

제 2 교시

수학 영역

5지선 다형

1. $4^1 \times 2^{\sqrt{4}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = x^3 - 7x + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

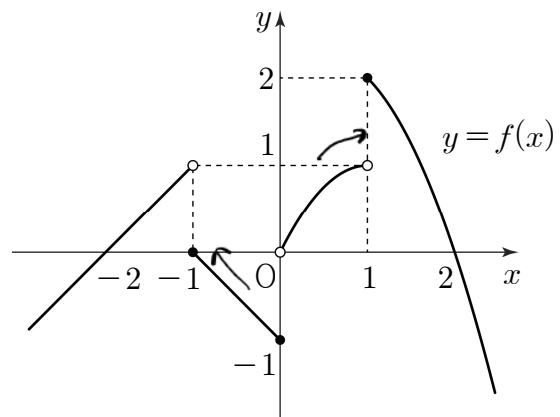
$f' = 3x^2 - 7$
 $12 - 7 = 5$

3. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{3}{5}$ 이고 $\sin\theta \cos\theta < 0$ 일 때, $\sin\theta + 2\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$



4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x + a & (x \leq 1) \\ 2x^3 + bx + 1 & (x > 1) \end{cases}$$

$$3 = f(1) = b - 3 \Rightarrow b = 6 \rightarrow f(1) = 0$$

이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은?
 (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

6. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a = r \quad r^2 - r = 2, \quad r = 2$$

$$a_3^2 = a_6, \quad a_2 - a_1 = 2$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

7. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - 9x + 4$ 가 $x=1$ 에서 극값을 갖는다.
 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

$$f' = 3x^2 + 2ax - 9 = 3(x-1)(x+3)$$

$$a = 3$$

$$x^2 + 3x^2 = 9x + 4$$

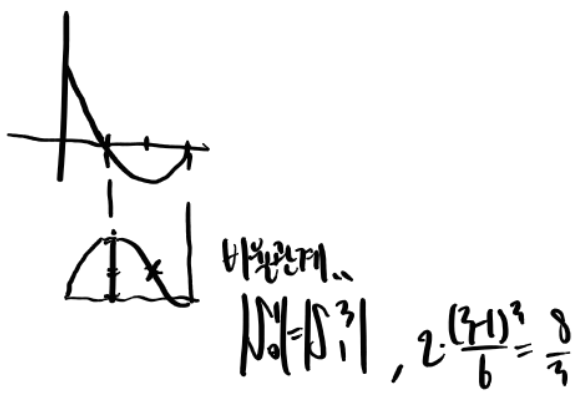
$$4x^2 - 9x - 4 = 0$$

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - 4t + 3$$

이다. 점 P가 시각 $t=1$, $t=a$ ($a > 1$)에서 운동 방향을 바꿀 때, 점 P가 시각 $t=0$ 에서 $t=a$ 까지 움직인 거리는? [3점]

- ① $\frac{7}{3}$
- ② $\frac{8}{3}$
- ③ 3
- ④ $\frac{10}{3}$
- ⑤ $\frac{11}{3}$

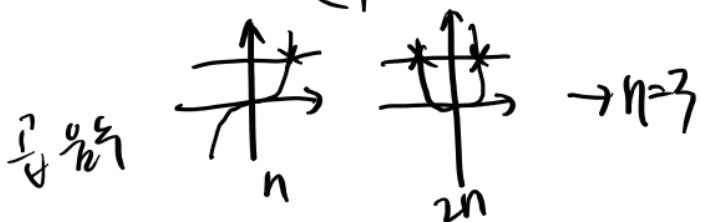


9. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$(x^n - 8)(x^{2n} - 8) = 0$$

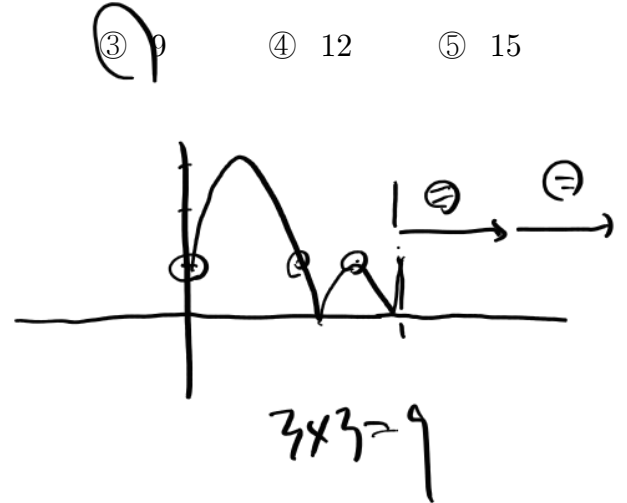
의 모든 실근의 곱이 -4 일 때, n 의 값은? [4점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6



10. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 곡선 $y = |4\sin 3x + 2|$ 와 직선 $y = 2$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수는? [4점]

- ① 3
- ② 6
- ③ 9
- ④ 12
- ⑤ 15



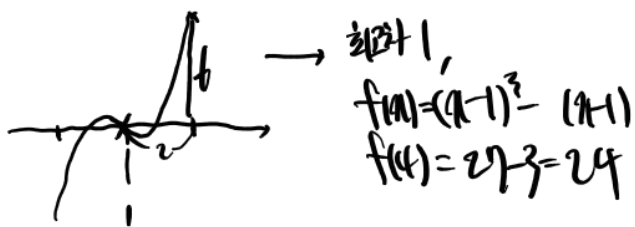
11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(1+x)+f(1-x)=0$ 이다.
 (나) $\int_{-1}^3 f'(x)dx = 12$

(1,0) 점사상
 \Rightarrow 변곡점(1,0)
 $\int_{-1}^3 = \int_1^3 = 6$

$f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40



12. 모든 항이 정수이고 공차가 5인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 m 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^{2m+1} a_k < 0$
 (나) $|a_m| + |a_{m+1}| + |a_{m+2}| < 13$

2m+1
 $\Rightarrow a_{m+1} < 0$
 $\Rightarrow a_{m+2} > 0$

$24 < a_{21} < 29$ 일 때, m 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

$$-a_{m+1} + 5 - a_{m+1} + a_{m+1} + 5 = -a_{m+1} + 10 < 13$$

$$\Rightarrow -3 < a_{m+1} < 0$$

$$24 < a_{21} < 29$$

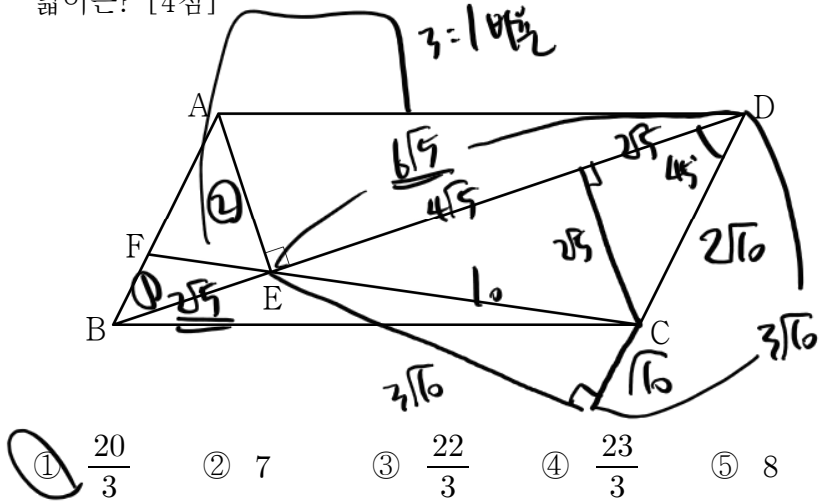
$$\downarrow$$

$$-6 < a_5 < -1$$

$$m=14$$

13. 그림과 같이 평행사변형 ABCD가 있다. 점 A에서 선분 BD에 내린 수선의 발을 E라 하고, 직선 CE가 선분 AB와 만나는 점을 F라 하자.

$\cos(\angle AFC) = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\overline{EC} = 10$ 이고 삼각형 CDE의 외접원의 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 AFE의 넓이는? [4점]



$$\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 25 \cdot \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$$

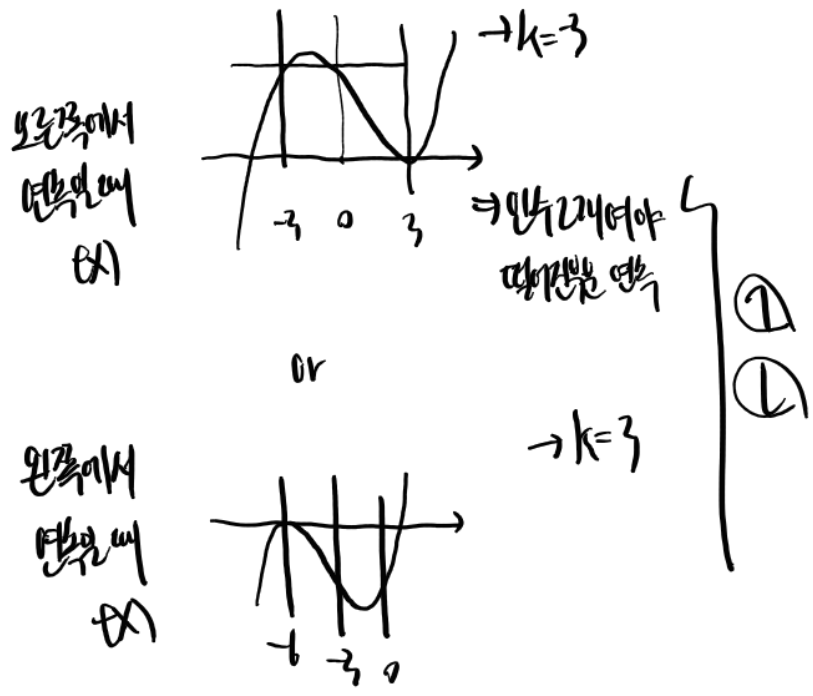
14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(-3) = f(0)$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -3 \text{ 또는 } x \geq 0) \\ -f(x) & (-3 \leq x < 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)g(x-3)$ 이 $x=k$ 에서 불연속인 실수 k 의 값이 한 개일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 >
- ㉠ 함수 $g(x)g(x-3)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.
 - ㉡ $f(-6) \times f(3) = 0$
 - ㉢ 함수 $g(x)g(x-3)$ 이 $x=k$ 에서 불연속인 실수 k 가 음수일 때 집합 $\{x | f(x) = 0, x \text{는 실수}\}$ 의 모든 원소의 합이 -1 이면 $g(-1) = -48$ 이다.

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢



㉢ → $k=3$, 서로다른 선근함 -

$$f = (x+4)(x-3)^2$$

$$g(x) = -48$$

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 < 300$
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{3}a_n & (\log_3 a_n \text{ 이 자연수인 경우}) \\ a_n + 6 & (\log_3 a_n \text{ 이 자연수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

이다.

$\sum_{k=4}^7 a_k = 40$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 315 ② 321 ③ 327 **④ 333** ⑤ 339

Handwritten solution for problem 15:

a_1 2배씩 X
 6배씩 \rightarrow 40 X (X)

a_1 3배씩
 $a_1 = 3^k$

3^k 2배씩 \rightarrow 3^{k+1} -- 3^{k+2}

--- 27 9 3 1 1/3 1/9

$27 \rightarrow 54 \rightarrow 108 \rightarrow 216 \rightarrow 432$ (X) $a_1=27$
 $27 \rightarrow 54 \rightarrow 108 \rightarrow 216$ (O)
 $9 \rightarrow 18 \rightarrow 36 \rightarrow 72 \rightarrow 144$ (O)
 $3 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 24 \rightarrow 48$ (X)

$237 + 69 + 27 = 333$

단답형

16. 방정식 $\log_2(x-5) = \log_4(x+7)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

Handwritten solution for problem 16:

$$\log_2(x-5) = \log_4(x+7)$$

$$\log_2(x-5) = \frac{1}{2} \log_2(x+7)$$

$$2 \log_2(x-5) = \log_2(x+7)$$

$$(x-5)^2 = x+7$$

$$x^2 - 10x + 25 = x + 7$$

$$x^2 - 11x + 18 = 0$$

$$(x-9)(x-2) = 0$$

9

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 9x^2 - 8x + 1$ 이고 $f(1) = 10$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

Handwritten solution for problem 17:

$$f = 3x^3 - 4x^2 + x + 10$$

$$f(2) = 20$$

18. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 40, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = -10$$

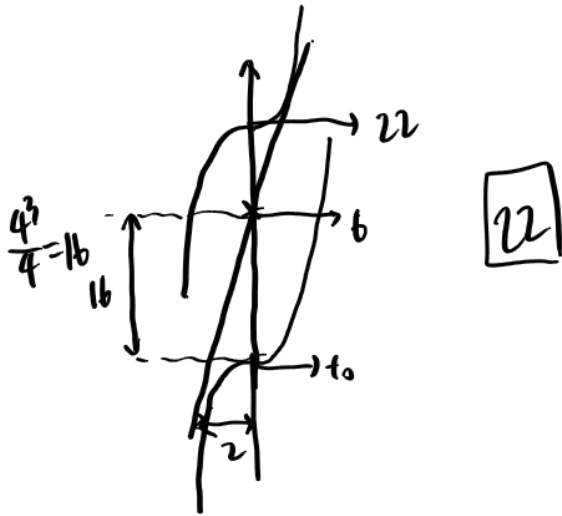
일 때, $\sum_{k=1}^{10} (b_k + 5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\sum_{k=1}^6 (2b_k + 3) = 60$$

$$\sum_{k=1}^6 b_k = 15$$

65

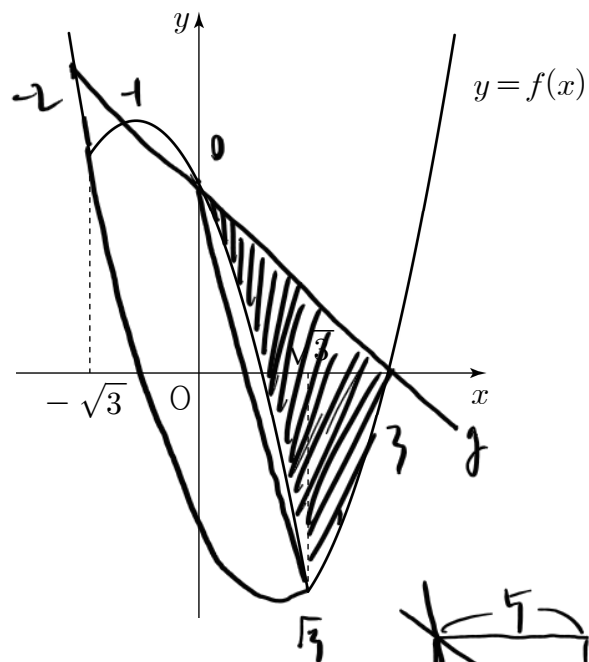
19. 곡선 $y = x^3 - 10$ 위의 점 $P(-2, -18)$ 에서의 접선과 곡선 $y = x^3 + k$ 위의 점 Q 에서의 접선이 일치할 때, 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]



20. 실수 $t \left(\sqrt{3} < t < \frac{13}{4} \right)$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = |x^2 - 3| - 2x, \quad g(x) = -x + t$$

의 그래프가 만나는 서로 다른 네 점의 x 좌표를 작은 수부터 크기순으로 x_1, x_2, x_3, x_4 라 하자. $x_4 - x_1 = 5$ 일 때, 닫힌구간 $[x_3, x_4]$ 에서 두 함수 $y = f(x), y = g(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는 $p - q\sqrt{3}$ 이다. $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]



$$\Delta \text{ 넓이}$$

$$= \frac{1}{2} \left| \begin{matrix} (\sqrt{3}+2) & (\sqrt{3}-3) \\ -3-\sqrt{3} & 3+\sqrt{3} \end{matrix} \right|$$

$$= \frac{1}{2} | -3-\sqrt{3} |$$

$$= \frac{3+\sqrt{3}}{2}$$

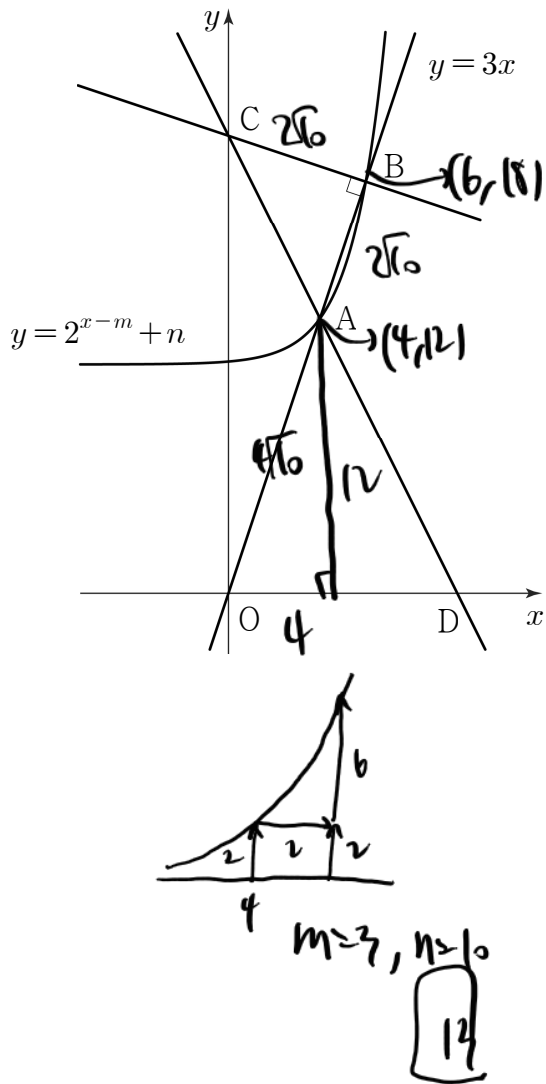
$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (3+\sqrt{3}) + \frac{(3-\sqrt{3})^2}{6} - \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{9+3\sqrt{3}}{2} + \frac{(2-\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}{6} - \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$= 9 - 5\sqrt{3} + \frac{9}{2} + \sqrt{3} = \frac{27}{2} - 4\sqrt{3}$$

74

21. 그림과 같이 곡선 $y=2^{x-m}+n$ ($m > 0, n > 0$) 과 직선 $y=3x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 점 B를 지나며 직선 $y=3x$ 에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. 직선 CA가 x 축과 만나는 점을 D라 하면 점 D는 선분 CA를 5:3으로 외분하는 점이다. 삼각형 ABC의 넓이가 20일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.) [4점]



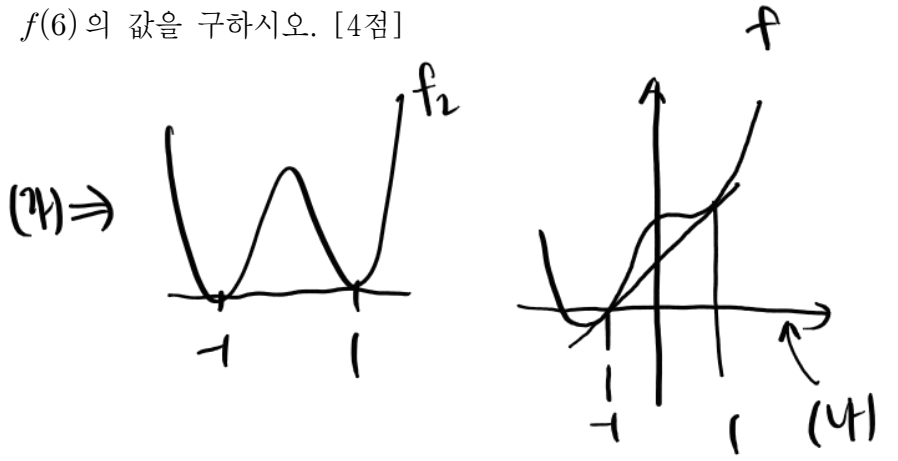
22. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) - x - f(t) + t = f_2(x) - f_2(t)$$

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 두 함수 $f(x)$ 와 $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- Handwritten notes above conditions: 2 개 실근, 3 개 정근, 2 개 정근, 3 개 정근
- (가) $\lim_{t \rightarrow -1} \{h(t) - h(-1)\} = \lim_{t \rightarrow 1} \{h(t) - h(1)\} = 2$
 - (나) $\int_0^\alpha f(x) dx = \int_0^\alpha |f(x)| dx$ 를 만족시키는 실수 α 의 최솟값은 -1 이다. *Handwritten note: 분변과 x 좌표 point -*
 - (다) 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{d}{dx} \int_0^x \{f(u) - ku\} du \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 k 의 최댓값은 $f'(\sqrt{2})$ 이다.

$f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]



(다) $f(x) - kx \geq 0 \rightarrow k \leq f'(\sqrt{2})$

Handwritten calculations:
 $f(x) = p(x+1)^2(x-1)^2 + q(x-1)$
 $f'(x) = 4p(x+1)(x-1) + q$
 $f'(\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}p + q$
 $p\sqrt{2} + 1 = 8p + \sqrt{2}, p = \frac{1}{7}$
 $\frac{1}{7}(x+1)^2(x-1)^2 + q(x-1)$
 $f(6) = 25 \cdot \frac{1}{7} + q = 18\sqrt{2}$

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 ○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.