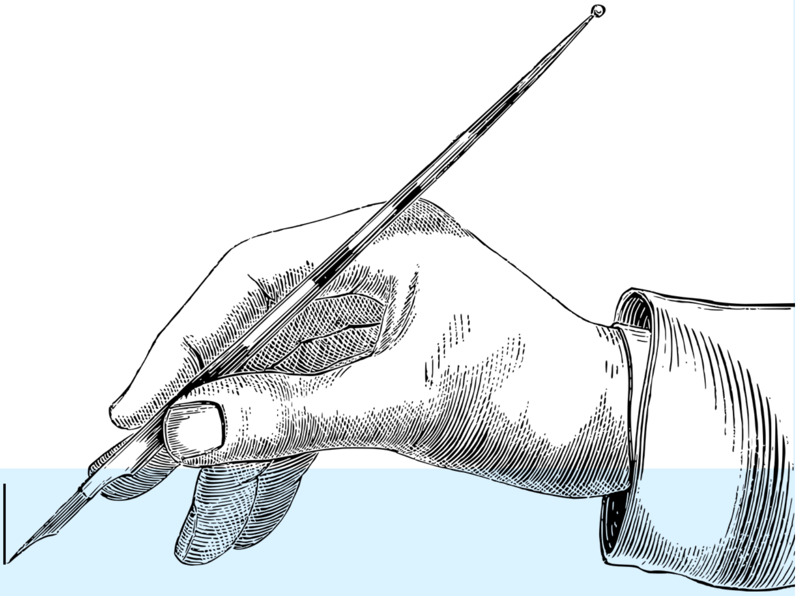
2024 6평
수학 손풀이



24 수능 대비 6월 평가원

도움을 주신 분 : '번개의 호흡' in KUMC

By URdokzon

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6-2

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10}(2a_k + 3) = 60$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

I 20
4

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to 1} f(x) = 4 - f(1)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

수학 영역

5. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(x^3+1)f(x)$$

라 하자. $f(1)=2$, $f'(1)=3$일 때, $g'(1)$의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$3\times2+2\times3=12$

$\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3}{2}\pi$ $\tan\theta=-\frac{1}{7}$ $5\sqrt{2}$ 1 -7

6. $\cos\theta<0$이고 $\sin(-\theta)=\frac{1}{7}\cos\theta$일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

7. 상수 $a\,(a>2)$에 대하여 함수 $y=\log_2(x-a)$의 그래프의 점근선이 두 곡선 $y=\log_2\frac{x}{4}$, $y=\log_{\frac{1}{2}}x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=4$일 때, a의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$a,\ \log_2\frac{a}{4}\quad -\log_2 a$

$2\log_2 a-2=4$

$a=8$

8. 두 곡선 $y=2x^2-1$, $y=x^3-x^2+k$가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$x^3-3x^2+k+1=0$.

$-k-1=0, -4$

$k=-1, 3$

9. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k-1)a_k} = n^2+2n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [4점]

① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

$\frac{1}{(2n-1)a_n} = n^2+2n-(n-1)^2-2(n-1)$ $(n\geq 2)$

$= n^2+2n$
$\quad -n^2+2n-1$
$\quad -2n+2$
$\rightarrow 2n+1$

$a_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$ $n\geq 2$

$n=1 \rightarrow \frac{1}{a_1}=3 \rightarrow a_1=\frac{1}{3}$

$\therefore \frac{1}{3}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{21}\right)$

$= \frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{6}{21} = \frac{10}{21}$

10. 양수 k에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=kx(x-2)(x-3) = kx^3-5kx^2+6kx$$

이다. 곡선 $y=f(x)$와 x축이 원점 O와 두 점 P, Q$(\overline{\mathrm{OP}}<\overline{\mathrm{OQ}})$에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$와 선분 OP로 둘러싸인 영역을 A, 곡선 $y=f(x)$와 선분 PQ로 둘러싸인 영역을 B라 하자.

$$(A\text{의 넓이})-(B\text{의 넓이})=3$$

일 때, k의 값은? [4점]

$F(x) = \frac{1}{4}kx^4 - \frac{5}{3}kx^3 + 3kx^2$

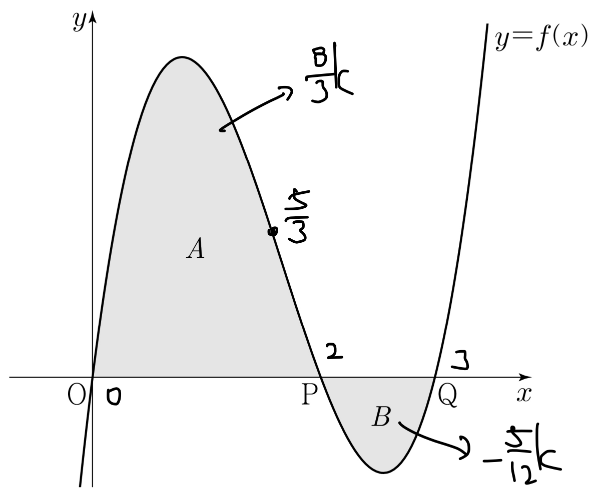
$F(2) = 4k - \frac{40}{3}k + 12k = \frac{8}{3}k$

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

$F(0)=0$

$F(3) = \left(\frac{81}{4}-45+27\right)k$

$= \frac{9}{4}k$

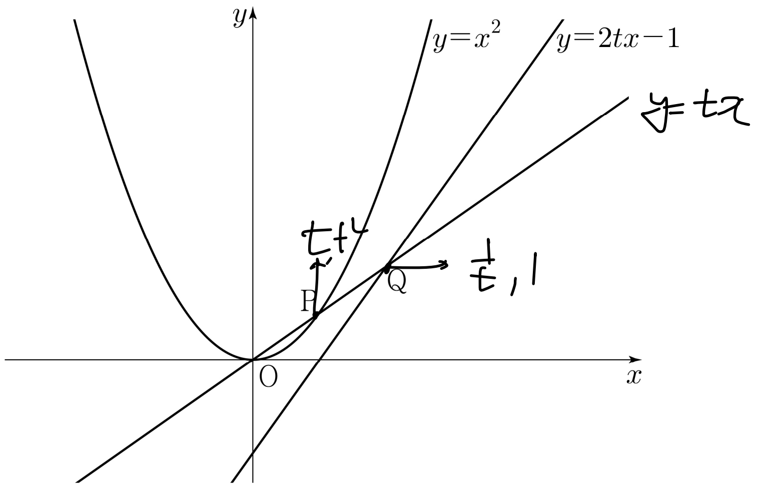


$\frac{27-32}{12}$

$\frac{27}{12}k=3$ $\therefore k=\frac{4}{3}$

11. 그림과 같이 실수 $t\,(0<t<1)$에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y=2tx-1$과의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 직선 OP가 직선 $y=2tx-1$과 만나는 점을 Q라 할 때,

$\lim_{t\to1-}\frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{1-t}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

$\sqrt{(\frac{1}{t}-t)^2+(1-t^2)^2}$

$\frac{1}{t^2}-2+t^2$

$1-2t^2+t^4$

$\frac{1}{t^2}-1-t^2+t^4$

$\frac{1}{t^2}(1-t^2)-t^2(1-t^2)$

$\frac{1}{t^2}(1-t^4)(1-t^2)$

↓

$\frac{1}{t^2}(1-t)^2(1+t^2)(1+t)^2$

$\frac{1}{t}\cdot\sqrt{2\times4} = 2\sqrt{2}$

12. $a_2=-4$이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을 $b_n=a_n+a_{n+1}\,(n\ge1)$이라 하고, 두 집합 A, B를

$$A=\{a_1,\,a_2,\,a_3,\,a_4,\,a_5\},\quad B=\{b_1,\,b_2,\,b_3,\,b_4,\,b_5\}$$ → 공차 2배.

라 하자. $n(A\cap B)=3$이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_{20}의 값의 합은? [4점]

① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

$-4+d$

① | ① | ①

↓

b_2, b_3, b_4

$-4+d =$
- $-8+d \to (\times)$
- $-8+3d \to d=2 \rightsquigarrow a_{20}=-4+36=32$
- $-8+5d \to d=1 \rightsquigarrow a_{20}=-4+18=14$

46

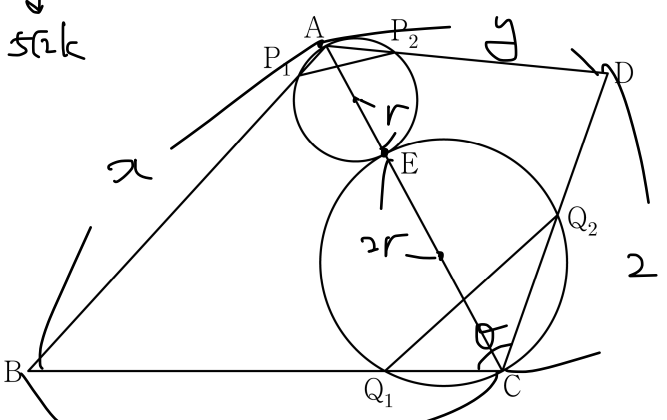
13. 그림과 같이

$$\overline{BC}=3,\ \overline{CD}=2,\ \cos(\angle BCD)=-\frac{1}{3},\ \angle DAB>\frac{\pi}{2}$$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두 예각삼각형이다. 선분 AC를 $1:2$로 내분하는 점 E에 대하여 선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 각각 P_1, P_2라 하고, 선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 각각 Q_1, Q_2라 하자.

$\overline{P_1P_2}:\overline{Q_1Q_2}=3:5\sqrt{2}$이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때, $\overline{AB}+\overline{AD}$의 값은? (단, $\overline{AB}>\overline{AD}$) [4점]

$3k$ $5\sqrt{2}k$ $\cos\theta=-\frac{1}{3}$



① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

$\frac{5\sqrt{2}k}{\sin\theta}=4r=\frac{15}{2}k$

$2r=\frac{3k}{\square}\to \square=\frac{4}{5}=\sin(\angle P_1AP_2)$

$\overline{BD}^2=9+4+12\cdot\frac{1}{3}=17$

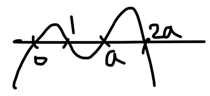
$\frac{x^2+y^2-17}{2xy}=-\frac{3}{5}$ $\frac{1}{2}2xy\cdot\frac{4}{5}=2$ → $xy=5$

$x^2+y^2=17-6=11$

$11+10\to\sqrt{21}$

14. 실수 $a\,(a\geq 0)$에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$를

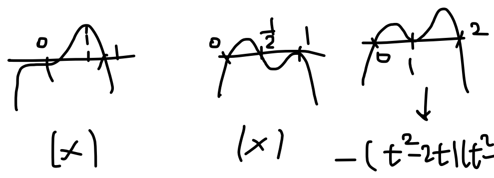
$$v(t)=-t(t-1)(t-a)(t-2a)$$



라 하자. 점 P가 시각 $t=0$일 때 출발한 후 운동 방향을 한 번만 바꾸도록 하는 a에 대하여, 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P의 위치의 변화량의 최댓값은? [4점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

$a=0,\ a=\frac{1}{2},\ a=1$



$-(t^2-2t)(t^2-2t+1)$

$=-(t^2-2t)^2-(t^2-2t)$

$=-t^4+4t^3-5t^2+2t$

$-\frac{32}{5}+16-\frac{40}{3}+4$

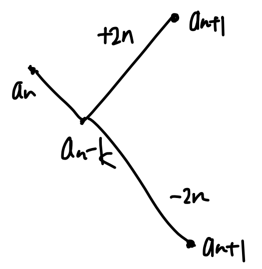
$10\frac{2}{5}$ $-8-\frac{1}{3}$ $=1-\frac{11}{15}$

15. 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> $a_1=k$이고, 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+2n-k & (a_n\le 0) \\ a_n-2n-k & (a_n>0)\end{cases}$$
>
> 이다.

$a_3\times a_4\times a_5\times a_6<0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점]

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26



: 전체적으로 그림이 내려감.

$a_6=-2+(4-k)+(6-k)+(8-k)+(10-k)$

$=26-4k$

∴ $k>6$이면 $a_2\sim a_6>0$ ↓ 모순.

$k=1$: 1 -2 1 -6 1 -10 (x)
2 : 2 -2 0 ‥ (x)
3 : 3 -2 -1 2 -8 (o)
4 : 4 -2 -2 0 (x)
5 : 5 -2 -3 -2 +1 (o)
6 : 6 -2 -4 -4 -2 (o)

∴ $3+5+6=\boxed{14}$

단답형

16. 부등식 $2^{x-6}\le\left(\frac{1}{4}\right)^{x}$을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오. [3점]

$2^{x-6}\le 2^{-2x}$

$x\le 2$

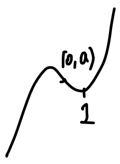
$\boxed{3}$

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=8x^3-1$이고 $f(0)=3$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$2x^4-x+3$

33

18. 두 상수 a, b에 대하여 삼차함수 $f(x)=ax^3+bx+a$는 $x=1$에서 극소이다. 함수 $f(x)$의 극솟값이 -2일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. [3점]



$3ax^2+b$

$3a+b=0$

$2a+b=-2$

$a=2$

$b=-6$

$f(-1)=-a-b+a=\boxed{6}$

19. 두 자연수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=a\sin bx+8-a$$

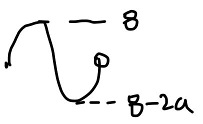
8

$8-2a$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq 0$이다. $8-2a\geq 0$ $\boxed{a\leq 4}$
>
> (나) $0\leq x<2\pi$일 때, x에 대한 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

b개의 주기



$\rightarrow a=4,\ b=4$

$\boxed{8}$

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

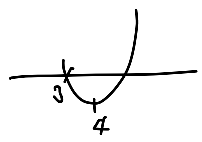
$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

3차 $\quad g(0)=0 \quad g'=f$

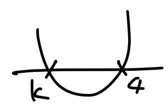
가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$의 값을 구하시오. [4점]

> $x\geq 1$인 모든 실수 x에 대하여
> $g(x)\geq g(4)$이고 $|g(x)|\geq |g(3)|$이다.

4 $\quad g(3)=0$



$\rightarrow f(4)=0 \quad \int_0^3 f(t)\,dt=0$



$f(x)=(x-4)(x-k)=x^2-(k+4)x+4k$

$9-\frac{9}{2}k-18+12k=0$

$k=9\times\frac{2}{15}=\frac{6}{5}$

$\therefore f(9)=5\times(9-\frac{6}{5})=45-6=\boxed{39}$

21. 실수 t에 대하여 두 곡선 $y=t-\log_2 x$와 $y=2^{x-t}$이 만나는 점의 x좌표를 $f(t)$라 하자. $y=2^{-x+t}$

<보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C의 값을 정할 때, $A+B+C$의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$) [4점]

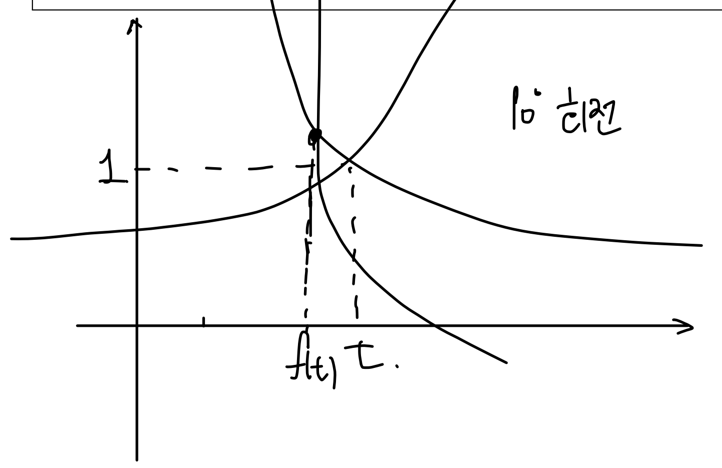
- 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$이다.

<보 기>

ㄱ. $f(1)=1$이고 $f(2)=2$이다. (○)

ㄴ. 실수 t의 값이 증가하면 $f(t)$의 값도 증가한다. — 축에서 멀어지므로 (○)

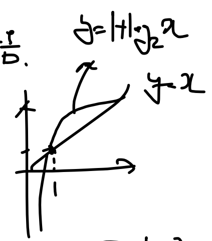
ㄷ. 모든 양의 실수 t에 대하여 $f(t) \geq t$이다.



1° 대칭

$f(t) \geq t$면 $t-\log_2 t \geq 1$ 이 나옴.

$t \geq 1+\log_2 t$

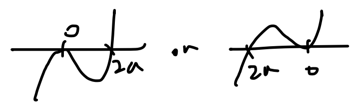


$\therefore$ ㄷ. (X)

$\therefore \boxed{110}$.

22. 정수 $a\,(a \neq 0)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=x^3-2ax^2$$



이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k의 값의 곱이 -12가 되도록 하는 a에 대하여 $f'(10)$의 값을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)$에 대하여

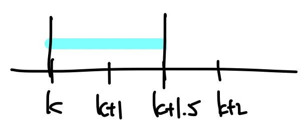
$$\left\{\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}\right\} \times \left\{\frac{f(x_2)-f(x_3)}{x_2-x_3}\right\} < 0$$

기울기 부호 변화 有

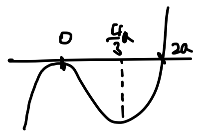
을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3이 열린구간 $\left(k,\ k+\frac{3}{2}\right)$에 존재한다.

간격이 1.5

$\frac{4}{3}a$가 어디냐가 매우 중요



곱이 -12 → 음수의도 존재.



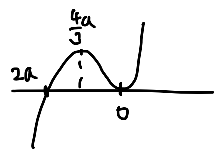
: $k=-1$ 하나, 양수 2개 → $k=3, 4$

양수 1개 $k=12$ or

$12 < \frac{4}{3}a < 13$ → (X)

$3 < a < \frac{13.5}{4}$ (X)

$4 < \frac{4}{3}a < 4.5$



: $k=-1$ 하나, 음수 2개 → $k=-3, -4$

$-3 < \frac{4}{3}a < -2.5$

$-\frac{9}{4} < a < -\frac{15}{8}$

$\therefore a=-2$

$\therefore f(x) = (x+4)x^2$

$f'(10) = 100 + 14 \times 20 = \boxed{380}$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 5개의 문자 a, a, b, c, d를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

2개

① 50 ② 55 ③ 60 ④ 65 ⑤ 70

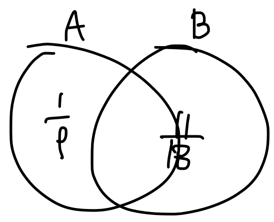
$\frac{5!}{2!} = \boxed{60}$

24. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A \cap B^C) = \frac{1}{9}, \quad \mathrm{P}(B^C) = \frac{7}{18}$$

일 때, $\mathrm{P}(A \cup B)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{11}{18}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{13}{18}$ ⑤ $\frac{7}{9}$



$\therefore \frac{13}{18}$

25. 흰색 손수건 4장, 검은색 손수건 5장이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 4장의 손수건을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 4장의 손수건 중에서 흰색 손수건이 2장 이상일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{9}{14}$ ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{11}{14}$

$\frac{{}_4C_2\times{}_5C_2+{}_4C_3\times{}_5C_1+{}_4C_4}{{}_9C_4}=\frac{81}{126}=\boxed{\frac{9}{14}}$

26. 다항식 $(x-1)^6(2x+1)^7$의 전개식에서 x^2의 계수는? [3점]

① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

$(\cdots+15x^2-6x+1)(\cdots+84x^2+14x+1)$

$\downarrow$

$99-84=\boxed{15}$

27. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 하자. $a\times b$가 4의 배수일 때, $a+b\le 7$일 확률은? [3점]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{7}{15}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

전체
- 4 & 홀수 $2\times3=6$
- 짝 & 짝 $3\times3=9$

사건
- 4有 : 4 with 1,2,3 → 6
- 4無 : (2,2) → 1

∴ $\boxed{\frac{7}{15}}$

28. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X\to X$의 개수는? [4점]

(가) $f(1)\times f(3)\times f(5)$는 홀수이다.
(나) $f(2)<f(4)$
(다) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.

① 128 ② 132 ③ 136 ④ 140 ⑤ 144

(가) : 모두 홀수 ··· 홀수의 종류는 모르겠음.

↓

홀수개수 f(1)/f(2)/f(3) f(2)/f(4) 짝수

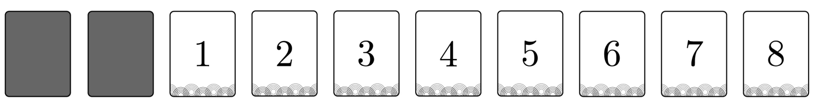
종류
- 1 : 3 × 1 × 1 × 1
- 2 : 3 × (1개 2 × 1 × 2; 2개 6 × 2 × 2)
- 3 : 1 × (1개 3 × 1; 2개 $_3C_1\times C(6)$ × 2; 3개 6 × 3)

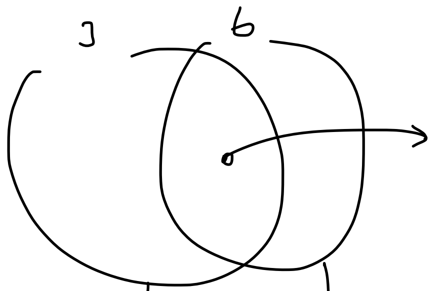
∴ $\boxed{144}$

단답형

29. 그림과 같이 2장의 검은색 카드와 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 흰색 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 왼쪽에서 오른쪽으로 일렬로 배열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 검은색 카드는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

> (가) 흰색 카드에 적힌 수가 작은 수부터 크기순으로 왼쪽에서 오른쪽으로 배열되도록 카드가 놓여 있다.
>
> (나) 검은색 카드 사이에는 흰색 카드가 2장 이상 놓여 있다.
>
> (다) 검은색 카드 사이에는 3의 배수가 적힌 흰색 카드가 1장 이상 놓여 있다.





$_2H_2 \times {}_2H_2 = 9$

$_2H_2 \times {}_2H_5 - 1 = 17$

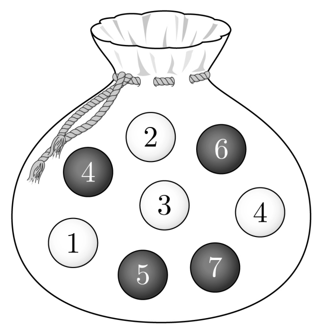
2두 3or6

$17 \times 2 - 9 = \boxed{25}$

30. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

> 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어
> 꺼낸 공이 서로 다른 색이면 12를 점수로 얻고,
> 꺼낸 공이 서로 같은 색이면 꺼낸 두 공에 적힌 수의 곱을 점수로 얻는다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 24 이하의 짝수일 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



다른색 : $\frac{4 \times 4}{_8C_2} = \frac{4}{7}$

같은색 : $\frac{5+2}{_8C_2} = \frac{1}{4}$ ∴ $\frac{23}{28} \to \boxed{51}$

> ※ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+9n}-\sqrt{n^2+4n}\right)$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$\frac{5n}{2n}$

24. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=\frac{5t}{t^2+1},\quad y=3\ln\left(t^2+1\right)$$

에서 $t=2$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$$\frac{3\cdot\frac{2t}{t^2+1}}{5\times\frac{t^2+1-2t^2}{(t^2+1)^2}}=\frac{6}{5}\times\frac{(t^2+1)\times t}{1-t^2}$$

$$\frac{6}{5}\times\frac{10}{-3}=-4$$

25. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{2^{ax+b}-8}{2^{bx}-1}=16$일 때, $a+b$의 값은?
(단, a와 b는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

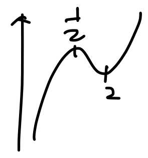
① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

$\dfrac{a\cdot 2^b}{b}=16$ $2^b=8$
$b=3$
$a=6$

26. x에 대한 방정식 $x^2-5x+2\ln x=t$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 t의 값의 합은? [3점]

① $-\dfrac{17}{2}$ ② $-\dfrac{33}{4}$ ③ -8 ④ $-\dfrac{31}{4}$ ⑤ $-\dfrac{15}{2}$

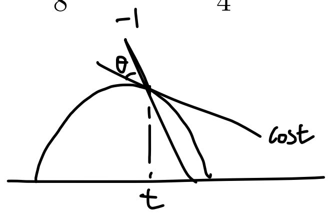
$x>0$ $2x-5+\dfrac{2}{x}=\dfrac{(2x-1)(x-2)}{x}$



$\frac{1}{4}-\frac{5}{2}-2\ln 2$
$+4-10+2\ln 2$ $\rightarrow -6-\frac{9}{4}=-\frac{33}{4}$

27. 실수 $t\,(0<t<\pi)$에 대하여 곡선 $y=\sin x$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ \sin t)$에서의 접선과 점 P를 지나고 기울기가 -1인 직선이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\lim\limits_{t\to\pi-}\dfrac{\tan\theta}{(\pi-t)^2}$의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{16}$　② $\dfrac{1}{8}$　③ $\dfrac{1}{4}$　④ $\dfrac{1}{2}$　⑤ 1



$\pi-t=x$

$\tan\theta = \left|\dfrac{-1-\cos t}{1-\cos t}\right| \quad \left|\dfrac{-1+\cos x}{1+\cos x}\right|$

$\lim\limits_{x\to0}\ \dfrac{1}{x^2}\ \dfrac{\frac{1}{2}x^2}{2} = \boxed{\dfrac{1}{4}}$

28. 두 상수 $a\,(a>0)$, b에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a\times b$의 값은? [4점]

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $ax^3e^{1-x^2}+b \circ \cos\pi x$
> $$\{f(x)\}^2+2f(x)=a\cos^3\pi x\times e^{\sin^2\pi x}+b$$
> 이다.
> ↓ 우함수 ~> $f(x)$도 우함수
>
> (나) $f(0)=f(2)+1$

① $-\dfrac{1}{16}$　② $-\dfrac{7}{64}$　③ $-\dfrac{5}{32}$　④ $-\dfrac{13}{64}$　⑤ $-\dfrac{1}{4}$

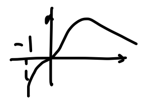
(가): $f(0)^2+2f(0)=a+b$
$f(2)^2+2f(2)=a+b$

$\{f(2)-f(0)\}\{f(2)+f(0)+2\}=0$
↓ $-\dfrac{3}{2}$　↓ $-\dfrac{1}{2}$

$\therefore a+b=-\dfrac{3}{4}$

$f(x)^2+2f(x)=(x^2+2x)\circ f(x)$ 최소가 -1
↓
$y=ax^3e^{1-x^2}+b\ (-1\le x\le 1)$ 최소가 -1

$y=x^3e^{-x^2} \rightarrow y'=(3x^2-2x^4)e^{-x^2}$



$\therefore\ -a+b=-1$
↓
$a=\dfrac{1}{8},\ b=-\dfrac{7}{8}$

단답형

29. 세 실수 a, b, k에 대하여 두 점 $\mathrm{A}(a, a+k)$, $\mathrm{B}(b, b+k)$가 곡선 $C: x^2-2xy+2y^2=15$ 위에 있다. 곡선 C 위의 점 A에서의 접선과 곡선 C 위의 점 B에서의 접선이 서로 수직일 때, k^2의 값을 구하시오. (단, $a+2k \neq 0$, $b+2k \neq 0$) [4점]

$(x-y)^2+y^2=15$

$k^2+(a+k)^2=k^2+(b+k)^2=15$

$\therefore$ a and b $=-k\pm\sqrt{15-k^2}$ 합 : $-2k$, 곱 : $2k^2-15$

$2x-2y-2xy'+4yy'=0$

$y'=\dfrac{y-x}{2y-x}$

$\dfrac{k}{2a+2k-a}\cdot\dfrac{k}{2b+2k-b}=\dfrac{+k^2}{(a+2k)(b+2k)}=-1$

$-k^2=ab+2(a+b)k+4k^2$

$=2k^2-15$ $\therefore k^2=\boxed{5}$

30. 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n=\begin{cases} -1 & (a_n \leq -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$은 수렴하고 그 합은 -3이다.
>
> (나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$은 수렴하고 그 합은 8이다.

$b_3=-1$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|$의 값을 구하시오. [4점]

수렴 → $-1<r<0$ $b_3=-1 \to a_3=-1$라면, $-\frac{1}{r^2}=a_1 \to b_1=-1$

$-1-1+b_5+b_7+\cdots=-3$

$b_2+b_4+b_6+\cdots=8$

$(-3+2)=8r^3 \to \underline{r=-\frac{1}{2}}$

$a_2\times\dfrac{1}{1-\frac{1}{4}}=8 \to a_2=6$

$a_1=-12$

$\therefore 12\times\dfrac{1}{1-\frac{1}{2}}=\boxed{24}$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(기하)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.