

13번

수능 수학의 도형 문제는 사용할 수 있는 툴들이 굉장히 제한적이다.

계속해서 상황을 관찰하고 머리를 굴려주면서

지금 상황에서는 어떤 툴을 사용할 수 있을지 실마리를 찾아내는 연습을 꾸준히 해주자.

도형 문제는 '꼬리 물기' 를 잘해야 한다.

조건들끼리 결합해서, 새로운 조건을 얻어냈다면

새로운 조건을 또 기존 조건들과 결합해서 새로운 조건을 얻어내는 흐름을 이어가야 한다.

도형 문제는 문제를 읽는 단계부터, 그때 그때 얻을 수 있는 추가 정보를 모두 정리해둬야 한다.

과하다 싶을 정도로 미리 정리하고 사용할 수 있는 툴들을 대비해주면

문제 풀이를 훨씬 더 수월하게 가져갈 수 있다.

평행사변형 → 평행하다! → 동위각 / 엇각 활용, 닮음!

수선의 발 E → 직각 → 피타고라스 혹은 삼각비 활용

$$\cos(\angle AFC) = \frac{\sqrt{10}}{10} \rightarrow \sin(\angle AFC) = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$\overline{EC} = 10$ 이고 삼각형 CDE의 외접원의 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$???

→ 상황이 sin 법칙을 가리킨다는 것을 깨닫고 바로 sin 법칙을 적용.

→ $\sin(\angle EDB) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 이므로, 45° 라는 것도 캐치해줘야 한다. cos값도 똑같다는 것도 체크!

여기서 정체됐을 학생들이 많을텐데, 이 시점에는 주어진 정보들을 잘 생각하면서

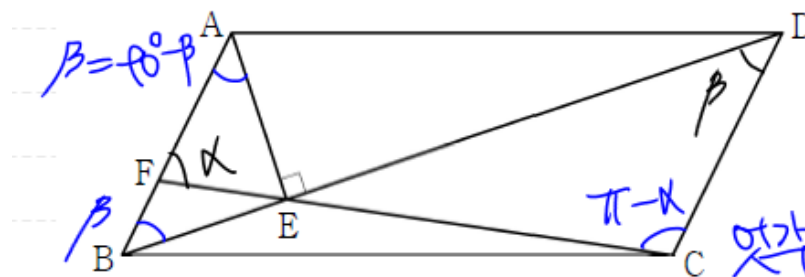
문제 풀이의 방향성을 제대로 잡아줘야 한다.

결국, 문제에서 주어진 도형에 대해 제대로 준 길이는 EC의 길이와 외접원의 반지름 길이 뿐이다.

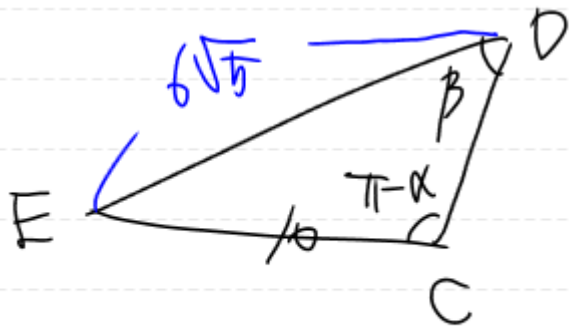
결국 삼각형 ECD가 문제 풀이의 첫 스타트가 되어야만 한다고 생각해준 다음, 사용할 수 있는 정보를 더 모아줘야 한다.

결국 추가적으로 주어진 정보는 각 AFC이고, 어떻게 삼각형 ECD와 연관짓지? 생각해준다면

처음에 생각했던 평행하다 → 동위각 / 엇각 활용! 을 충분히 떠올려줄 수 있다.



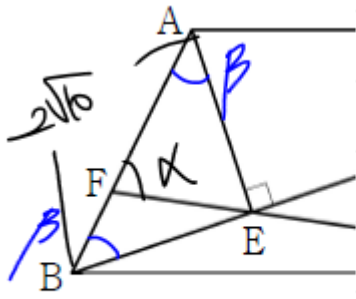
외접원의 반지름 길이를 아는 상태에서, 각에 대한 정보를 하나 더 얻었으므로 sin 법칙을 적용하면



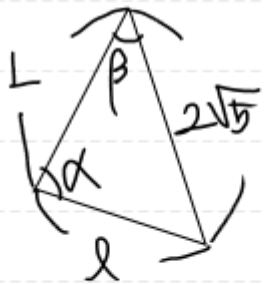
$$\frac{\overline{ED}}{\sin(\pi - \alpha)} = 2R = 10\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \overline{ED} = 10\sqrt{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{6}} = 3\sqrt{60} = 6\sqrt{5} \text{ ,,}$$

최종 목적지는, 삼각형 AFE의 넓이라는 것을 고려했을 때,
 변 CD의 길이를 구하는 것은 매우 합리적이므로 구해보면 $2\sqrt{10}$ 이 나온다.



$$\beta = 45^\circ \text{ 이므로, } \overline{BE} = 2\sqrt{5} = \overline{AE}$$



$$\frac{l}{\sin \beta} = \frac{2\sqrt{5}}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow l = \frac{\sqrt{60} \cdot \sqrt{5}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{5} = \frac{10}{3} \text{ ,,}$$

$$\sin(135^\circ - \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{4}{2\sqrt{6}}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{2\sqrt{6}} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{20}{3} \text{ ,,}$$

\overline{FE} 의 길이가 $10/3$ 임을 구한 후,
 동위각 / 엇각 과 평행을 활용해 닮음을 사용해서 넓이를 구해도 됩니다.
 저는 미적분 선택자라 더 쉬운 삼각함수 덧셈정리 씬 ㅎㅎ...;;ㅋㅋ