

2024학년도 6월 대비 MC THE MATH 모의고사

# 수학 영역

성명

수험번호     -

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

**그 밑엔 과거들의 재가 쌓여있어**

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고 하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- **공통과목** ..... 1~8 쪽
- **선택과목**
  - 확률과 통계 ..... 9~12 쪽
  - 미적분 ..... 13~16 쪽
  - 기하 ..... 17~20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

## 출제자

### 정다음

- 현) 메가스터디 러셀 (강남)
- 현) 메가스터디 러셀 (부천)
- 현) 핑수학 연구실
- 개념원리 인강 (imath.tv)

### 양민석

- 고려대학교 사범대학
- 현) Qulup 수능 수학 콘텐츠 팀장
- 현) iBex Forge 저자 (저서 '파블로프 모의고사' 등)
- 현) 핑수학 연구실

### 김서천

- 고려대학교 수학교육과
- 현) 핑수학 연구실

## 출제 범위 - 2024학년도 고3 6월 모의평가 수학 영역 범위

공통과목 : 수학 I, 수학 II 전 범위

선택과목 : 확률과 통계 - II. 확률 / 미적분 - II. 미분법

위 시험지는 수험생들이 '2024학년도 고3 6월 모의평가 수학 영역'을 준비하는데 있어 도움을 주고자 제작되었습니다.  
모든 문항의 저작권은 '핑수학 연구실'에 있으며 연구실의 허락 없이 문항을 상업적으로 이용하는 행위,  
문항을 수정하거나 편집하여 2차 창작물로 만드는 행위 등을 금합니다.

문항의 이용을 원하시거나 모의고사 출제 관련 문의사항이 있으신 경우  
[math\\_dding@hanmail.net](mailto:math_dding@hanmail.net) 로 연락주시기 바랍니다.

제 2 교시

수학 영역

ΣΣ! 수학 연구실

5지선다형

1.  $\left(\frac{1}{2} \times 2^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}+1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④ 2    ⑤ 4

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3x-2x}}{x-1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $-\frac{5}{4}$     ②  $-\frac{3}{4}$     ③  $-\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{3}{4}$

3. 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_2 = 8, \frac{a_3 \times a_6}{a_5} = 18$$

을 만족시킬 때,  $a_1$ 의 값은? [3점]

- ① 4    ②  $\frac{13}{3}$     ③  $\frac{14}{3}$     ④ 5    ⑤  $\frac{16}{3}$

4. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) - x$$

라 하자.  $g(2) = 4, g'(2) = -1$ 일 때, 함수  $f(x)$ 의 최솟값은?

[3점]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

5.  $\cos\theta > 0$ 이고  $\sin(\pi+\theta) = \frac{3}{5}$ 일 때,  $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{4}{3}$     ②  $-\frac{3}{4}$     ③ 0    ④  $\frac{3}{4}$     ⑤  $\frac{4}{3}$

6. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_0^x \{f(t)-t\}dt = ax + \int_0^1 f(t)dt$$

를 만족시킬 때,  $f(4)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ①  $\frac{3}{2}$     ② 2    ③  $\frac{5}{2}$     ④ 3    ⑤  $\frac{7}{2}$

7. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = n+1 + \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k+1}$$

를 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{15} \log_2 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 3    ② 4    ③ 5    ④ 6    ⑤ 7

8. 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} 1 & (x < 0) \\ f(x) & (0 \leq x \leq 2) \\ x-3 & (x > 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이고,  $x=2$ 에서 최솟값을 가질 때,  $f(3)$ 의 최댓값은? [3점]

- ①  $-\frac{1}{2}$     ②  $-\frac{1}{4}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

9. 다음 조건을 만족시키는 실수  $a(a > 1)$ 의 값은? [4점]

(가) 곡선  $y = \log_a(x+1)$ 과 직선  $y = 4x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다.  
 (나) 곡선  $y = \log_a x + 4$ 와 직선  $y = 4x$ 가 서로 다른 두 점 B, C에서 만난다.

- ①  $2^{\frac{1}{6}}$     ②  $2^{\frac{1}{5}}$     ③  $2^{\frac{1}{4}}$     ④  $2^{\frac{1}{3}}$     ⑤  $2^{\frac{1}{2}}$

10. 두 함수

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + k, \quad g(x) = 3x$$

에 대하여 방정식  $f(x) = g(x)$ 가 서로 다른 두 양의 실근을 가지도록 하는 정수  $k$ 의 개수는? [4점]

- ① 15    ② 16    ③ 17    ④ 18    ⑤ 19

11. 양수  $a$ 에 대하여 집합  $\left\{x \mid 0 \leq x \leq \pi, x \neq \frac{\pi}{6}, x \neq \frac{2\pi}{3}\right\}$ 에서

정의된 함수

$$f(x) = a \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - 2$$

가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [4점]

$x$ 에 대한 방정식  $|f(x)| = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $g(t)$ 라 할 때,  $g(t) = 3$ 인 실수  $t$ 가 존재한다.

- ① -8      ② -7      ③ -6      ④ -5      ⑤ -4

12.  $f(2) = 2$ 인 삼차함수  $f(x)$ 와 이차함수  $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x) - x}{g(x) - x} = n \quad (n = 0, 2)$$

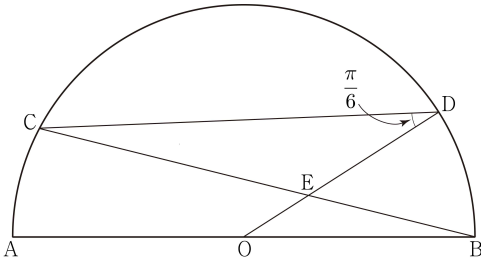
일 때,  $f(4) + g(4)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{33}{2}$       ② 17      ③  $\frac{35}{2}$       ④ 18      ⑤  $\frac{37}{2}$

13. 그림과 같이 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 BC, OD가 점 E에서 만나고,

$$\overline{OE}=1, \angle ODC = \frac{\pi}{6}$$

이다. 선분 BE의 길이는? [4점]



- ①  $\frac{5\sqrt{13}}{13}$
- ②  $\frac{6\sqrt{13}}{13}$
- ③  $\frac{7\sqrt{13}}{13}$
- ④  $\frac{8\sqrt{13}}{13}$
- ⑤  $\frac{9\sqrt{13}}{13}$

14. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수  $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$|x-1|f(x) = \int_0^x \{g(t)+2\}dt$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $g(1) = -2$

ㄴ. 방정식  $f(x) = g(x) + 2$ 의 모든 실근의 합은  $\frac{3}{2}$ 이다.

ㄷ. 함수  $\int_2^x g(t)dt$ 가 오직 하나의 극값을 가질 때,  $f(2)$ 의 최댓값은 12이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_1 = 1, a_2 > 1$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} - a_n & (a_{n+1} \geq a_n) \\ a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} < a_n) \end{cases}$$

이다.

$\sum_{n=1}^6 (a_{2n} - a_{2n-1}) = 20$ 일 때,  $a_3$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{5}$     ②  $\frac{3}{10}$     ③  $\frac{2}{5}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{3}{5}$

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-1)+1 = \log_4(x+2)$$

를 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 8x^3 - 4x + 5$ 이고  $f(1) = 6$ 일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]



18. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k + 1) = 35, \quad \sum_{k=1}^{15} \left(a_k - \frac{k}{4}\right) = 60$$

일 때,  $\sum_{k=11}^{15} (a_k + k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx$$

가 다음 조건을 만족시킬 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

곡선  $y = f(x)$  위의 두 점  $(0, f(0)), (3, f(3))$ 에서의 접선이 서로 평행하고, 두 접선 사이의 거리는 9이다.

20. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_2^x \{f(t) - f(t-2)\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f'(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가)  $g'(2) = 0$
- (나) 함수  $g(x)$ 는  $x = 2$ 에서 극값을 가지지 않는다.
- (다) 함수  $y = g(x)$ 의 그래프와  $x$ 축 및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 4이다.

21. 다음 조건을 만족시키는 자연수  $n$ 의 개수가 3이 되도록 하는 100 이하의 모든 자연수  $k$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가)  $-1 < \log_5 2 - \log_5 n \leq 0$

(나)  $x$ 에 대한 방정식  $x^n = k^2$ 의 모든 실근은 정수이다.

22. 양수  $a$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 닫힌구간  $[0, 3]$ 에서  $g(x) = x^2 f(x)$ 이다.

(나) 모든 정수  $k$ 에 대하여 닫힌구간  $[3k, 3k+3]$ 에서  $g'(x) = a \times g'(x+3)$ 이다.

실수  $t$ 에 대하여 방정식  $g(x) = g(t)$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $h(t)$ 라 할 때,  $h(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$f(3) = 1$ 일 때,  $a = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오

## 5지선다형

23.  ${}_{2}\text{H}_3 + {}_{2}\text{H}_3$ 의 값은? [2점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

24. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(A \cap B) = P(B - A) = \frac{1}{6}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{7}{12}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

# 2

## 수학 영역(확률과 통계)

25. 상수  $a (a > 0)$  에 대하여  $\left(2x - \frac{a}{x^2}\right)^5$  의 전개식에서  $x^5$  의

계수와  $\frac{1}{x}$  의 계수가 서로 같을 때,  $\frac{1}{x^7}$  의 계수는? [3점]

- ①  $\frac{2}{5}$     ②  $\frac{4}{5}$     ③  $\frac{6}{5}$     ④  $\frac{8}{5}$     ⑤ 2

26. 학생 A 를 포함한 1 학년 학생 3 명과 학생 B 를 포함한

2 학년 학생 5 명이 있다. 이 8 명의 학생이 원 모양의 탁자에  
일정한 간격을 두고 임의로 둘러앉을 때, 다음 조건을 만족시킬  
확률은? [3점]

(가) 두 학생 A, B 는 서로 이웃한다.

(나) 1 학년 학생끼리는 서로 이웃하지 않는다.

- ①  $\frac{4}{35}$     ②  $\frac{9}{70}$     ③  $\frac{1}{7}$     ④  $\frac{11}{70}$     ⑤  $\frac{6}{35}$

27. 6개의 숫자 1, 1, 1, 2, 2, 3 중에서 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수의 집합을  $S$ 라 하자. 집합  $S$ 의 원소 중 임의로 하나의 수를 선택할 때, 택한 수의 각 자리의 모든 숫자의 곱이 4 이하일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{5}{19}$       ②  $\frac{11}{38}$       ③  $\frac{6}{19}$       ④  $\frac{13}{38}$       ⑤  $\frac{7}{19}$

28. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

(가) 함수  $f$ 의 치역을  $A$ 라 할 때  $n(A) \leq 3$ 이고, 집합  $A$ 의 모든 원소의 곱은 8의 배수이다.  
 (나) 집합  $X$ 의 모든 원소  $x$ 에 대하여  $f(x) + x \geq 4$ 이다.

- ① 32      ② 34      ③ 36      ④ 38      ⑤ 40

## 단답형

29. 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3이 적힌 8장의 카드가 들어 있는 주머니를 이용하여 [실행 1]과 [실행 2]를 순서대로 하려고 한다.

[실행 1] 주머니에서 카드 한 장을 꺼내어 숫자를 확인하고 다시 넣지 않을 때, 확인한 수를  $a_1$ 이라 한다.

[실행 2] 주머니에서  $a_1$ 개의 카드를 꺼내고, [실행 2]에서 꺼낸 모든 카드의 숫자의 합을  $a_2$ 라 한다.

$a_1 + a_2$ 가 3의 배수일 때,  $a_2 \leq 4$ 일 확률이  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 숫자 0이 적힌 카드 7장, 숫자 1이 적힌 카드 2장, 숫자 2가 적힌 카드 1장을 네 명의 학생 A, B, C, D에게 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 숫자가 적힌 카드는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

(가) 네 학생 A, B, C, D가 받은 모든 카드에 적힌 수의 합을 각각  $a, b, c, d$ 라 할 때,  $a \leq b \leq c \leq d$ 가 성립한다.

(나) 각 학생이 받는 카드의 개수는 1 이상 5 이하이다.

## \* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오

## 5지선다형

23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④ 2    ⑤ 4

24. 상수  $a (a > 0)$  에 대하여 함수  $f(x) = e^{2x} + ae^x$  의 역함수를  $g(x)$  라 하자. 곡선  $y = g(x)$  가 점  $(4, 0)$  을 지날 때,  $g'(4)$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{5}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{3}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

# 2

## 수학 영역(미적분)

25. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간  $t$  ( $0 \leq t \leq \pi$ )에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = t + \sin^2 t, \quad y = t - \cos^2 t$$

이다.  $t = \theta$ 에서 점 P의 속력이 최소일 때,  $\sec \theta$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ②  $-\sqrt{3}$       ③  $-\sqrt{2}$       ④  $\sqrt{2}$       ⑤  $\sqrt{3}$

26. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이 상수  $S$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_1 + S$ 의 값은? [3점]

$$(가) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} = S$$

$$(나) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_n}{5^{n-2}} - S \right) = 0$$

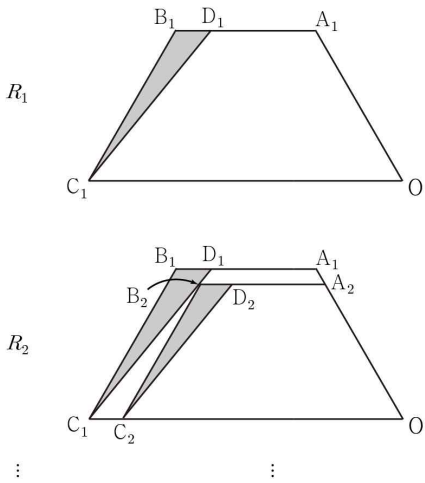
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5



27. 그림과 같이  $\overline{OA_1} = \overline{B_1C_1} = 5$ ,  $\overline{A_1B_1} = 4$ ,  $\overline{OC_1} = 10$  인 등변사다리꼴  $OA_1B_1C_1$  이 있다. 선분  $A_1B_1$  을 3 : 1로 내분하는 점을  $D_1$  이라 할 때, 삼각형  $B_1C_1D_1$  에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$  이라 하자.

그림  $R_1$  에 선분  $OA_1$  위의 점  $A_2$ ,  $C_1D_1$  위의 점  $B_2$ , 선분  $OC_1$  위의 점  $D_2$  를 꼭짓점으로 하고  $\overline{O_1A_1} = \overline{B_1C_1}$ ,  $\overline{OA_1} : \overline{OC_2} = 1 : 2$  인 등변사다리꼴  $OA_2B_2C_2$  를 그린다. 선분  $A_2B_2$  를 3 : 1로 내분하는 점을  $D_2$  라 할 때, 삼각형  $B_2C_2D_2$  에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$  라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$  에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$  이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  의 값은? [3점]



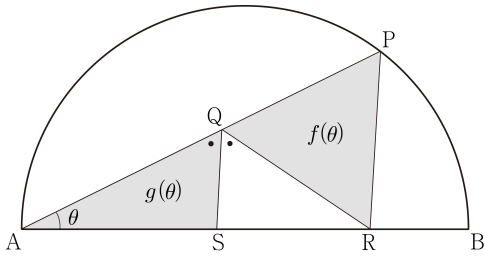
- ①  $\frac{121}{10}$     ②  $\frac{242}{21}$     ③ 11    ④  $\frac{242}{23}$     ⑤  $\frac{121}{12}$

28. 양의 실수  $t$ 에 대하여 함수  $f(x) = x^3 + 4tx$  가 있다. 점  $(t, 0)$  을 지나고 곡선  $y = f(x)$  에 접하는 직선이 곡선  $y = f(x)$  와 만나는 접점이 아닌 점의  $x$  좌표를  $g(t)$  라 할 때, 함수  $g(t)$  는 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수이다.  $g(1) \times g'(1)$  의 값은? [4점]

- ① 12    ②  $\frac{40}{3}$     ③  $\frac{44}{3}$     ④ 16    ⑤  $\frac{52}{3}$

단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에  $\angle PAB = \theta$ 인 점 P가 있다. 선분 AP 위의 점 Q와 선분 AB 위의 점 R를 삼각형 PQR가 정삼각형이 되도록 잡고,  $\angle AQR$ 의 이등분선이 선분 AR와 만나는 점을 S라 하자. 삼각형 PQR의 넓이를  $f(\theta)$ , 삼각형 ASQ의 넓이를  $g(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)g(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}\sqrt{3}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 최고차항의 계수가 자연수인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x) = \cos\{\pi \times f(x)\}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $g(x)$ 는  $x = \frac{1}{2}$ 에서 극솟값  $\frac{1}{2}$ 을 갖는다.
- (나) 열린구간  $(0, 1)$ 에서 함수  $g(x)$ 가 극대가 되는  $x$ 의 개수는 4이다.

$1 \leq f(0) \leq 2$ 이 되도록 하는 모든  $f(1)$ 의 값의 합을  $S$ 라 하자.  $12S$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항  
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.