

# 함수추론 발문에 숨겨진 의미

오르비 기하급수{1077495}

안녕하세요, 기하급수입니다.

오늘은 고난도 문항으로 빈출되는 주제인 함수추론 문제의 발문에 숨은 의미에 대한 내용을 다루어 보겠습니다.

제가 소수과외에서 가르치는 내용 중 하나인데, 상위권 친구들은 풀이법 정립할 수 있다고 반응이 좋았고 중위권 친구들은 드디어 풀이의 가닥이 보인다고 반응이 좋았던 내용이니 끝까지 읽어주세요. 시간 없으시면 1,2,3번 내용은 빠르게 넘기시고 4번 내용만 챙겨가셔도 좋습니다!

의외로 많은 학생들이 발문에 세세하게 신경을 쓰지 않습니다. 반대로 말하면, 발문에 나온 조건만 잘 보셔도 풀이의 틀은 잡힙니다.

우선은 함수에 Class가 있습니다. 예를 들면, 그냥 "함수"라고만 주어질 수도 있고, 더 엄격하게는 "다항함수" 라고 주어질 수도 있습니다. 이러한 Class를 바탕으로 생각해 봅시다. (엄격하지 않은 순서대로)

## 1. 함수

할 수 있는 행동이 많이 있지는 않습니다.

## 2. 모든 실수 $x$ 에 대하여 연속인 함수 $f(x)$

말 그대로 연속성에 초점을 맞추어 풀이를 해나가면 됩니다. 다음과 같은 선에서 정리됩니다.

○구간별로 정의된 함수: 불연속일 법한 지점에서 좌극한=우극한=함숫값 처리

○  $\frac{h(x)}{g(x)}$  꼴의 함수:  $g(x) \neq 0$  처리

○곱함수나 합/차함수: 잘 알려진 성질들( $x=a$ 에서 불연속×연속인 함수가 연속이려면 연속함수가 0이 나와줘야 함 같은 성질) 적용해서 처리

## 3. 모든 실수 $x$ 에 대하여 미분가능한 함수 $f(x)$

말 그대로 미분가능성에 초점을 맞춰서 풀이를 해주시면 됩니다. 연속성 절대 놓치지 마시고, 추가적으로 미분가능성만 없어 주면 적어도 뭘 해야 할지 몰라서 틀리는 일은 없겠죠.

#### 4. 다항함수

1~3번을 무시하고 굳이굳이 다항함수라고 주어진 이유는 두 가지가 있습니다.

- (가) “실수 전체의 집합에서 미분 가능하다”의 우회적인 표현  
(나) 직접 다항함수를 구하시오

의도가 (나)일 경우에 주어지는 발문은 크게 두 가지입니다.

[특수] “최고차항의 계수가  $k$ 인  $m$ 차함수  $f(x)$ ”

아주 높은 확률로 직접 함수를 구해야 합니다. 여기서 뭘 해야 하는지는 전적으로 출제자의 마음이라 행동을 정리해봤자 의미가 없습니다. 그냥 놓치는 조건 없이 전부 알뜰살뜰 사용하기만 하면 됩니다.

[개특수]  $f(x) = ax^4 + bx^2 + 3$  (단,  $a, b$ 는 실수이고  $a \neq 0$ 이다.)

위와 같이 미지수가 섞인 식으로 구체적으로 주어진 경우입니다. 누군가는 문제 조건을 꾸역꾸역 넣어서 연립하지만, 식에서 정보를 뽑아내서 문제 조건에 잘 말아버리면 매우 편한 경우가 많습니다.

여기서 얻을 수 있는 정보가 몇 개나 있을까요? 여러분도 한번 맞춰보세요.

(스포주의)

$f(x)$ 는 우함수 /  $f(0) = 3$  /  $f'(0) = 0 \Rightarrow x = 0$ 에서  $f(x)$ 와  $y = 3$ 이 접하는 우함수 정도가 있겠네요. 이제 문제 조건이랑 버무려서, 미지수를 편한 대로 잡으면 끝납니다. (마음대로  $a$ 를 양수라고 생각하면 안됩니다! 최고차항 계수가 음수인 경우도 정답인 경우가 종종 있어요.)

오늘도 긴 글 읽어 주셔서 감사합니다.

조금이라도 도움이 되었다면 좋아요 하나만 눌러주시면 큰 힘이 됩니다.

팔로우 해주시면 양질의 칼럼을 알림으로 받아보실 수 있습니다.

칼럼 외의 글은 작성하지 않습니다.

앞으로 올라갈 칼럼

-물지 비율관계 개꿀팁

-무조건 성적 오르는 수학 공부법

-방향성을 잃은 노력은 무가치

-예과생이 쓰는 대학생활 팁

-실모 활용법

-D-30

-그 외