

수학 영역

8. 두 곡선 $y=2x^2-1$, $y=x^3-x^2+k$ 가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수열 $\{a_n\}$ 에 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} = n^2 + 2n$$

- 을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

$$\begin{aligned}\frac{1}{(2n-1)a_n} &= 2n+1 \\ a_n &= \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \\ \therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{21} \right) \\ &= \frac{10}{21}.\end{aligned}$$

10. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

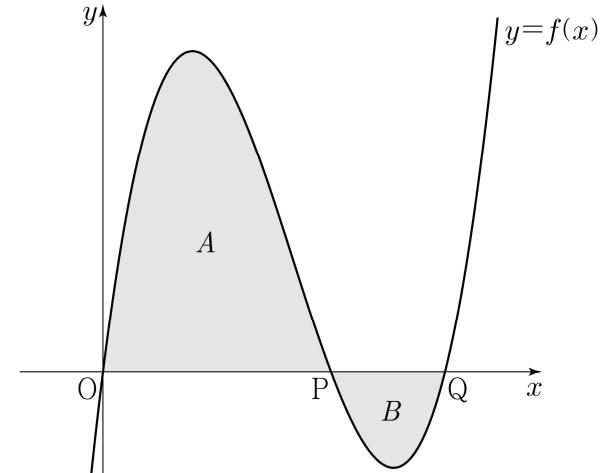
$$f(x) = kx(x-2)(x-3)$$

이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축이 원점 O와 두 점 P, Q ($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 OP로 둘러싸인 영역을 A, 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ로 둘러싸인 영역을 B라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) - (B \text{의 넓이}) = 3$$

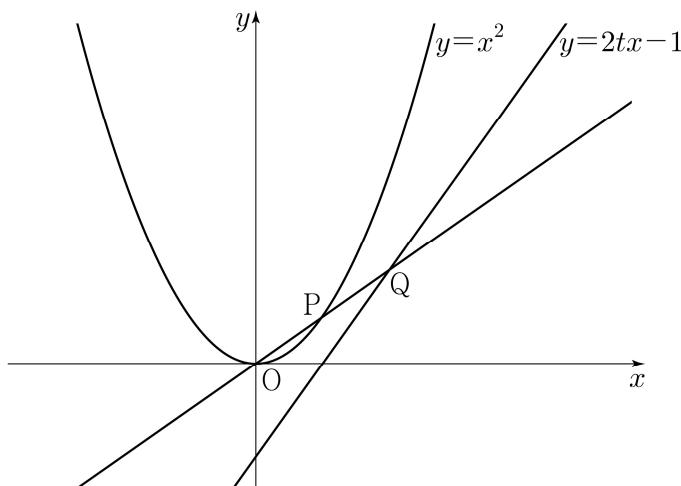
- 일 때, k 의 값은? [4점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



$$\begin{aligned}A - B &= \int_0^2 |f(x)| dx - \int_2^3 |f(x)| dx \\ &= \int_0^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx \\ &= \int_0^3 f(x) dx = \int_0^3 kx(x-2)(x-3) dx \\ &= k \int_0^3 (x^3 - 5x^2 + 6x) dx \\ &= k \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 3x^2 \right]_0^3 \\ &= \frac{9}{4}k = 3. \quad \therefore k = \frac{4}{3}.\end{aligned}$$

11. 그림과 같이 실수 t ($0 < t < 1$)에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y = 2tx - 1$ 과의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 직선 OP가 직선 $y = 2tx - 1$ 과 만나는 점을 Q라 할 때,
 $\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{PQ}{1-t}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

$$y' = 2x - 2t, \quad x=t \quad \therefore P(t, t^2)$$

직선 OP: $y=tx$.

$$tx=2tx-1, \quad x=\frac{1}{t}, \quad \therefore Q\left(\frac{1}{t}, 1\right)$$

$$PQ = \sqrt{\left(t - \frac{1}{t}\right)^2 + (t^2 - 1)^2}$$

$$= |t^2 - 1| \sqrt{\frac{1}{t^2} + 1} = (1 - \frac{1}{t}) \sqrt{\frac{1}{t^2} + 1}$$

$$\therefore \frac{PQ}{1-t} = \frac{(1-\frac{1}{t}) \sqrt{\frac{1}{t^2} + 1}}{1-t}$$

$$= (1-\frac{1}{t}) \sqrt{1+t^2} = 2\sqrt{2}.$$

12. $a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_n + a_{n+1}$ ($n \geq 1$)이라 하고, 두 집합 A, B 를 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, \quad B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$ 라 하자. $n(A \cap B) = 3$ 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

$$a_n = a(n-2)-4, \quad a_1 = -a-4, \quad a_2 = 18a-4, \quad (a \neq 0)$$

$$a_{n+1} = a(n-1)-4$$

$$b_n = 2a(n-\frac{3}{2})-8, \quad \text{등차수열}, \quad \text{공차 } 2a$$

$$A = \{-a-4, -4, a-4, 2a-4, 3a-4\}$$

$$B = \{-a-8, a-8, 3a-8, 5a-8, 7a-8\}$$

$$-a-4 = a-8, \quad a = 2, \quad a_{20} = 32, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 32+14 = 46$$

$$-a-4 = 3a-8, \quad a = 1, \quad a_{20} = 14$$

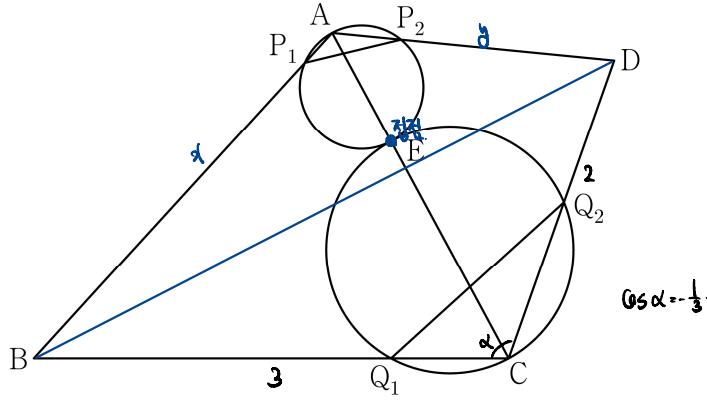
수학 영역

13. 그림과 같이

$$\overline{BC} = 3, \overline{CD} = 2, \cos(\angle BCD) = -\frac{1}{3}, \angle DAB > \frac{\pi}{2}$$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두 예각삼각형이다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 E에 대하여 선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 각각 P_1, P_2 라 하고, 선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 각각 Q_1, Q_2 라 하자.

$\overline{P_1P_2} : \overline{Q_1Q_2} = 3 : 5\sqrt{2}$ 이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때, $\overline{AB} + \overline{AD}$ 의 값은? (단, $\overline{AB} > \overline{AD}$) [4점]



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

$$\cos \alpha = -\frac{1}{3}, \sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\overline{BD}^2 = 9 + 4 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \left(-\frac{1}{3} \right) = 17 \quad \therefore \overline{BD} = \sqrt{17}$$

$$\overline{AE} = R, \overline{CE} = 2R$$

$$\frac{\overline{P_1P_2}}{\sin A} = R, \overline{P_1P_2} = R \sin A$$

$$\frac{\overline{Q_1Q_2}}{\sin C} = 2R, \overline{Q_1Q_2} = 2R \sin C = \frac{4\sqrt{2}}{3}R$$

$$\therefore R \sin A : \frac{4\sqrt{2}}{3}R = 3 : 5\sqrt{2}, \sin A = \frac{4}{5}, \cos A = -\frac{3}{5}$$

$$\overline{BD}^2 = x^2 + y^2 + 2xy \left(-\frac{3}{5} \right)$$

$$= x^2 + y^2 + \frac{6}{5}xy$$

$$\Delta ABD = \frac{1}{2} \cdot x \cdot y \cdot \sin A$$

$$= \frac{2}{5}xy = 2$$

$$\therefore x^2 + y^2 + \frac{6}{5}xy + \frac{4}{5}xy = (x+y)^2$$

$$= 17 + 4 = 21, \quad x+y = \sqrt{21}$$

14. 실수 $a (a \geq 0)$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = -t(t-1)(t-a)(t-2a)$$

라 하자. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때 출발한 후 운동 방향을 한 번만 바꾸도록 하는 a 에 대하여, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P의 위치의 변화량의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

$t > 0$ 에서 $v(t)$ 부호 변화 1번. \therefore 증근 가짐

$$\int v(t) dt = x(t), \quad (*) = x(2) - x(0) = x(t) \Big|_0^2 = \int_0^2 v(t) dt$$

$$a=0, \quad v(t) = -t^3(t-1)$$

$$\int_0^2 v(t) dt = \int_0^1 -t^3(t-1) dt = -\frac{12}{5}$$

$$a=1, \quad v(t) = -t(t-1)^2(t-2)$$

$$\int_0^2 v(t) dt = \int_0^1 -t(t-1)^2(t-2) dt = \frac{4}{15}$$

$$2a=1, a=\frac{1}{2}, \quad v(t) = -t(t-\frac{1}{2})(t-1)^2$$

$$\int_0^2 v(t) dt = -\frac{11}{15}$$

$$\therefore (*) \text{ 최대} = \frac{4}{15}$$

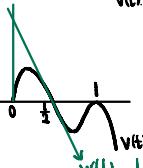
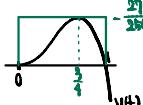
(*) $\exists t_0 \leq 2$ 使得 $x(t) - x(0) = \int_0^{t_0} v(t) dt$ 的 최대값 계산하는데,

$$a=0, \quad \int_0^{t_0} v(t) dt \leq \int_0^1 v(t) dt$$

$$< f(1) = \frac{21}{25} < \frac{4}{15}$$

$$a=\frac{1}{2}, \quad \int_0^{t_0} v(t) dt \leq \int_0^{\frac{1}{2}} v(t) dt$$

$$< \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot V\left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{64} < \frac{4}{15}$$



6

수학 영역

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = k$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

$$a_1 > 0, a_2 = a_1 - 2 - k = -2 - k < 0.$$

$$a_2 < 0, a_3 = a_2 + 4 - k = 2 - k \neq 0.$$

$$k = 1; a_3 = 1 > 0.$$

$$a_4 = -6 - 1 = -7 < 0.$$

$$a_5 = (-6) + 8 - 1 = 1 > 0.$$

$$a_6 = 1 - 10 - 1 = -1 < 0.$$

$$\therefore k \geq 3, a_3 < 0.$$

a_4, a_5, a_6 빗다 양수 or 하나만.

$$a_3 < 0, a_4 = a_3 + 6 - k = 8 - 2k.$$

$$\text{i)} a_4 > 0; k = 3.$$

$$a_3 = a_4 - 8 - 3 = -9 < 0.$$

$$a_6 = a_5 + 10 - 3 = -2 < 0. \quad \text{ok.}$$

$$\text{ii)} a_4 < 0; k \geq 5. \quad a_5 a_6 < 0. \quad \checkmark$$

$$a_3 = a_4 + 8 - k = 16 - 3k.$$

$$a_6 = \begin{cases} a_5 + 10 - k = 26 - 4k & (a_5 \leq 0, k \geq 6) \\ 26 - 4k > 0, k < \frac{13}{2} & \therefore k = 6. \\ a_5 - 10 - k = 6 - 4k < 0 & (a_5 > 0, k = 5) \text{ ok} \end{cases}$$

$$\therefore k = 3, 5, 6. \quad \text{답 } 14.$$

단답형

16. 부등식 $2^{x-6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 1$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때,
 $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

수학 영역

7

18. 두 상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx + a$ 는 $x=1$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -2 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

19. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin bx + 8 - a$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이다.
 (나) $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$ 의 값을 구하시오. [4점] 39

$x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여
 $g(x) \geq g(4)$ 이고 $|g(x)| \geq |g(3)|$ 이다.

$$g(0)=0, g'(x)=f(x)$$

39) $g(4)$ 대칭축 & extremum $\Rightarrow (4, g(4)) = 0$

$$\therefore g'(4)=0, f(4)=0.$$

$$g(4) \geq 0, \text{ 구간 } (0, 4) \text{에서 } g'(x) > 0, |g(x)| = g(x).$$

$$x \geq 1 \text{에서 } g(x) \geq \min \{g(3), g(4)\} \quad \begin{cases} g(3)=g(4), \text{ 39) } \\ g(3)=g(4), \text{ 39) } \end{cases}$$

$$\therefore g(4) < 0.$$

$$x > 4 \text{에서 } g(x) = 0 \text{인 } x \text{ 존재}, \therefore g(x) = 0.$$

$$g(x) = \frac{1}{3}a(x-3)(x-4), \quad f(x) = (x-\frac{4}{5})(x-4).$$

$$g'(4) = 0, \quad ! (4-\frac{4}{5}) + 4(4-\frac{4}{5}) + 4 \cdot 1 = 24 - 5k = 0.$$

$$k = \frac{24}{5} \checkmark$$

$$f(x) = (\frac{4}{5})(x-4)$$

= 39.

f 을 구해야 하므로 $f(x) = (x-4)(x-\alpha)$ 은 놓자.

$$g(x) = \int_0^x f(x) dx$$

$$= \int_0^x (x-4)(x-\alpha) dx = \int_0^x \{x^2 - (\alpha+4)x + 4\alpha\} dx.$$

$$= \frac{1}{3}x^3 - \frac{\alpha+4}{2}x^2 + 4\alpha x \Big|_0^3$$

$$= 9 - \frac{1}{2}(\alpha+4) + 12\alpha = \frac{15}{2}\alpha - 9 = 0, \quad \alpha = \frac{6}{5} \checkmark$$

9. 최고차항의 계수가 1인 $f(0) = f(3) = f(\alpha) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 $x(t)$ 가

$$x(t) = f(t)$$

이다. 시각 $t = 4$ 에서 점 P의 속도가 0이 될 때, 점 P의 가속도가 0이 되는 시각 t 의 값은? (단, α 는 상수이다.) [4점]

$$\textcircled{1} \quad \frac{11}{5}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{12}{5}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{13}{5}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{14}{5}$$

$$\textcircled{5} \quad 3$$

응애모 2회 9번
똑같은 함수...

21. 실수 t 에 대하여 두 곡선 $y = t - \log_2 x$ 와 $y = 2^{x-t}$ 가 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자.

<보기>의 각 문제에 대하여 다음 규칙에 따라 A , B , C 의 값을 정할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$)

110 [4점]

- 문제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$ 이다.
- 문제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$ 이다.
- 문제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$ 이다.

<보기>

Ⓐ $f(1) = 1$ 이고 $f(2) = 2$ 이다.

Ⓑ 실수 t 의 값이 증가하면 $f(t)$ 의 값도 증가한다.

⓪ 모든 양의 실수 t 에 대하여 $f(t) \geq t$ 이다.

$$\text{Ⓐ } a=1, b=1, |t - \log_2 t| = 2^{t-1} = 1 \text{ ok.}$$

$$\therefore f(1)=1$$

$$a=2, b=2, |t - \log_2 t| = 2^{t-2} = 1 \text{ ok.}$$

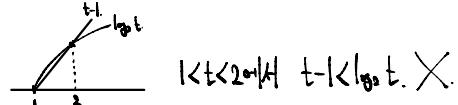
$$\text{Ⓑ } t - \log_2 f(t) = 2^{\log_2 t - t} \quad t = \log_2 f(t) + 2^{\log_2 t}$$

↑ ↓ ↓ X
증가 ↑ ↑ .. 가능.
상수 ↑ ↓ X

⓪ $f(t) \geq t$. $f(t) - t \geq 0$.

$$t - \log_2 f(t) = 2^{\log_2 t - t} \geq 2^0 = 1$$

$$t - 1 \geq \log_2 f(t) \geq \log_2 t \quad \text{for all } t \in (0, \infty)$$



22. 정수 $a(a \neq 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 합이 -12 가 되도록 하는 a 에 대하여 $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

180.

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3 이 열린구간 $\left(k, k + \frac{3}{2}\right)$ 에 존재한다.

$$f(x) = x^3 - 2ax^2 = x^2(x-2a)$$

$$x=0, \frac{4}{3}a+4 \text{ 극값.}$$

f. $x=x_1, x_2, x_3$ 값.

$$k=1, 0 \in (-1, \frac{1}{2})$$

$$a > 0 ; \frac{4}{3}a \in (3, \frac{9}{2}), \epsilon (4, \frac{11}{2})$$

$$\therefore 4 < \frac{4}{3}a < \frac{9}{2}, \quad 3 < a < \frac{27}{8}$$

정수 a 존재 X.

$$a < 0 ; \frac{4}{3}a \in (-4, -\frac{5}{2}), \epsilon (-3, -\frac{3}{2})$$

$$\therefore -3 < \frac{4}{3}a < -\frac{5}{2}, \quad -\frac{9}{4} < a < -\frac{15}{8}$$

$$\therefore a=-2, \quad f(-2) = -2^3 + 16 \cdot (-2)^2$$

$$f'(-2) = 3(-2)^2 + 8(-2) = -16$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(학률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(미적분)

3

27. 실수 t ($0 < t < \pi$)에 대하여 곡선 $y = \sin x$ 위의 점 $P(t, \sin t)$ 에서의 접선과 점 P 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \pi^-} \frac{\tan \theta}{(\pi - t)^2}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

28. 두 상수 a ($a > 0$), b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^2 + 2f(x) = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x} + b$$

$$\text{이다.}$$

$$(나) f(0) = f(2) + 1$$

① $-\frac{1}{16}$ ② $-\frac{7}{64}$ ③ $-\frac{5}{32}$ ④ $-\frac{13}{64}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

$$g = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x}, \text{ 주 2. } \checkmark$$

$$\begin{cases} x=0 : \{f(0)\}^2 + 2f(0) = a+b, \\ x=2 : \{f(2)\}^2 + 2f(2) = a+b. \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} a^2 + 2a = a+b, \\ \text{따라서 } f(0) = f(2). \end{array} \right.$$

$$f(0) + f(2) = -2, \quad f(0) - f(2) = 1$$

$$\therefore f(0) = -\frac{1}{2}, \quad f(2) = -\frac{3}{2}$$

$$a+b = -f(0) - f(2) = -\frac{3}{2}, \quad b = -a - \frac{3}{2}$$

$$\{f(x)\}^2 + 2f(x) + 1 = \{f(x)+1\}^2 = g(x).$$

$$= a(e^{\sin^2 \pi x} \cos^3 \pi x - 1) + \frac{1}{4} \geq 0.$$

$$\text{이면 } g'(x) = 0 \quad \because x=0 \text{에서 } g'(0)=0.$$

$$a=1, \quad a(-1)-1+\frac{1}{4} \geq 0, \quad 0 < a \leq \frac{1}{8} \quad \therefore a=\frac{1}{8}$$

$$\text{사인값 정의에 의해 } f(x) = -1, \quad g(x) = 0 \quad \text{인 } c \in (0, 2) \text{가 존재.}$$

$$\begin{aligned} g'(x) &= a e^{\sin^2 \pi x} \cdot 2 \pi \cos \pi x \cos \pi x \cdot \cos^2 \pi x \\ &\quad + a e^{\sin^2 \pi x} \cdot (-3 \pi \cos^2 \pi x \sin \pi x) \\ &= a \pi e^{\sin^2 \pi x} \cdot \cos^4 \pi x \cdot \frac{(2 \cos^2 \pi x - 3)}{3} \quad \because 0 < x < \frac{\pi}{2} \text{ "만" } \text{ 극소.} \\ &> 0. \quad \geq 0. \quad < 0. \quad \therefore c = 1 \checkmark \end{aligned}$$

$$\therefore b = -\frac{7}{8}, \quad ab = -\frac{7}{64}$$

주제 1) g 의 대칭성만으로는 local extremum 임만을 알 수 없음.
"실제로 $x=0$ 에서 최저점" 판단 불가.

주제 2) 이계도함수를 차에서 극소 or 극대... : 극소.

$$\{g'(x)\}' = \frac{d}{dx} \left[a e^{\sin^2 \pi x} \cos^4 \pi x \cdot \frac{(2 \cos^2 \pi x - 3)}{3} \right] > 0.$$

주제 3) $0 < a \leq \frac{1}{8}$ 에 대해

$$ab = -a \left(a + \frac{3}{8} \right) \quad \text{그림} \quad \therefore -\frac{7}{64} \leq ab < 0.$$

단답형

29. 세 실수 a, b, k 에 대하여 두 점 $A(a, a+k)$, $B(b, b+k)$ 가 곡선 $C: x^2 - 2xy + 2y^2 = 15$ 위에 있다. 곡선 C 위의 점 A에서의 접선과 곡선 C 위의 점 B에서의 접선이 서로 수직일 때, k^2 의 값을 구하시오. (단, $a+2k \neq 0, b+2k \neq 0$) [4점] 5

$$(x-y)^2 + y^2 = 15.$$

$$k^2(a+k)^2 = a^2 + 2ak + 2k^2 = 15, \quad b^2 + 2bk + 2k^2 = 15.$$

$$k^2 + 2k + 2k^2 - 15 = 0. \text{ 두근 } a, b. \quad a+b=-2k, ab=2k^2-15. \checkmark$$

$$2x - 2y - 2k - 2\frac{dy}{dx} + 4k\frac{d^2y}{dx^2}$$

$$= (4y - 2x)\frac{dy}{dx} + (2x - 2y) = 0. \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{2y-x}$$

$$\frac{k}{2(a+k)-a} \cdot \frac{k}{2(b+k)-b} = -1. \quad 5k^2 + 2(a+b)k + ab = 0.$$

$$\therefore 5k^2 + 2(-2k)k + 2k^2 - 15 = 0.$$

$$3k^2 = 15. \quad \therefore k^2 = 5.$$

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -1 & (a_n \leq -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$ 은 수렴하고 그 합은 -3이다.

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$ 은 수렴하고 그 합은 8이다.

$b_3 = -1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ 의 값을 구하시오. [4점] 24.

$$a_n = ar^{n-1}, \quad a, r \neq 0.$$

$$b_3 = -1 \quad \therefore a_3 = ar^2 = -1, \quad a < 0.$$

$$r > 0 \quad ; \quad a_4 \leq -1.$$

수열 $\{b_{2n}\}$ 의 모든 항이 음수 \times

$$\therefore r < 0. \quad a_4 \geq -r > 0.$$

수열 $\{b_{2n}\}$ 의 모든 항이 양수

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}$$

$$= ar \cdot \frac{1}{1-r^2} = 8.$$

$$\text{If } a_3 \leq -1. \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1} = (-3) + \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1} < -3. \times$$

$$\therefore b_5 = a_5 > -1.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1} = (-1) + (-1) + \frac{ar^4}{1-r^2} = -3. \quad \frac{ar^4}{1-r^2} = -1.$$

$$\therefore r = -\frac{1}{2}.$$

$$a = (-2) \cdot \frac{3}{4} \cdot 8 = -12. \quad a_n = (-12) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = 12 \cdot 2 = 24.$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.