

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 60$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4 - f(1)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 + 1)f(x)$$

$$g' = 3x^2f + (x^3+1)f'$$

라 하자. $f(1) = 2, f'(1) = 3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 12
 ② 14
 ③ 16
 ④ 18
 ⑤ 20

6. $\cos\theta < 0$ 이고 $\sin(-\theta) = \frac{1}{7}\cos\theta$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$
 ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$
 ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$
 ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

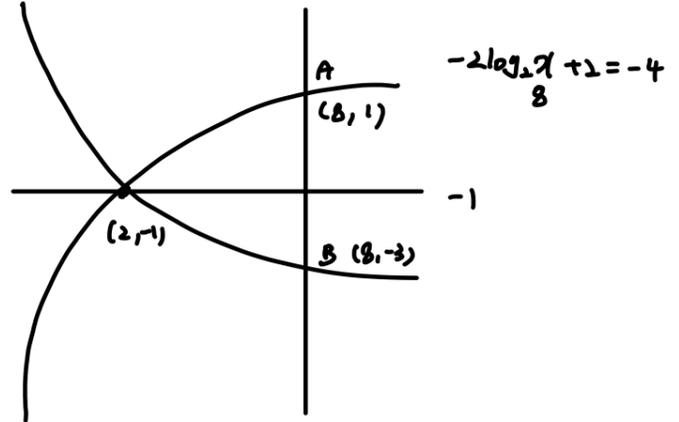
$$49s^2 = 1 - s^2 \quad s = +\frac{1}{\sqrt{48}} = \frac{\sqrt{3}}{10}$$

7. 상수 $a(a > 2)$ 에 대하여 함수 $y = \log_2(x-a)$ 의 그래프의

점근선이 두 곡선 $y = \log_2 \frac{x}{4}$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 와 만나는 점을 각각

A, B라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, a 의 값은? [3점]

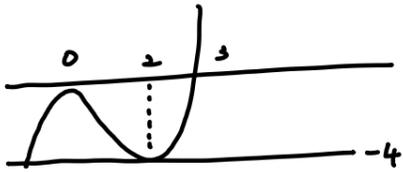
- ① 4
 ② 6
 ③ 8
 ④ 10
 ⑤ 12



8. 두 곡선 $y=2x^2-1$, $y=x^3-x^2+k$ 가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$x^3-x^2 = -1-k \quad \therefore k=3$



9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} = n^2 + 2n$

n^2+2n+2

$n(n+1)$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점] $n=1$

- ① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

$\frac{1}{(2n+1)a_{n+1}} = 2n+3$

$a_{n+1} = \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} \quad a_1 = \frac{1}{3}$

$\therefore a_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{21} \right) = \frac{10}{21}$

10. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

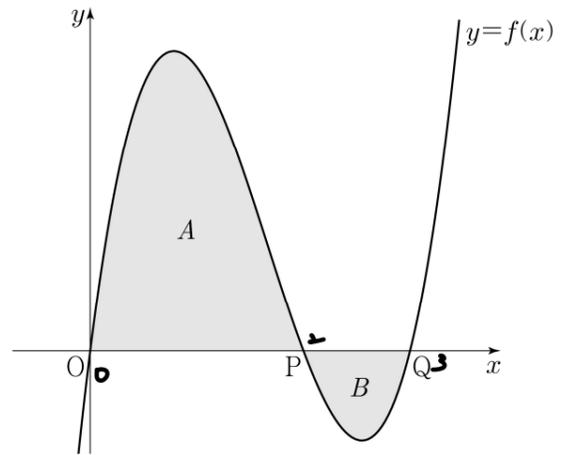
$f(x) = kx(x-2)(x-3)$

이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축이 원점 O 와 두 점 P, Q ($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 OP 로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자.

$(A \text{의 넓이}) - (B \text{의 넓이}) = 3$

일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



$\int_0^3 kx(x-2)(x-3) dx = \int_0^3 kx(x-2)(x-\frac{3}{2}) - \frac{1}{2}kx(x-2) dx$

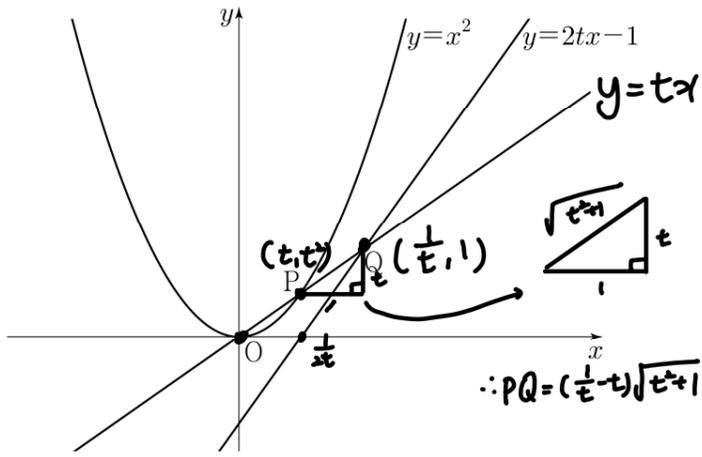
$x=\frac{3}{2}$ 대칭 $\rightarrow 0$

$= \frac{k}{12} \times 27 = 3$

$\therefore k = \frac{4}{3}$

11. 그림과 같이 실수 $t(0 < t < 1)$ 에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y = 2tx - 1$ 과의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 직선 OP가 직선 $y = 2tx - 1$ 과 만나는 점을 Q라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{PQ}{1-t}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

$$\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{\frac{1}{t} - t}{1-t} \sqrt{t^2 + 1} = \lim_{t \rightarrow 1^-} (t+1) \sqrt{t^2 + 1} = 2\sqrt{2}$$

12. $a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$ 이라 하고, 두 집합 A, B를

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, \quad B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$$

라 하자. $n \in A \cap B$ 가 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

1) $-4 - d = -8 + d \therefore d = 2 \quad a_{20} = 32$

2) $-8 + 3d = -4 - d \therefore d = 1 \quad a_{20} = 14$

13. 그림과 같이

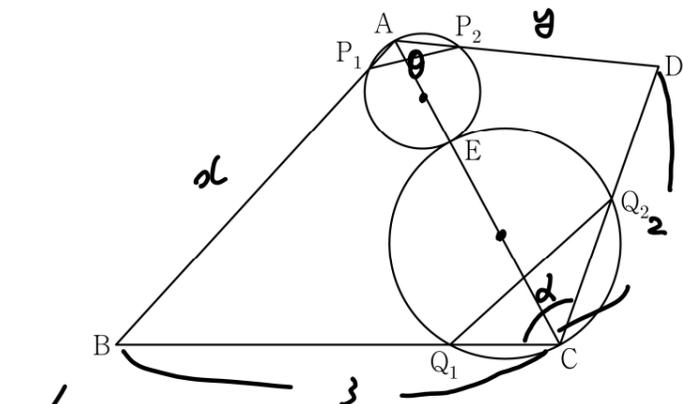
$$\overline{BC} = 3, \overline{CD} = 2, \cos(\angle BCD) = -\frac{1}{3}, \angle DAB > \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{4}{5}$$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두 예각삼각형이다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 E에 대하여 선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 각각 P₁, P₂라 하고,

선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 각각 Q₁, Q₂라 하자.

$\overline{P_1P_2} : \overline{Q_1Q_2} = 3 : 5\sqrt{2}$ 이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때, $\overline{AB} + \overline{AD}$ 의 값은? (단, $\overline{AB} > \overline{AD}$) [4점]



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

$$BD = \sqrt{17} \quad \frac{5 \cdot 1}{\sin \theta} = 2 \times \frac{3}{\sin \theta}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{4}{5} \quad \cos \theta = \frac{3}{5}$$

$$\frac{x}{2} \times \frac{4}{5} = 2 \quad \therefore xy = 5.$$

$$x^2 + y^2 + 2 \times 5 \times \frac{4}{5} = 17$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 11.$$

14. 실수 $a (a \geq 0)$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = -t(t-1)(t-a)(t-2a)$$

라 하자. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때 출발한 후 운동 방향을 한 번만 바꾸도록 하는 a 에 대하여, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P의 위치의 변화량의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

$$a = 0, \frac{1}{2}, 1 \quad \text{노가다...}$$

$$v = -(t^4 - (3a+1)t^3 + (2a^2+3a)t^2 - 2a^2 \cdot t)$$

$$x = -\left(\frac{1}{5}t^5 - \frac{3a+1}{4}t^4 + \frac{2a^2+3a}{3}t^3 - a^2t^2\right)$$

$$x(2) = -\left(\frac{32}{5} - 12a - 4 + \frac{16a^2}{3} + \frac{24a}{3} - 4a^2\right)$$

$$= -\frac{4}{3}a^2 + \frac{4}{3}a - \frac{11}{5}$$

$$= -\frac{4}{3}\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{5}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2} \text{ 일 때 최대 } \frac{4}{15}$$

6

수학 영역

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = k$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

3 5 6

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

n	/	2	3	4	5	6
a _n	k	-1	2-k	-6 (k=1) 8-2k (k≥3)	1 -9 (k=3)	-10. (x) -2 (0) -14 (k=5) (0) 26-4k (k≥6) k=6만 OK

단답형

16. 부등식 $2^{x-6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

3

$$x-6 \leq -2x$$

$$x \leq 2$$

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 1$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

2x⁴ - x + 3

33

18. 두 상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx + a$ 는 $x=1$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -2 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

$$\begin{aligned} 3a + b &= 0 \\ 2a + b &= -2 \quad a=1 \quad b=-6 \\ f &= 2x^3 - 6x + 2 \\ f' &= 6x^2 - 6 \end{aligned}$$

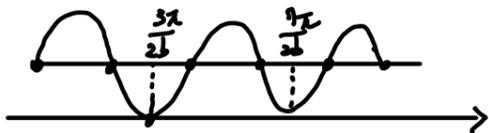
[6]

19. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin bx + 8 - a$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이다. $8 - a \geq 0 \therefore a \leq 8$
 (나) $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다. $\therefore a = 4$



$$\frac{15\pi}{2b} < 2\pi \leq \frac{19\pi}{2b}$$

$$\therefore 3.75 < b \leq 4.75 \therefore b=4$$

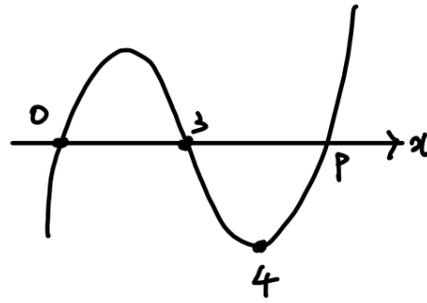
[8]

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt \quad \begin{cases} g(0) = 0 \\ g'(x) = f(x) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq g(4)$ 이고 $|g(x)| \geq |g(3)|$ 이다.
 $\underline{g'(4)=0}$ $\underline{g(3)=0}$



$$g = \frac{1}{3}x(x-3)(x-p)$$

$$g'(4) = \frac{1}{3}(4-p) + \frac{1}{3}4(4-p) + \frac{4}{3}$$

$$= \frac{1}{3}(4p + 4 - 4p + 4) = \frac{1}{3}(24 - 5p) = 0$$

$$\therefore p = \frac{24}{5}$$

$$\therefore g = \frac{1}{3}x(x-3)(x-\frac{24}{5})$$

$$f(9) = \frac{1}{3} \left(6 \times \frac{21}{5} + 9 \times \frac{21}{5} + 54 \right)$$

$$= 21 + 18 = \mathbf{39}$$

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+9n} - \sqrt{n^2+4n})$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$$\frac{5n}{2n}$$

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = \frac{5t}{t^2+1}, \quad y = 3\ln(t^2+1)$$

에서 $t=2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5(t^2+1) - 10t^2}{(t^2+1)^2} \quad \frac{dy}{dt} = \frac{6t}{t^2+1}$$

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{ax+b} - 8}{2^{bx} - 1} = 16$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

(단, a 와 b 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

- ① 9 ② ~~10~~ ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

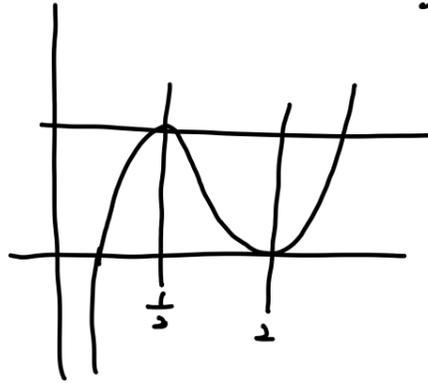
Handwritten solution for Q25:
 $\frac{2^{a+b} - 8}{2^{b \cdot \ln 2 \times 3}} = 16$
 (Note: $2^{a+b} = 8$ and $2^{b \cdot \ln 2 \times 3} = 16$)

26. x 에 대한 방정식 $x^2 - 5x + 2\ln x = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 t 의 값의 합은? [3점]

- ① $-\frac{17}{2}$ ② $-\frac{33}{4}$ ③ -8 ④ $-\frac{31}{4}$ ⑤ $-\frac{15}{2}$

Handwritten equation: $2x - 5 + \frac{2}{x} = t$

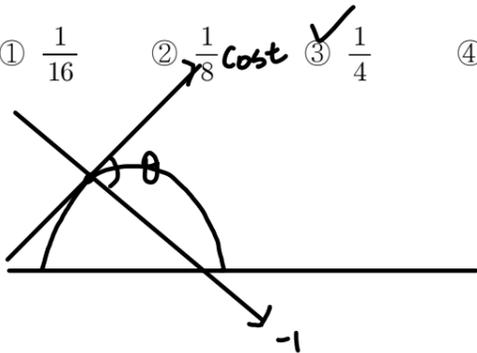
Handwritten equation: $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x} = \frac{(2x-1)(x-2)}{x}$



Handwritten notes: $2 \ln 2 - 6$ and $-2 \ln 2 - \frac{9}{4}$

27. 실수 $t(0 < t < \pi)$ 에 대하여 곡선 $y = \sin x$ 위의 점 $P(t, \sin t)$ 에서의 접선과 점 P를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \pi^-} \frac{\tan \theta}{(\pi - t)^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8} \cos t$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



$$t \tan \theta = \frac{\cos t + 1}{1 - \cos t}$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

28. 두 상수 $a(a > 0)$, b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \sim T=2$
 $\{f(x)\}^2 + 2f(x) = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x} + b$
 이다.
 (나) $f(0) = f(2) + 1$

- ① $-\frac{1}{16}$ ② $-\frac{7}{64}$ ③ $-\frac{5}{32}$ ④ $-\frac{13}{64}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

$$(f+1)^2 = g+1 \geq 0 \quad - \textcircled{1}$$

$$\therefore f = -1 \pm \sqrt{g+1}$$

$$f(0) = -1 \pm \sqrt{g(0)+1} \quad f(2) = -1 \pm \sqrt{g(2)+1}$$

$g(x)$ 의 주기는 2이므로 $g(0) = g(2)$ 이고,

$f(0) > f(2)$ 이므로

$$f(0) = -1 + \sqrt{g(0)+1} \quad f(2) = -1 - \sqrt{g(2)+1}$$

$$\therefore \sqrt{g(0)+1} = \frac{1}{2} \rightarrow a+b = -\frac{3}{4}$$

$f(0) = -\frac{1}{2}$, $f(2) = -\frac{3}{4}$ 이고, f 는 연속 이므로

$f(x) = -1$ 인 x 가 반드시 존재. 이는 $\textcircled{1}$ 식의

등호성립 조건. $\therefore g(x)$ 의 최솟값 $= -1$

$\cos \pi x = t$ with $-1 \leq t \leq 1$

$$g(t) = at^3 \cdot e^{1-t^2} + b$$

$$g'(t) = at^2(3-2t)e^{1-t^2} > 0$$

$\therefore g$ 증가 $t = -1$ 일때 최솟값.

$$-a + b = -1 \quad \therefore a = \frac{1}{8} \quad b = -\frac{7}{8}$$

단답형

29. 세 실수 a, b, k 에 대하여 두 점 $A(a, a+k), B(b, b+k)$ 가 곡선 $C: x^2 - 2xy + 2y^2 = 15$ 위에 있다. 곡선 C 위의 점 A 에서의 접선과 곡선 C 위의 점 B 에서의 접선이 서로 수직일 때, k^2 의 값을 구하시오. (단, $a+2k \neq 0, b+2k \neq 0$) [4점]

대입.

$(x-y)^2 + y^2 = 15$. $y = x+k$ 위의 점.

$$k^2 + (x+k)^2 = 15$$

$$x^2 + 2kx + 2k^2 - 15 = 0$$

$$a+k = -2k$$

$$ab = 2k^2 - 15$$

2차 -2y -2xy + 4y y' = 0

$$y' = \frac{x-y}{x-2y} \cdot \frac{k}{a+2k} \cdot \frac{k}{b+2k} = -1$$

$$\frac{-k}{(-2k-a)} \cdot \frac{-k}{(-2k-b)} = -1$$

(x-a)(x-b)에 x=-2k 대입.

$$\therefore \frac{k^2}{2k^2-15} = -1$$

$$\boxed{\therefore k^2 = 5}$$

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -1 & (a_n \leq -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$ 은 수렴하고 그 합은 -3 이다.

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$ 은 수렴하고 그 합은 8 이다.

$b_3 = -1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ 의 값을 구하시오. [4점]

↳ $a_3 \leq -1$ (허기) → 수렴불가능. $\therefore -1 < r < 1$

나)에서 $r > 0$ 이면 b_{2n} 은 모두 음수이다.

$$\sum b_{2n} = 8 \text{ 이 불가능 } \therefore -1 < r < 0.$$

가)에서

$$b_1 = -1 \quad b_3 = -1 \quad \text{이므로 } b_5 \neq -1$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1} = -1 \quad \frac{a_5}{1-r^2} = -1$$

나)에서

$$b_{2n} = a_{2n}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} = \frac{a_2}{1-r^2} = 8$$

$$\therefore r = -\frac{1}{2} \quad a_1 = -12$$

$$\frac{12}{1-\frac{1}{4}} = \boxed{24}$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인 하시오.