2021학년도 재외국민과 외국인 특별전형
수학 필답고사 문제지

출제문항 : 24문항, 시험시간 : 50분

모집단위	수험번호	성명
한의예과		

---

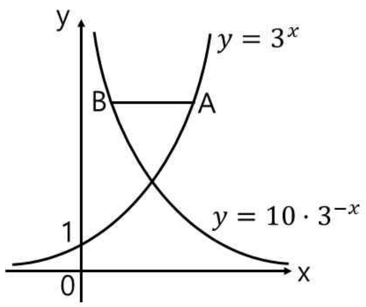
1. 정의역이 $\{x|x>1\}$인 함수 $f(x)=(x\sqrt{x})^{\frac{1}{3}}$이 있다. 1보다 큰 자연수 a에 대하여 $(f\circ f)(a)$의 값이 자연수일 때, $(f\circ f)(a)$의 최솟값을 b라고 하자. 이때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. (4점)

① 10　② 14　③ 18　④ 22　⑤ 26

2. 두 양의 실수 a, b에 대하여 두 집합 A, B가 $A=\{1,\ \log_2 ab\}$, $B=\{2,\ \log_2 a,\ \log_2\sqrt{b^3}\}$이다. $A-B=\{3\}$일 때, $\log_2(\frac{a}{b})^3$의 값을 구하시오. (4점)

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

3. 그림과 같이 함수 $y=3^x$의 그래프 위의 한 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=10\cdot3^{-x}$의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 A의 x좌표를 a라 할 때, $1<\overline{\mathrm{AB}}<100$을 만족시키는 1이상의 자연수 a의 개수를 구하시오. (5점)

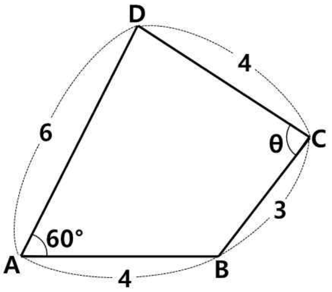


① 38　② 41　③ 44　④ 47　⑤ 50

4. $0\leq\theta<2\pi$일 때, 임의의 실수 x에 대하여 부등식 $x^2+(2\sqrt{3}\cos\theta)x+1+5\sin\theta>0$이 항상 성립하도록 하는 모든 θ값의 범위는 $\alpha<\theta<\beta$이다. $\alpha+\beta$의 값을 구하시오. (4점)

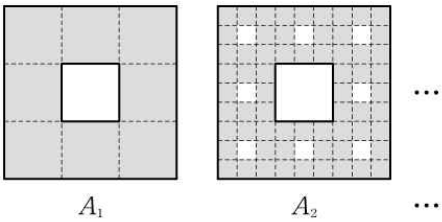
① $\frac{\pi}{2}$　② π　③ $\frac{3}{2}\pi$　④ 2π　⑤ $\frac{5}{2}\pi$

5. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=3$, $\overline{CD}=4$, $\overline{DA}=6$이고, $\angle BAD=60°$ 인 사각형 ABCD 가 있다. 사각형 ABCD의 넓이가 $a\sqrt{3}+b\sqrt{7}$일 때, $a-b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) (4점)



① 3　　② $\frac{13}{4}$　　③ $\frac{7}{2}$　　④ $\frac{15}{4}$　　⑤ 4

6. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 종이를 9개의 정사각형으로 9등분 한 후 중앙의 정사각형 부분을 잘라내고 남은 도형을 A_1이라고 하자. A_1에서 8개의 정사각형 각각을 다시 9등분 하여 중앙의 정사각형 부분을 각각 잘라내고 남은 도형을 A_2라고 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 도형을 A_n이라 하자.



A_n의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} S_n$의 값을 구하시오. (3점)

7. 첫째항이 양수이고 공차가 5인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{3}{400}$일 때, a_3의 값을 구하시오. (4점)

① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

8. 첫째항이 100인 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{3}a_n & (a_n\text{이 3의 배수인 경우}) \\ a_n + 1 & (a_n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.

$a_m = 1$을 만족시키는 m의 최솟값을 k라고 할 때, $\sum_{n=k}^{100} a_n$의 값을 구하시오. (5점)

9. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to\infty}\{2f(x) - g(x)\} = 5$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty} \frac{2f(x)+3g(x)}{4f(x)-g(x)}$의 값을 구하시오. (3점)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

10. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-1}{x-2}=2$, $\lim_{x\to 2}\frac{g(x)-3}{x-2}=1$을 만족할 때, 함수 $y=f(x)g(x)$의 $x=2$에서의 미분계수를 구하시오. (4점)

11. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$를 만족시킨다.
(나) 방정식 $|f(x)|=4$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

이때, $f(4)$의 값을 구하시오. (5점)

12. 모든 계수가 정수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $xf(x)+2x^2+4$는 $x=1$에서 극값 3을 갖는다.
(나) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ f(0))$에서의 접선은 x축과 평행하다.
(다) $-6<f'(-1)<-4$

이때, $f(-2)$의 값을 구하시오. (5점)

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x(x+3)$이다.
> (나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값을 구하시오. (4점)

① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

14. 두 함수 $f(x)=x^4-x^3+2x+20$, $g(x)=3x^3+2x-a$가 있다. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x) \geq g(x)$가 성립하도록 하는 실수 a의 최솟값을 구하시오. (4점)

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

15. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킨다.

$$\int_{-1}^{1}(x+2)f'(x)dx=10$$

일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. (4점)

① $\frac{5}{2}$ ② 2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

16. 다음과 같이 주어진 함수 $f(x)$가 $x=3$에서 미분가능할 때, 상수 $b-a$의 값을 구하시오. (3점)

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+b & (x \geq 3) \\ x^2+x & (x < 3) \end{cases}$$

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

17. 5개의 숫자 2, 3, 4, 5, 6에서 임의로 서로 다른 두 개를 뽑아 아래의 X, Y 칸에 배열하여 분수를 만들 때, 만들어진 수가 자연수일 확률을 구하시오. (3점)

$$\boxed{\frac{X}{Y}}$$

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{7}{20}$

18. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나온 눈의 수를 차례로 a, b라고 하자. 함수 f, g가

$$f(x)=x^2+2ax+4b$$
$$g(x)=4x+3b$$

일 때, 모든 실수 x에 대하여 $f(x)>g(x)$일 확률을 구하시오. (4점)

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

19. 11^{15}을 100으로 나눈 나머지를 구하시오. (4점)

① 31 ② 41 ③ 51 ④ 61 ⑤ 71

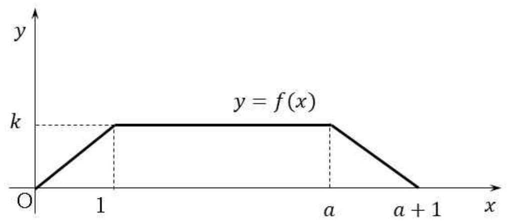
20. 한 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수가 6의 약수이면 동전 세 개를 동시에 던지고, 6의 약수가 아니면 동전 두 개를 동시에 던진다. 한 개의 주사위를 1번 던진 후 그 결과에 따라 동전을 던질 때, 앞면이 나오는 동전의 개수가 1일 확률을 구하시오. (4점)

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

21. 연속확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=kx(0 \le x \le 3)$일 때, 상수 k의 값과 $P(1 \le X \le 2)$를 구하시오. (5점)

22. 한 개의 주사위를 한 번 던져 4의 약수의 눈이 나오면 1점, 3의 배수의 눈이 나오면 3점, 5의 눈이 나오면 0점을 얻는 게임이 있다. 이 게임을 2번 한 후 얻은 총 점수를 확률변수 X라 하자. $V(X)$의 값을 구하시오. (5점)

23. 1보다 큰 실수 a에 대하여 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $0 \le X \le a+1$이고, 확률변수 X의 확률밀도함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$P(1 \le X \le a)=\dfrac{5}{7}$일 때, 두 상수 a, k에 대하여 $a-k$의 값을 구하시오. (5점)

24. 어느 나라의 20세 남자의 키는 모평균이 $m\,\mathrm{cm}$, 모표준편차가 $\sigma\,\mathrm{cm}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 나라의 20세 남자 중 100명을 임의추출하여 구한 20세 남자의 키의 표본평균이 173.5cm일 때, 이를 이용하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $a \le m \le b$이다. $a=172.52$일 때, $b+\sigma$의 값을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \le 1.96)=0.95$로 계산한다.) (5점)