에 대하여  $a_{4k} = r^k$ 이다.  
 (단,  $r$ 은  $0 < |r| < 1$ 인 상수이다.)  
 (나)  $a_1 < 0$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (|a_n| < 5) \\ -\frac{1}{2}a_n & (|a_n| \geq 5) \end{cases}$$

이다.

$|a_m| \geq 5$ 을 만족시키는 100 이하의 자연수  $m$ 의 개수를  $p$ 라 할 때,  $p+a_1$ 의 값은? [2023 9월]

3. 자연수  $k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열  $\{a_n\}$ 이 있다.

$$a_1 = 0 \text{이고, 모든 자연수 } n \text{에 대하여}$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \frac{1}{k+1} & (a_n \leq 0) \\ a_n - \frac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$$

$a_{22} = 0$ 이 되도록 하는 모든  $k$ 의 값의 합은? [2023 6월]

4. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1$ 의 최솟값을  $m$ 이라 하자.

(가) 수열  $\{a_n\}$ 의 모든 항은 정수이다.

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{2n} = a_3 \times a_n + 1, \quad a_{2n+1} = 2a_n - a_2 \text{이다.}$$

$a_1 = m$ 인 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $|a_9|$ 의 값은? [2022 사관]

5. 수열  $\{a_n\}$ 은  $|a_1| \leq 1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \leq a_n < \frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \leq 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_5 + a_6 = 0$ 이고,  $\sum_{k=1}^5 a_k > 0$ 이 되도록 하는 모든

$a_1$ 의 값의 합은? [2022 9월]

- ①  $\frac{9}{2}$     ② 5    ③  $\frac{11}{2}$     ④ 6    ⑤  $\frac{13}{2}$

6. 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} 2a_n + a_{n+1} & (a_n \leq a_{n+1}) \\ a_n + a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_3 = 2$ ,  $a_6 = 19$ 가 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합은? [2020 9월]

- ①  $-\frac{1}{2}$     ②  $-\frac{1}{4}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

7. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $a_{2n} = b_n + 2$
- (나)  $a_{2n+1} = b_n - 1$
- (다)  $b_{2n} = 3a_n - 2$
- (라)  $b_{2n+1} = -a_n + 3$

$a_{48} = 9$ 이고  $\sum_{n=1}^{63} a_n - \sum_{n=1}^{31} b_n = 155$ 일 때,  $b_{32}$ 의 값을 구하시오.

[2020 4월]

8. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $a_{2n} = a_n - 1$
- (나)  $a_{2n+1} = 2a_n + 1$

$a_{20} = 1$ 일 때,  $\sum_{n=1}^{63} a_n$ 의 값은? [2020 수능]

- ① 704      ② 712      ③ 720      ④ 728      ⑤ 736

9. 첫째항이 짝수인 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_5 = 5$ 일 때, 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하시오.

10. 첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열  $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_7 + b_7$ 의 값을 구하시오. [2019 수능]

(가)  $\sum_{n=1}^5 (a_n + b_n) = 27$

(나)  $\sum_{n=1}^5 (a_n + |b_n|) = 67$

(다)  $\sum_{n=1}^5 (|a_n| + |b_n|) = 81$

파트1 EBS 선별

1	3	2	81	3	8	4	28	5	7
6	21	7	136	8	9	9	249	10	19

파트2 비킬러

1	64	2	3	3	70	4	22	5	190
6	162	7	10	8	53	9	9	10	747

파트3 준킬러

1	678	2	③	3	⑤	4	③	5	92
6	28	7	31	8	13	9	13	10	④

파트4 킬러

1	224	2	12	3	14	4	53	5	①
6	②	7	79	8	④	9	142	10	117