제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\dfrac{2^{\sqrt{3}}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$ 의 값은? [2점]

① $\dfrac{1}{16}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ 1 ④ 4 ⑤ 16

2. 함수 $f(x)=2x^2+5$ 에 대하여 $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ 의 값은? [2점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. $\sin(\pi-\theta)=\dfrac{5}{13}$ 이고 $\cos\theta<0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\dfrac{12}{13}$ ② $-\dfrac{5}{12}$ ③ 0 ④ $\dfrac{5}{12}$ ⑤ $\dfrac{12}{13}$

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -2x+a & (x\le a) \\ ax-6 & (x>a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

5. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = 2a_5, \quad a_8 + a_{12} = -6$$

일 때, a_2의 값은? [3점]

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

6. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$의 극댓값이 9일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$일 때, $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(S_k - a_k)$의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{3}{5}$ ③ $\dfrac{7}{10}$ ④ $\dfrac{4}{5}$ ⑤ $\dfrac{9}{10}$

8. 곡선 $y=x^3-4x+5$ 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선이 곡선 $y=x^4+3x+a$에 접할 때, 상수 a의 값은? [3점]

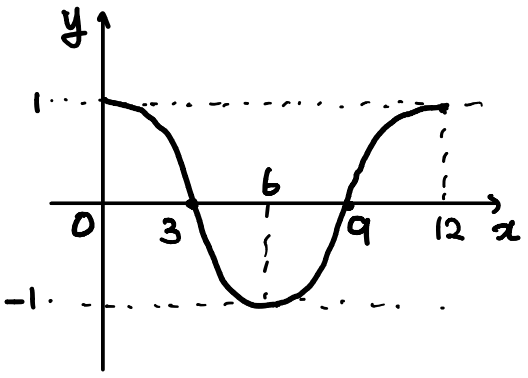
① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 닫힌구간 $[0, 12]$에서 정의된 두 함수

$$f(x)=\cos\frac{\pi x}{6},\quad g(x)=-3\cos\frac{\pi x}{6}-1$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=k$가 만나는 두 점의 x좌표를 α_1, α_2라 할 때, $|\alpha_1-\alpha_2|=8$이다. 곡선 $y=g(x)$와 직선 $y=k$가 만나는 두 점의 x좌표를 β_1, β_2라 할 때, $|\beta_1-\beta_2|$의 값은? (단, k는 $-1<k<1$인 상수이다.) [4점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5



$|\alpha_1-\alpha_2|=8$ 이므로
$k>0$이고
$\alpha_1=2,\ \alpha_2=10$ (대칭성)
$\Rightarrow k=\frac{1}{2}$

$-3\cos\frac{\pi x}{6}-1=\frac{1}{2}$

$\cos\frac{\pi x}{6}=-\frac{1}{2}$

$\therefore |\beta_2-\beta_1|=|4-8|=4$

10. 수직선 위의 점 A(6)과 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 이 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t\,(t\ge 0)$에서의 점 P의 속도 $v(t)$를

$$v(t)=3t^2+at\quad(a>0)$$

이라 하자. 시각 $t=2$에서 점 P와 점 A 사이의 거리가 10일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$d=|x(2)-6|$

$=\left|\int_0^2 v(t)dt-6\right|$

$=|(8+2a)-6|$

$=2a+2=10$

$\therefore a=4$

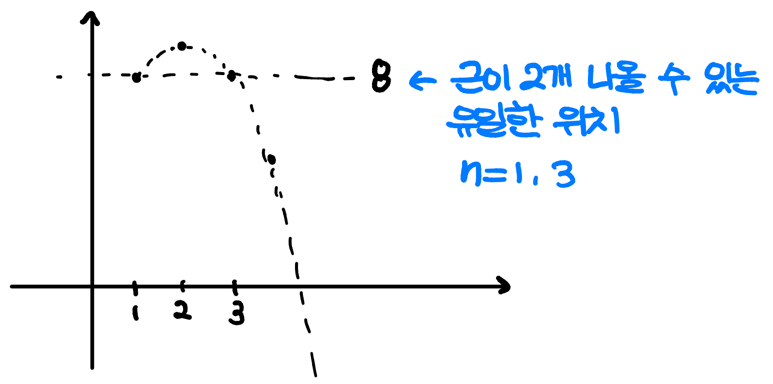
11. 함수 $f(x)=-(x-2)^2+k$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n의 개수가 2일 때, 상수 k의 값은? [4점]

$\sqrt{3}^{f(n)}$의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9이다.

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$3^{\frac{f(n)}{8}} \times (-3^{\frac{f(n)}{8}}) = -3^{\frac{f(n)}{4}} = -9$

$\Rightarrow f(n)=8$ 정의역 자연수로 간주



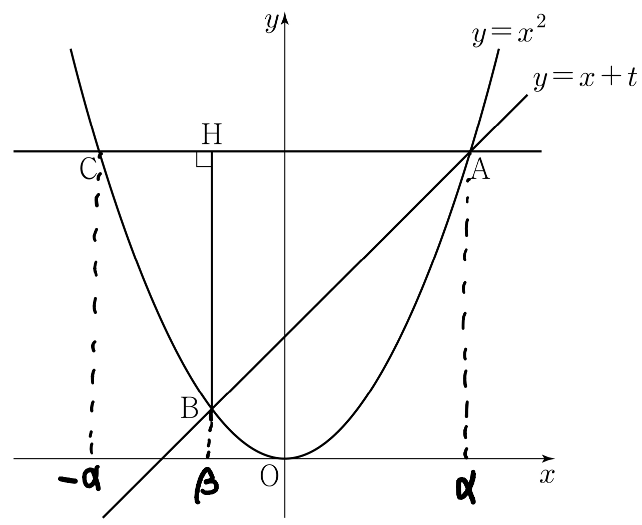
$f(1)=f(3)=k-1=8$

$\therefore k=9$

12. 실수 $t\,(t>0)$에 대하여 직선 $y=x+t$와 곡선 $y=x^2$이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=x^2$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\lim_{t\to 0+}\frac{\overline{AH}-\overline{CH}}{t}$의 값은? (단, 점 A의 x좌표는 양수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



α, β는 방정식 $x^2=x+t$의 근

$\Rightarrow \beta = \frac{1-\sqrt{1+4t}}{2}$

$$\lim_{t\to 0+}\frac{\overline{AH}-\overline{CH}}{t} = \lim_{t\to 0+}\frac{(\alpha-\beta)-(\beta-(-\alpha))}{t}$$

$$= \lim_{t\to 0+}\frac{-2\beta}{t}$$

$$= \lim_{t\to 0+}\frac{\sqrt{1+4t}-1}{t}$$

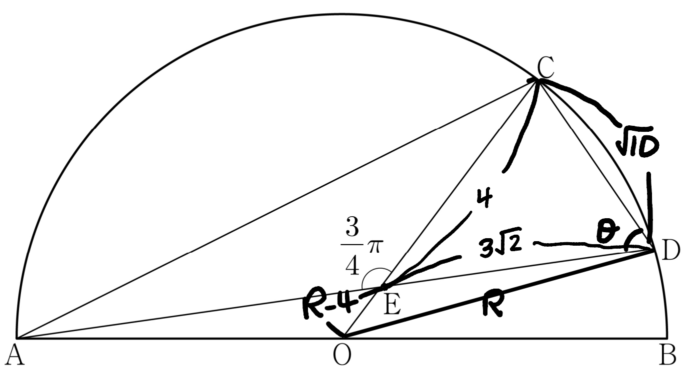
$$= \lim_{t\to 0+}\frac{4t}{t}\times\frac{1}{\sqrt{1+4t}+1}$$

$$= 2$$

13. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{\mathrm{CE}}=4,\quad \overline{\mathrm{ED}}=3\sqrt{2},\quad \angle\mathrm{CEA}=\frac{3}{4}\pi$$

이다. $\overline{\mathrm{AC}}\times\overline{\mathrm{CD}}$ 의 값은? [4점]



① $6\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $16\sqrt{2}$
④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

$\overline{CD}^2 = 16+18-2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 4\cdot 3\sqrt{2} = 10$

$CD = \sqrt{10}$

∠CDE를 θ라 하자.

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

사인 법칙에 의해 $AC = 2R\sin\theta = \frac{4}{\sqrt{5}}R$ → R을 구하는 문제다.

설부른 미지수 도입 X

△ODE에서 코사인 법칙

$\Rightarrow R^2 = (R-4)^2 + 18 - 2\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(R-4)\cdot 3\sqrt{2}$

$= R^2 - 2R + 10$

$\Rightarrow R = 5$

$\therefore \overline{AC}\times\overline{CD} = \frac{4}{\sqrt{5}}R \times \sqrt{10} = 20\sqrt{2}$

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$, $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(t)$를

$$g(t)=\int_t^{t+1} f(x)\,dx - \int_0^1 |f(x)|\,dx$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(0)=0$이면 $g(-1)<0$이다.

ㄴ. $g(-1)>0$이면 $f(k)=0$을 만족시키는 $k<-1$인 실수 k가 존재한다.

ㄷ. $g(-1)>1$이면 $g(0)<-1$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. $g(0) = \int_0^1 f(x)dx - \int_0^1 |f(x)|dx = 0$

$\Rightarrow$ $[0,1]$에서 $f(x)\geq 0$

$f(x) = x(x-1)(x-\alpha)$이고 $\alpha \geq 1$이므로

$[-1,0]$에서 $f(x)\leq 0$이다.

따라서 $\int_{-1}^0 f(x)dx \leq 0$이고 $\int_0^1 |f(x)|dx > 0$이므로

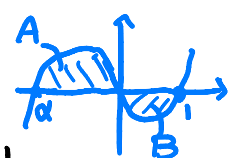
$g(-1) = \int_{-1}^0 f(x)dx - \int_0^1 |f(x)|dx < 0$ (참)

ㄴ. $g(-1) = \int_{-1}^0 f(x)dx - \int_0^1 |f(x)|dx > 0$

$\Rightarrow \int_{-1}^0 f(x)dx > \int_0^1 |f(x)|dx > 0$

$f(x) = x(x-1)(x-\alpha)$에서 $\alpha < -1$ 이어야 한다. A>B여야 하므로

$k=\alpha$로 두면 된다. (참)



ㄷ. $g(-1) = \int_{-1}^0 f(x)dx - \int_0^1 |f(x)|dx > 1$

ㄴ.과 같은 케이스이므로 $f(x)$의 그래프 개형이 같고

$A - B > 1$이라고 둘 수 있다.

$g(0) = \int_0^1 f(x)dx - \int_0^1 |f(x)|dx$

$= -B - B = -2B < -1$ (참)

$\int_0^1 f(x)dx$를 계산해야하는데 여백 부족..

15. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 자연수 k에 대하여 $a_{4k}=r^k$이다.
> (단, r는 $0<|r|<1$인 상수이다.)
>
> (나) $a_1<0$이고, 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+3 & (|a_n|<5) \\ -\frac{1}{2}a_n & (|a_n|\ge 5) \end{cases}$$
> 이다.

수열 추론은 제발 그냥 들이박지 말고 제약에 주목

$|a_m|\ge 5$를 만족시키는 100 이하의 자연수 m의 개수를 p라 할 때, $p+a_1$의 값은? [4점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$a_4=r$

$a_5=r+3 \quad (2<a_5<4,\ a_5\neq 3)$

$a_6=r+6 \quad (5<a_6<7,\ a_6\neq 6)$

$a_7=-\frac{1}{2}(r+6) \quad (-\frac{7}{2}<a_7<-\frac{5}{2},\ a_7\neq -3)$

$a_8=-\frac{1}{2}(r+6)+3$

$=-\frac{1}{2}r=r^2$

$\therefore r=-\frac{1}{2}$

$k\ge 1$일 때 반복

$|a_{4k}|=|r^k|<5$

$|a_{4k+1}|=|r^k+3|<5$

$|a_{4k+2}|=|r^k+6|\ge 5$

$|a_{4k+3}|=|-\frac{1}{2}(r^k+6)|<5$

원래 같으면 이런 건 쓰지도 않았을 거임 ㅇㅇ...

$a_4=-\frac{1}{2} \Rightarrow a_3=-\frac{7}{2}$

$\Rightarrow a_2=7$

$\Rightarrow a_1=-14$

$p=1+25=26,\ a_1=-14$

$\therefore p+a_1=12$

단답형

16. 방정식 $\log_3(x-4)=\log_9(x+2)$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2-4x+3$이고 $f(1)=5$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{5} a_k = 10$일 때,

$$\sum_{k=1}^{5} c a_k = 65 + \sum_{k=1}^{5} c$$

를 만족시키는 상수 c의 값을 구하시오. [3점]

19. 방정식 $3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + k = 0$이 서로 다른 4개의 실근을 갖도록 하는 자연수 k의 개수를 구하시오. [3점]

20. 상수 $k\,(k<0)$에 대하여 두 함수

$$f(x) = x^3 + x^2 - x, \quad g(x) = 4|x| + k$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때, 접해야 함
두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 하자. $30 \times S$의 값을 구하시오. [4점]

$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1 \geq -\frac{4}{3}$ 이므로

$x > 0$ 에서 접한다.

$f'(1) = 4$ 이므로 $f(1) = g(1)$ 일 것.

$\Rightarrow 1 = 4 + k$

$\therefore k = -3$

방정식 $x^3 + x^2 - x = -4x - 3$ 의 근은 $x = -1$ 이므로

$$S = \int_{-1}^{1} |f(x) - g(x)|\,dx = \int_{-1}^{1} f(x) - g(x)\,dx$$

$$= \int_{-1}^{1} x^2 - 4|x| + 3\,dx$$

기함수 제거

$$= 2\int_{0}^{1} x^2 - 4x + 3\,dx$$

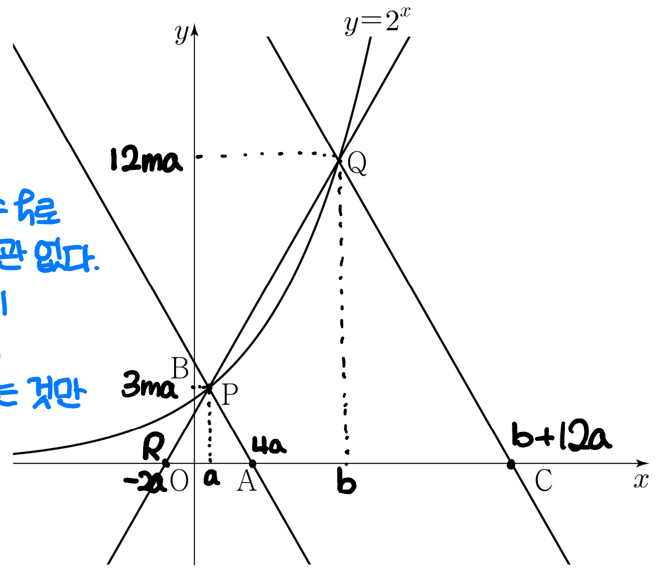
$$= \frac{8}{3}$$

$\therefore 30 \times S = 80$

21. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 위에 두 점 $\mathrm{P}(a,\ 2^a)$, $\mathrm{Q}(b,\ 2^b)$이 있다. 직선 PQ의 기울기를 m이라 할 때, 점 P를 지나며 기울기가 $-m$인 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 Q를 지나며 기울기가 $-m$인 직선이 x축과 만나는 점을 C라 하자.

$$\overline{\mathrm{AB}}=4\overline{\mathrm{PB}},\quad \overline{\mathrm{CQ}}=3\overline{\mathrm{AB}}$$

일 때, $90\times(a+b)$의 값을 구하시오. (단, $0<a<b$) [4점]



3ma를 미지수 k로 놓고 풀어도 상관 없다. m을 구하는 게 아니기 때문에 기울기가 같다는 것만 쓰면 된다.

선분의 길이 비는 Δx의 비로 생각한다.

$A=(4a,\ 0)$

$C=(b+12a,\ 0)$,

$P=(a,\ 3ma)=(a,\ k)$

$Q=(b,\ 12ma)=(b,\ 4k)$

$2^a=k,\ 2^b=4k$

$\therefore b-a=2$

직선 PQ의 기울기가 m이므로 ΔPRA와 ΔQRC는 이등변 삼각형이다.

따라서 $R=(-2a,0)$이고 $b=\dfrac{-2a+b+12a}{2}$이므로

$a=\dfrac{2}{9},\ b=\dfrac{20}{9}$

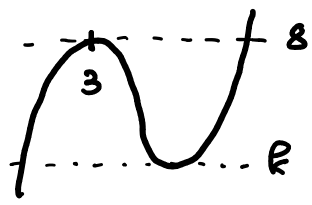
$\therefore 90\times(a+b)=220$

22. 최고차항의 계수가 1이고 $x=3$에서 극댓값 8을 갖는 삼차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x\ge t) \\ -f(x)+2f(t) & (x<t) \end{cases}$$

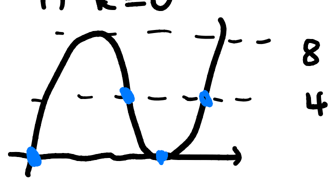
y=f(t) 대칭

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 $t=a$에서 불연속인 a의 값이 두 개일 때, $f(8)$의 값을 구하시오. [4점]



극솟값이 음수가 아니라는 것은 금방 알아채야 한다. 모르겠으면 이 문제 풀지 말 것

i) k=0

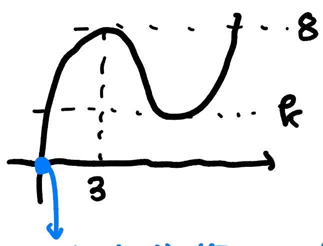


• 에서 불연속

따라서 k>0

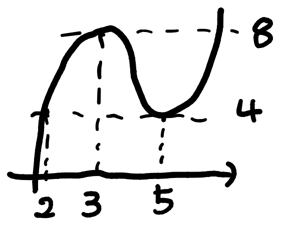
(그려보면 됨, 귀찮아서 생략)

ii) k>0

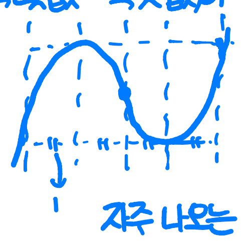


당연히 불연속 ⇒ 불연속이 하나 더 나오는 k를 찾는다.

⇒ k=0을 그리다 보면 k가 4여야 함을 어느 정도 알 수 있다. 오른쪽 불연속점 3개가 합쳐지는 듯한 느낌이다.



최고차항 1인 삼차함수의 (극댓값−극솟값)이 4면 아래와 같다.



(물론 계산해도 됨)

$f(x)=(x-2)(x-5)^2+4$

$\therefore f(8)=6\cdot 9+4=58$

자주 나오는 특수 케이스니 알아두면 좋다

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{4^x - 2^x}{x}$ 의 값은? [2점]

① $\ln 2$ ② 1 ③ $2\ln 2$ ④ 2 ⑤ $3\ln 2$

24. $\int_0^{\pi} x\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

$$\int_0^{\pi} x\sin x\,dx = -x\cos x\Big]_0^{\pi} + \int_0^{\pi}\cos x\,dx$$

$$= \pi$$

25. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+2}{2}=6$일 때,

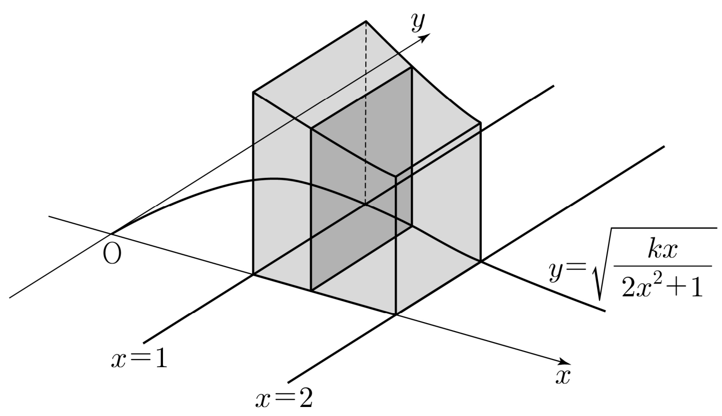
$\lim_{n\to\infty}\frac{na_n+1}{a_n+2n}$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\lim_{n\to\infty} a_n = 10$

$\lim_{n\to\infty}\frac{na_n+1}{a_n+2n} = \lim_{n\to\infty}\frac{a_n+\frac{1}{n}}{\frac{a_n}{n}+2} = \frac{10}{2} = 5$

26. 그림과 같이 양수 k에 대하여 곡선 $y=\sqrt{\frac{kx}{2x^2+1}}$ 와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피가 $2\ln 3$일 때, k의 값은? [3점]



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

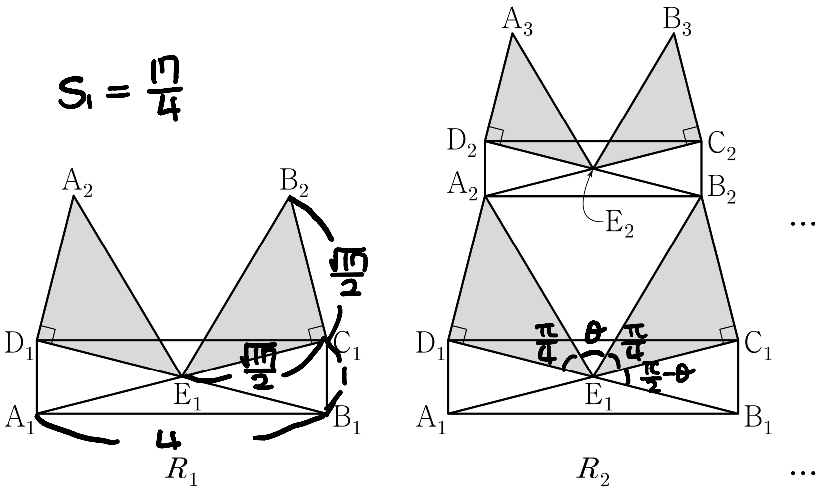
$V=\int_1^2 \frac{kx}{2x^2+1}dx = \frac{k}{4}\ln(2x^2+1)\Big]_1^2 = \frac{k}{4}\ln 3$

$\therefore k=8$

27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=4$, $\overline{A_1D_1}=1$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 두 대각선의 교점을 E_1이라 하자.
$\overline{A_2D_1}=\overline{D_1E_1}$, $\angle A_2D_1E_1=\frac{\pi}{2}$이고 선분 D_1C_1과 선분 A_2E_1이 만나도록 점 A_2를 잡고, $\overline{B_2C_1}=\overline{C_1E_1}$, $\angle B_2C_1E_1=\frac{\pi}{2}$이고 선분 D_1C_1과 선분 B_2E_1이 만나도록 점 B_2를 잡는다.
두 삼각형 $A_2D_1E_1$, $B_2C_1E_1$을 그린 후 ◭◮ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=4:1$이고 선분 D_2C_2가 두 선분 A_2E_1, B_2E_1과 만나지 않도록 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다.
그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 세 점 E_2, A_3, B_3을 잡고 두 삼각형 $A_3D_2E_2$, $B_3C_2E_2$를 그린 후 ◭◮ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은? [3점]

$= \frac{S_1}{1-r^2}$

$S_1 = \frac{17}{4}$



① $\frac{68}{5}$ ② $\frac{34}{3}$ ③ $\frac{68}{7}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{68}{9}$

$\triangle E_1B_1C_1$에서

$\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)=\sin\theta=\frac{\frac{17}{4}+\frac{17}{4}-1}{2\cdot\frac{17}{4}}=\frac{15}{17}$

$\overline{A_2B_2}^2=\frac{17}{2}+\frac{17}{2}-2\cdot\frac{17}{2}\cos\theta$

$=17-8$

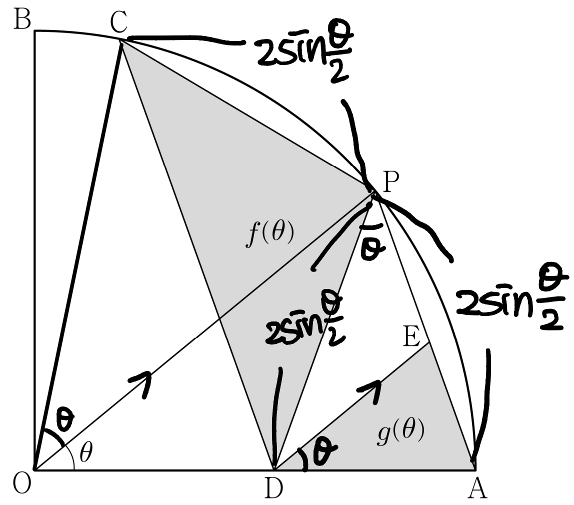
$=9$

$\Rightarrow \overline{A_2B_2}=3$

$\Rightarrow r=\frac{3}{4}$

$\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{\frac{17}{4}}{1-\frac{9}{16}}=\frac{68}{7}$

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{PA}=\overline{PC}=\overline{PD}$가 되도록 호 PB 위에 점 C와 선분 OA 위에 점 D를 잡는다. 점 D를 지나고 선분 OP와 평행한 직선이 선분 PA와 만나는 점을 E라 하자. $\angle POA=\theta$일 때, 삼각형 CDP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 EDA의 넓이를 $g(\theta)$라 하자.
$\lim_{\theta\to 0+}\frac{g(\theta)}{\theta^2\times f(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점]



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

$\triangle AED$는 $\triangle PDA$와 닮음이므로

$\overline{AD}=4\sin^2\frac{\theta}{2}$

원주각 $\Rightarrow \angle CPA=\pi-\theta \Rightarrow \angle CPD=\pi-2\theta$

$f(\theta)=\frac{1}{2}(2\sin\frac{\theta}{2})^2\cdot\sin(\pi-2\theta)=2\sin^2\frac{\theta}{2}\sin 2\theta\approx\theta^3$

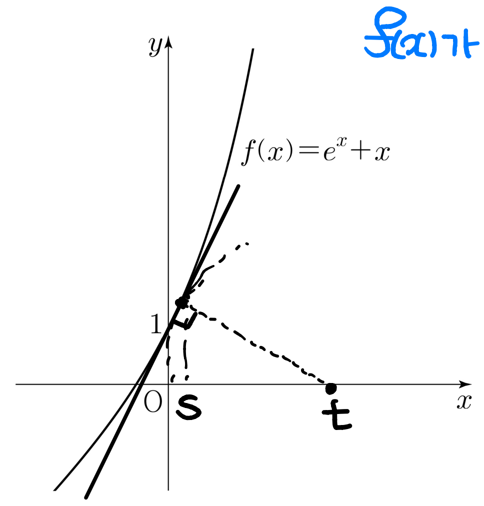
$g(\theta)=\frac{1}{2}(4\sin^2\frac{\theta}{2})^2\sin\theta=8\sin^4\frac{\theta}{2}\sin\theta\approx\frac{\theta^5}{2}$

$\therefore \lim_{\theta\to 0+}\frac{g(\theta)}{\theta^2\times f(\theta)}=\frac{1}{2}$

단답형

29. 함수 $f(x)=e^x+x$가 있다. 양수 t에 대하여 점 $(t, 0)$과 점 $(x, f(x))$ 사이의 거리가 $x=s$에서 최소일 때, 실수 $f(s)$의 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$의 역함수를 $h(t)$라 할 때, $h'(1)$의 값을 구하시오. [4점]

중심이 (t, 0)인 원과 f(x)가 접할 때



$$\frac{-f(s)}{t-s} \times f'(s) = -1$$

$$f(s) \times f'(s) = t-s$$

$$2s + e^{2s} + e^s(1+s) = t$$

$$e^s + s = g(t)$$

$$g(h(t)) = t$$

$$g(h(1)) = 1 \Rightarrow s=0 \text{ 일 때 } g(t)=1$$

$$\Rightarrow t=2 \Rightarrow h(1)=2$$

$$h'(1) = \frac{1}{g'(h(1))} = \frac{1}{g'(2)}$$

$$(e^s+1)\frac{ds}{dt} = g'(t)$$

$$\{2+2e^{2s}+e^s(2+s)\}\frac{ds}{dt} = 1$$

$$\left.\frac{ds}{dt}\right|_{t=2} = \frac{1}{6}$$

$$(e^0+1)\left.\frac{ds}{dt}\right|_{t=2} = \frac{1}{3} = g'(2)$$

$$\therefore h'(1)=3$$

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 구간 $(0, \infty)$에서 $g(x) \geq 0$인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

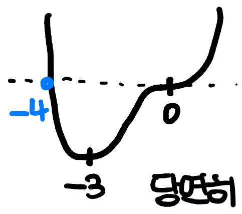
> (가) $x \leq -3$인 모든 실수 x에 대하여
> $f(x) \geq f(-3)$이다.
>
> (나) $x > -3$인 모든 실수 x에 대하여
> $\underbrace{g(x+3)}_{\geq 0}\underbrace{\{f(x)-f(0)\}^2}_{\geq 0} = f'(x)$이다.

$\int_4^5 g(x)\,dx = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(나)에 의해 $f'(0)=0$, $x>-3$ 일 때 $f'(x) \geq 0$ 증가

$\Rightarrow$ $x=0$에서 변곡점

$\Rightarrow$ 개형이



으로 결정됨

당연히 (가), (나)를 종합해보면 $x=-3$에서 극소

$f(x)-f(0) = x^3(x+4)$ (비율관계 활용)

$$\int_4^5 g(x)dx = \int_1^2 g(x+3)dx = \int_1^2 \frac{f'(x)}{\{f(x)-f(0)\}^2}dx$$

$$= \left[-\frac{1}{f(x)-f(0)}\right]_1^2$$

$$= -\frac{1}{48}+\frac{1}{5}$$

$$= \frac{43}{240}$$

$\therefore p+q=283$

> ※ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.