제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\log_8 16$ 의 값은? [2점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

$\frac{4}{3}\log_2 2 = \frac{4}{3}$

2. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_4 = 100$일 때, a_1의 값은? [2점]

① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

$a_1 + 9 = 100$

$\therefore a_1 = 91$

3. $0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식 $\sin 4x = \frac{1}{2}$의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

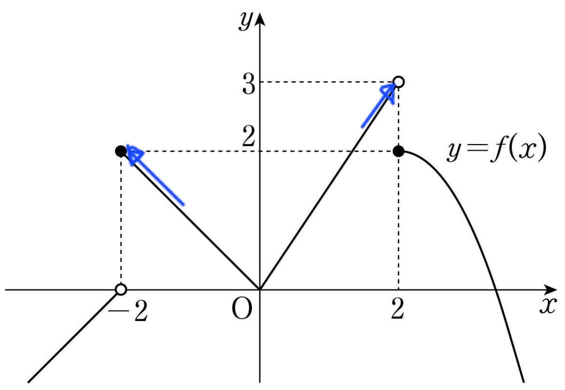
주기 4번 반복 $\Rightarrow$ $2 \cdot 4 = 8$

4. $\int_{2}^{-2} (\cancel{x^3} + 3x^2)\,dx$ 의 값은? [3점]

① -16 ② -8 ③ 0 ④ 8 ⑤ 16

$\left[x^3\right]_2^{-2} = -8-(8) = -16$

5. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -2+} f(x) + \lim_{x\to 2-} f(x)$의 값은? [3점]

① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

$2+3=5$

6. 함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+ax+b}{x-3} & (x<3) \\ \dfrac{2x+1}{x-2} & (x\ge 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a-b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

$\lim_{x\to 3+} \frac{2x+1}{x-2} = 7$

$\lim_{x\to 3-} \frac{x^2+ax+b}{x-3} = 7$

$\cdot\ 9+3a+b=0 \rightsquigarrow \lim_{x\to 3-} \frac{x^2+ax-3a-9}{x-3} = \lim_{x\to 3-} (x+a+3)$

$= 6+a$

$= 7$

$\Rightarrow a=1,\ b=-12$

$\therefore a-b=13$

7. 수열 $\{a_n\}$의 일반항이

$$a_n=\begin{cases} \dfrac{(n+1)^2}{2} & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ \dfrac{n^2}{2}+n+1 & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [3점]

① 235 ② 240 ③ 245 ④ 250 ⑤ 255

$$a_n=\begin{cases} \dfrac{(n+1)^2}{2} & (n\text{이 홀수}) \\ \dfrac{(n+1)^2+1}{2} & (n\text{이 짝수}) \end{cases}$$

$\sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{n=1}^{10} \frac{(n+1)^2}{2} + 5\cdot\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{10\cdot 11\cdot 21}{6} + \frac{10\cdot 11}{2} + 10\cdot\frac{1}{2} + 5\cdot\frac{1}{2}$

$= \frac{510}{2}$

$= 255$

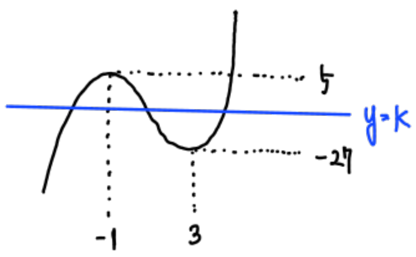
8. 곡선 $y=x^3-3x^2-9x$와 직선 $y=k$가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 정수 k의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은? [3점]

① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

$f(x)=x^3-3x^2-9x$

$f'(x)=3x^2-6x-9$

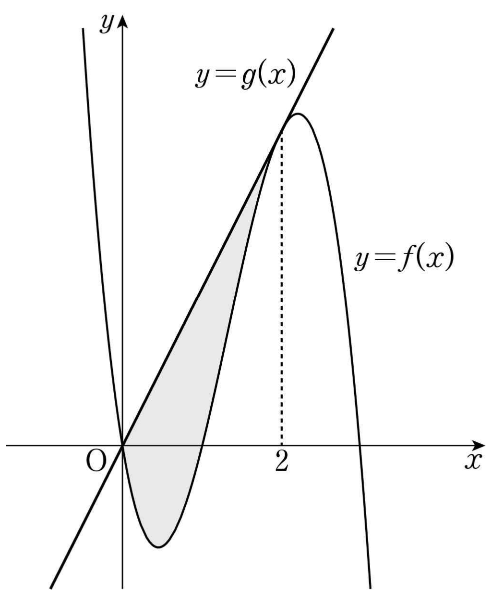
$=3(x-3)(x+1)$



$\therefore M=4,\ m=-26 \Rightarrow M-m=30$

9. 최고차항의 계수가 -3인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(2, f(2))$에서의 접선 $y=g(x)$가 곡선 $y=f(x)$와 원점에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

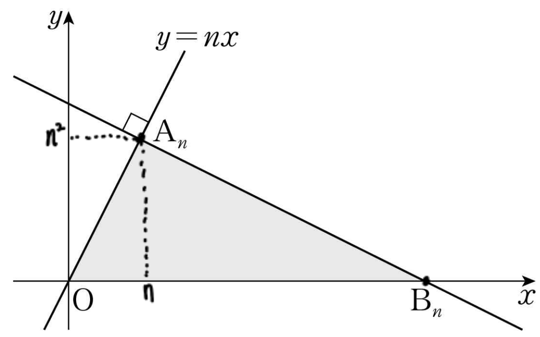
① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



$g(x)-f(x)=+3(x)(x-2)^2$

넓이 $\frac{3}{6}(2)^3=4$

10. 자연수 n에 대하여 점 $\mathrm{A}_n(n, n^2)$을 지나고 직선 $y=nx$에 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 B_n이라 하자.



다음은 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{OB}_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{8}\frac{S_n}{n^3}$의 값을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)

점 $\mathrm{A}_n(n, n^2)$을 지나고 직선 $y=nx$에 수직인 직선의 방정식은 $y=$ (가) $\times x+n^2+1$ (가) $=-\frac{1}{n}$ 이므로 두 점 A_n, B_n의 좌표를 이용하여 S_n을 구하면 $S_n=$ (나) 따라서 $\sum_{n=1}^{8}\frac{S_n}{n^3}=$ (다) 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r라 할 때, $f(1)+g(2)+r$의 값은? [4점]

① 105 ② 110 ③ 115 ④ 120 ⑤ 125

(가) $=-\frac{1}{n}$

$\frac{1}{n}x=n^2+1 \Rightarrow B_n(n^3+n, 0)$

$S_n=\frac{1}{2}\times(\overline{OB_n})\times(n^2)$

$=\frac{n^5+n^3}{2}$

(나) $=\frac{n^5+n^3}{2}$

$\sum_{n=1}^{8}\frac{S_n}{n^3}=\sum_{n=1}^{8}\frac{n^2+1}{2}$

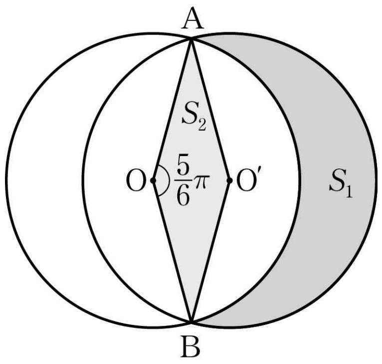
$=\frac{1}{2}\cdot\frac{8\cdot 9\cdot 17}{6}+8\cdot\frac{1}{2}$

$=106$

(다) $=106$

$\therefore f(1)+g(2)+r=-1+20+106=125$

11. 그림과 같이 두 점 O, O′ 을 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 두 원 O, O' 이 한 평면 위에 있다. 두 원 O, O' 이 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, $\angle \mathrm{AOB} = \frac{5}{6}\pi$ 이다.



원 O의 외부와 원 O'의 내부의 공통부분의 넓이를 S_1, 마름모 AOBO′ 의 넓이를 S_2라 할 때, $S_1 - S_2$의 값은? [4점]

① $\frac{5}{4}\pi$ ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{17}{12}\pi$ ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{19}{12}\pi$

$\triangle$OAB의 넓이 = $\triangle$O′AB의 넓이 = $\frac{S_2}{2}$

S_1 = (원 O′의 넓이) − 2×(부채꼴 O′AB − $\frac{S_2}{2}$)

$S_1 - S_2$ = (원 O′의 넓이) − 2× 부채꼴 O′AB

$= 9\pi - 9\cdot\frac{5}{6}\pi$

$= \frac{3}{2}\pi$

12. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-g(x)}{x-1} = 5$

(나) $\lim_{x\to1}\frac{f(x)+g(x)-2f(1)}{x-1} = 7$

두 실수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-a}{x-1} = b\times g(1)$일 때, ab의 값은? [4점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

(가) $f(1) = g(1)$, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} - \frac{g(x)-g(1)}{x-1} = f'(1) - g'(1)$
$= 5$

(나) $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} + \frac{g(x)-g(1)}{x-1} = f'(1) + g'(1)$
$= 7$

$\Rightarrow f'(1) = 6,\ g'(1) = 1$

$f(1) = g(1) = a$라 하면,

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1) = b\times g(1) \Rightarrow b = \frac{6}{g(1)}$

$\therefore a\times b = a\times\frac{6}{a} = 6$

13. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2^x & (x<3) \\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x+a}-\left(\frac{1}{4}\right)^{3+a}+8 & (x\ge 3)\end{cases}$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 중에서 y좌표가 정수인 점의 개수가 23일 때, 정수 a의 값은? [4점]

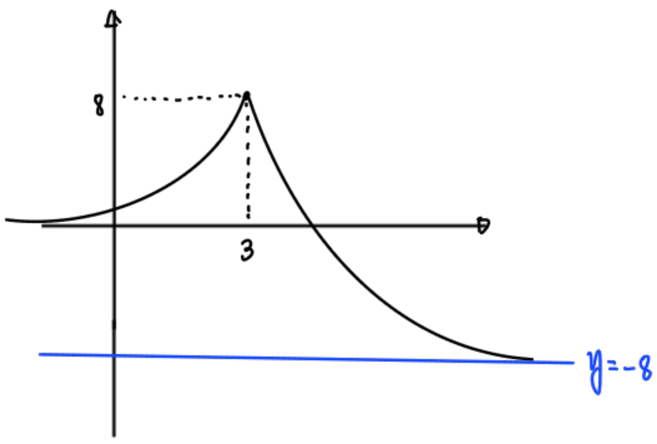
① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

$x<3$ 에서 $0<2^x<8$ 이므로,

$1\sim7$

따라서 $x\ge3$ 에서 16개를 가짐.

$-7\sim8 \Rightarrow$ 16개



$-\left(\frac{1}{4}\right)^{3+a}+8=-8$

$\left(\frac{1}{4}\right)^{3+a}=16$

$\therefore a=-5$

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+|f'(x)|$$

라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

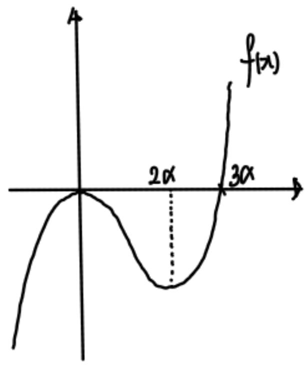
(가) $f(0)=g(0)=0$ (나) 방정식 $f(x)=0$은 양의 실근을 갖는다. (다) 방정식 $\lvert f(x)\rvert=4$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$g(3)$의 값은? [4점]

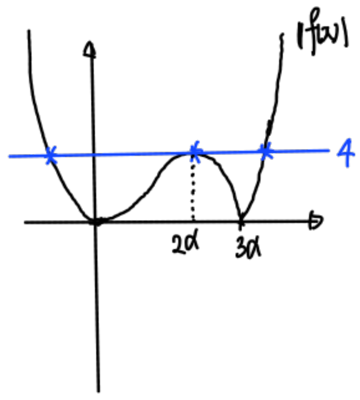
① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

(가) $x=0$ 대입 $\Rightarrow f'(0)=0$

(나) $\Rightarrow f(0)=0$ 에서 극대



(다) $\Rightarrow |f(x)|=4$ 실근 3개



$f(x)=x^2(x-3\alpha)$

$-f(2\alpha)=4\alpha^3=4$

$\therefore \alpha=1$

$f(x)=x^2(x-3)$

$f'(x)=3x^2-6x$

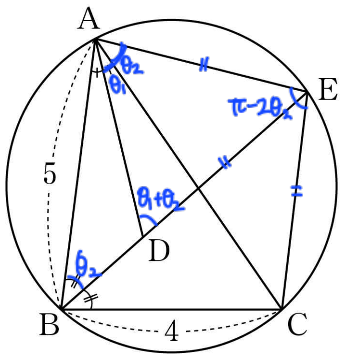
$\Rightarrow f(3)=0$, $f'(3)=9$

$\Rightarrow g(3)=f(3)+|f'(3)|$

$=0+9$

$=9$

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=4$, $\cos(\angle ABC)=\frac{1}{8}$인 삼각형 ABC가 있다. $\angle ABC$의 이등분선과 $\angle CAB$의 이등분선이 만나는 점을 D, 선분 BD의 연장선과 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점을 E라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

ㄱ. $\overline{AC}=6$

ㄴ. $\overline{EA}=\overline{EC}$

ㄷ. $\overline{ED}=\frac{31}{8}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ Cosine Law

$\overline{AC}^2 = 16+25-2\cdot4\cdot5\cdot\frac{1}{8}$ ⇒ $\overline{AC}=6$

$= 36$

ㄴ 원주각의 성질

$\angle EBC = \angle EAC$, $\angle EBA = \angle ECA$

$\triangle ACE$ 이등변

$\therefore \overline{EA} = \overline{EC}$

~~ㄷ~~ $\angle EDA = \angle EAD = \theta_1+\theta_2$

$\triangle EAD$ 이등변 ⇝ $\overline{ED} = \overline{EA} = ?$

Cosine Law

$\overline{AC}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{EC}^2 - 2\cdot\overline{AE}\cdot\overline{EC}\cdot\cos(\pi-2\theta_2)$

$36 = 2\cdot\overline{AE}^2 + \frac{1}{4}\overline{AE}^2$

$= \frac{9}{4}\overline{AE}^2$

$\therefore \overline{AE} = 4$

단답형

16. 두 함수 $f(x)=2x^2+5x+3$, $g(x)=x^3+2$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$의 $x=0$에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

10

$f'(x)g(x) + f(x)g'(x) = 5\cdot2+3\cdot0$

$= 10$

17. 모든 실수 x에 대하여 이차부등식

$$3x^2-2(\log_2 n)x+\log_2 n>0$$

이 성립하도록 하는 자연수 n의 개수를 구하시오. [3점]

6

$D/4 = (\log_2 n)^2 - 3\log_2 n < 0$

$0 < \log_2 n < 3$

$1 < n < 8$ ⇒ 6개

18. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $F(x)$의 도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} -2x & (x<0) \\ k(2x-x^2) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. $F(2)-F(-3)=21$일 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점]

9

$$F(x)=\begin{cases} -x^2+C_1 & (x<0) \\ k\left(x^2-\frac{1}{3}x^3\right)+C_2 & (x\geq 0) \end{cases}$$

미분가능 → $C_1=C_2$

$F(2)-F(-3)=\left(\frac{4}{3}k+C_2\right)-(-9+C_1)$

$=\frac{4}{3}k+9$

$=21$

$\therefore k=9$

19. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $a_1=2$, $a_2=4$이고 2 이상의 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}S_n=a_nS_{n+1}$$

이 성립할 때, S_5의 값을 구하시오. [3점]

162

$a_{n+1}S_n=a_n(S_n+a_{n+1})$

$\Leftrightarrow a_{n+1}S_{n-1}=a_nS_n$

i) $S_1=2$

ii) $S_2=6$

iii) $a_3=\frac{a_2S_2}{S_1}=\frac{4\cdot 6}{2}=12$

$S_3=18$

iv) $a_4=\frac{a_3S_3}{S_2}=\frac{12\cdot 18}{6}=36$

$S_4=54$

v) $a_5=\frac{a_4S_4}{S_3}=\frac{36\cdot 54}{18}=108$

$S_5=162$

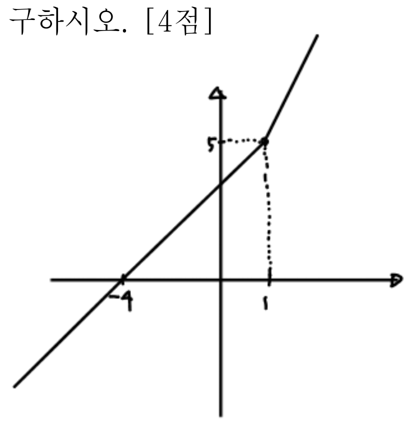
20. 실수 m에 대하여 직선 $y=mx$와 함수

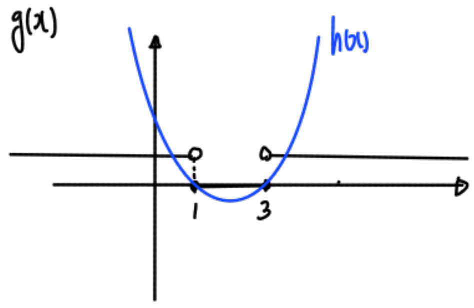
$$f(x)=2x+3+|x-1|$$

의 그래프의 교점의 개수를 $g(m)$이라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $h(x)$에 대하여 함수 $g(x)h(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $h(5)$의 값을 구하시오. [4점]

8

$$f(x)=\begin{cases} 3x+2 & (x\geq 1) \\ x+4 & (x<1) \end{cases}$$



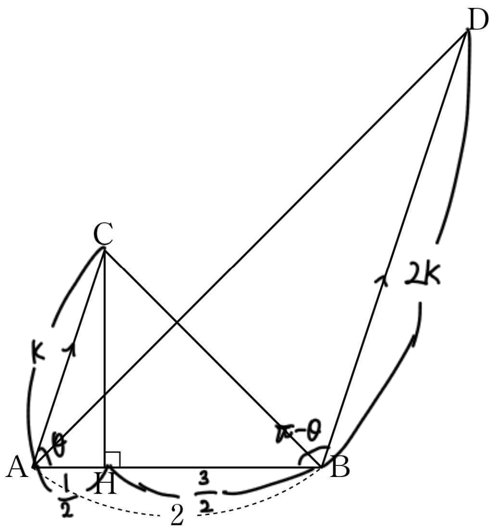


$\Rightarrow h(x)=(x-1)(x-3)$

$\therefore h(5)=4\cdot 2=8$

21. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{BD}$, $\overline{AC}:\overline{BD}=1:2$인 두 삼각형 ABC, ABD가 있다. 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발 H는 선분 AB를 1:3으로 내분한다.

15



두 삼각형 ABC, ABD의 외접원의 반지름의 길이를 각각 r, R라 할 때, $4(R^2-r^2)\times\sin^2(\angle\mathrm{CAB})=51$이다. $\overline{AC}^2$의 값을 구하시오. (단, $\angle\mathrm{CAB}<\frac{\pi}{2}$) [4점]

$\angle CAB=\theta$, $\overline{AC}=k$, $\overline{BD}=2k$

$\cos\theta=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}}=\dfrac{1}{2k}$

$\overline{BC}^2=k^2+4-2\cdot2\cdot k\cdot\frac{1}{2k}=k^2+2$

$\overline{AD}^2=4k^2+4+2\cdot2\cdot2k\cdot\frac{1}{2k}=4k^2+8$

$\overline{BC}=2r\sin\theta$

$\overline{AD}=2R\sin(\pi-\theta)=2R\sin\theta$

$\Rightarrow 4(R^2-r^2)\times\sin^2\theta=\overline{AD}^2-\overline{BC}^2$

$=3k^2+6=51$

$\therefore k^2=15$

22. 양수 a와 일차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_0^x(t^2-4)\{|f(t)|-a\}\,dt$$

16

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 극값을 갖지 않는다.
(나) $g(2)=5$

$g(0)-g(-4)$의 값을 구하시오. [4점]

$g'(x)=(x^2-4)\{|f(x)|-a\}$ $\Rightarrow$

	$\cdots$	-2	$\cdots$	2	$\cdots$
x^2-4	$+$	0	$-$	0	$+$
$\lvert f(x)\rvert-a$	$+$	0	$-$	0	$+$

$f(x)=kx$

i) $k\ge0$

$f(2)-a=2k-a=0 \Rightarrow a=2k$

$g(x)=\int_0^x(t^2-4)\,k(t-2)\,dt \Rightarrow g(2)=k\int_0^2(t^3-2t^2-4t+8)\,dt$

$=\frac{20}{3}k=5$

$\therefore k=\frac{3}{4},\ a=\frac{3}{2}$

동일

ii) $k<0$

$f(-2)-a=-2k-a=0 \Rightarrow a=-2k$

$g(x)=\int_0^x(t^2-4)\,k(-t-2)\,dt \Rightarrow g(2)=-k\int_0^2(t^3+2t^2-4t-8)\,dt$

$=-\frac{20}{3}k=5$

$\therefore k=-\frac{3}{4},\ a=\frac{3}{2}$

$\Rightarrow f(x)=\frac{3}{4}x$

$g(0)=0$

$g(-4)=\int_0^{-4}(t^2-4)\left(-\frac{3}{4}\right)(t+2)\,dt=-\frac{3}{4}\int_0^{-4}(t^3+2t^2-4t-8)\,dt$

$=-\frac{3}{4}\left(\frac{64}{3}\right)$

$=-16$

$\therefore g(0)-g(-4)=16$

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

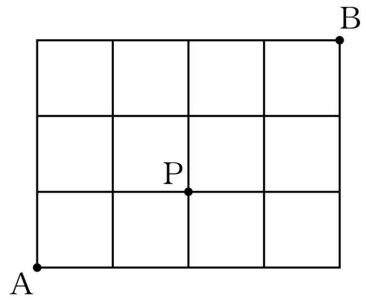
5지선다형

23. ${}_{3}\mathrm{H}_{6}$ 의 값은? [2점]

① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

${}_{8}C_{6} = 28$

24. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



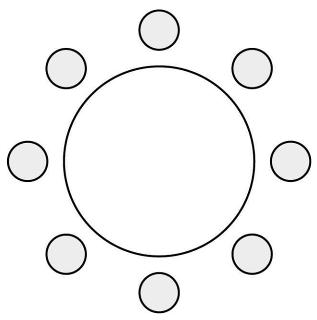
① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$\frac{3!}{2!} \times \frac{4!}{2!2!} = 3 \times 6$

$= 18$

25. 어느 고등학교 3학년의 네 학급에서 대표 2명씩 모두 8명의 학생이 참석하는 회의를 한다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 같은 학급 학생끼리 서로 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 92 ② 96 ③ 100 ④ 104 ⑤ 108



$3! \times {}_2\Pi_4 = 6\times16$

$= 96$

26. 같은 종류의 연필 6자루와 같은 종류의 지우개 5개를 세 명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 적어도 한 자루의 연필을 받도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 지우개를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 210 ② 220 ③ 230 ④ 240 ⑤ 250

• 연필 3자루 분배

${}_3H_3 = 10$

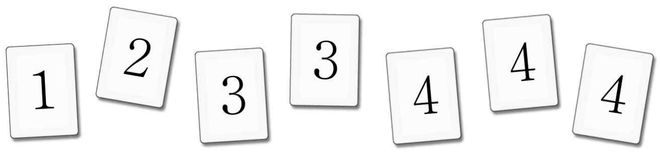
• 지우개 5개 분배

${}_3H_5 = 21$

$\Longrightarrow \underline{10\cdot21 = 210}$

27. 숫자 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 1이 적힌 카드와 2가 적힌 카드 사이에 두 장 이상의 카드가 있도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

① 180 ② 185 ③ 190 ④ 195 ⑤ 200



① 3,4 나열

$\frac{5!}{2!\,3!} = 10$

② 1,2 배치 여사건

1 ○ 2 ○ 3 ○ 4 ○ 5 ○ 6

전체 ${}_6P_2 = 30$

$5 \cdot 2 = 10$

$\Rightarrow 30 - 10 = 20$

$\therefore\ 10 \cdot 20 = 200$

28. 두 집합

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5\},\quad Y = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

에 대하여 X에서 Y로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는? [4점]

(가) $f(2) < f(3) < f(4)$
(나) $f(1) > f(3) > f(5)$

① 100 ② 102 ③ 104 ④ 106 ⑤ 108

	$f(1)$	$f(2)$	$f(4)$	$f(5)$	
i) $f(3) = 2$	5	0	5	0	$\Rightarrow 0$
ii) $f(3) = 4$	4	1	4	1	$\Rightarrow 16$
iii) $f(3) = 6$	3	2	3	2	$\Rightarrow 36$

대칭성

iv) $f(3) = 8 \Rightarrow 36$

v) $f(3) = 10 \Rightarrow 16$

vi) $f(3) = 12 \Rightarrow 0$

$\therefore\ 0 + 16 + 36 + 36 + 16 + 0 = 104$

단답형

29. 5 이하의 자연수 a, b, c, d에 대하여 부등식

$$a \le b+1 \le c \le d$$

를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하시오. [4점]

55

a c,d

i) $b=1$ ${}_2C_1$ ${}_4H_2$ $\Rightarrow 2\cdot 10 = 20$

ii) $b=2$ ${}_3C_1$ ${}_3H_2$ $\Rightarrow 3\cdot 6 = 18$

iii) $b=3$ ${}_4C_1$ ${}_2H_2$ $\Rightarrow 4\cdot 3 = 12$

iv) $b=4$ ${}_5C_1$ ${}_1H_2$ $\Rightarrow 5\cdot 1 = 5$

$\therefore 20+18+12+5 = 55$

30. 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키도록 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

97

(가) 숫자 1은 한 번 이상 나온다.
(나) 이웃한 두 수의 차는 모두 2 이하이다.

(나)에서 1,4만 두 수의 차가 3.

i) 1,2,3 만 있을 때
· 2,3 만 있을 때 제외

$3^4-2^4 = 65$

ii) 1, 4가 필수일 때

(2,2)
(2,3) $4\cdot({}_3P_2) = 24$
(3,3)

iii) 1,1,4가 필수일 때

1,1,_,4
4,_,1,1 $\Rightarrow 2\cdot 2=4$

iv) 1,4,4가 필수일 때

4,4,_,1
1,_,4,4 $\Rightarrow 2\cdot 2 = 4$

$\therefore 65+24+4+4 = 97$

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{10n^3-1}{(n+2)(2n^2+3)}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\lim_{n\to\infty}\frac{10n^3}{2n^3}=5$

24. 수열 $\{a_n\}$의 일반항이

$$a_n=\left(\frac{x^2-4x}{5}\right)^n$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$이 수렴하도록 하는 모든 정수 x의 개수는? [3점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$-1\le\frac{x^2-4x}{5}\le1$

$-5\le x^2-4x\le5$

$0\le x^2-4x+5$, $x^2-4x-5\le0$

$\Rightarrow -1\le x\le5$

$\therefore$ 7개

25. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=a_1a_n$$

을 만족시킨다. $\lim_{n\to\infty}\frac{3a_{n+3}-5}{2a_n+1}=12$일 때, a_1의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$a_{n+1}=a_1a_n \rightsquigarrow a_n=(a_1)^n$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3a_{n+3}-5}{2a_n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{3\cdot(a_1)^3(a_1)^n-5}{2\cdot(a_1)^n+1}$$

$$=\frac{3(a_1)^3}{2}$$

$$=12$$

$\therefore\ a_1=2$

26. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$2n^2-3<a_n<2n^2+4$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n^3}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

$$\sum_{k=1}^{n}(2k^2-3)<\sum_{k=1}^{n}a_n<\sum_{k=1}^{n}(2k^2+4)$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{2}{3}n^3}{n^3}\le\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n^3}\le\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{2}{3}n^3}{n^3}$$

$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n^3}=\frac{2}{3}$

27. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{(k-1)!} = \frac{3}{(n+2)!}$$

을 만족시킨다. $\lim_{n \to \infty}(a_1 + n^2 a_n)$의 값은? [3점]

① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

$n=1$ 에서

$$\frac{a_1}{0!} = \frac{3}{3!} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2}$$

$n \geq 2$ 에서

$$\frac{a_n}{(n-1)!} = \frac{3}{(n+2)!} - \frac{3}{(n+1)!}$$

$$\Leftrightarrow a_n = \frac{3(n-1)!}{(n+2)!} - \frac{3(n-1)!}{(n+1)!}$$

$$\Leftrightarrow a_n = \frac{-3}{n(n+2)}$$

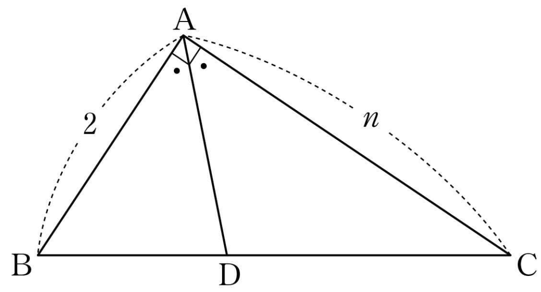
$$\lim_{n \to \infty}(a_1 + n^2 a_n) = \frac{1}{2} + \lim_{n \to \infty}\left(\frac{-3n^2}{n^2+2n}\right)$$

$$= \frac{1}{2} - 3$$

$$= -\frac{5}{2}$$

28. 자연수 n에 대하여 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 2$, $\overline{CA} = n$인 삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. 선분 CD의 길이를 a_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty}(n - a_n)$의 값은? [4점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4



$$\overline{BC} = \sqrt{4+n^2}$$

☆ 각의 이등분선

$$a_n = \frac{n}{2+n}\left(\sqrt{4+n^2}\right)$$

$$\lim_{n \to \infty}(n - a_n) = \lim_{n \to \infty} \frac{n(n+2-\sqrt{4+n^2})}{n+2}$$

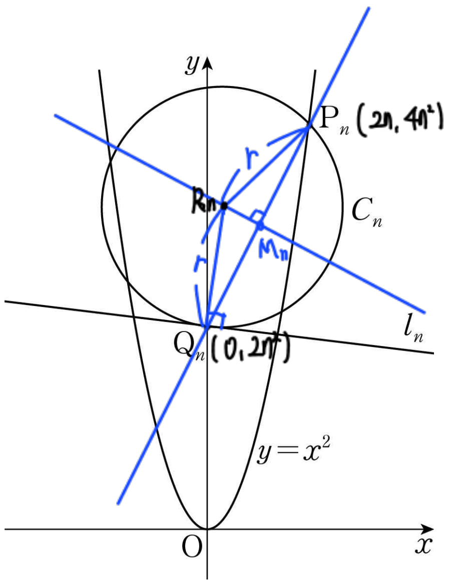
$$= \lim_{n \to \infty} \frac{4n^2}{(n+2)(n+2+\sqrt{4+n^2})}$$

$$= 2$$

단답형

29. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $\mathrm{P}_n(2n,\ 4n^2)$에서의 접선과 수직이고 점 $\mathrm{Q}_n(0,\ 2n^2)$을 지나는 직선을 l_n이라 하자. 점 P_n을 지나고 점 Q_n에서 직선 l_n과 접하는 원을 C_n이라 할 때, 원점을 지나고 원 C_n의 넓이를 이등분하는 직선의 기울기를 a_n이라 하자. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n}$의 값을 구하시오. [4점]

12



P_n에서 접선의 기울기 : $4n$

l_n의 기울기 : $-\dfrac{1}{4n}$

직선 Q_nR_n : $y=4nx+2n^2$

직선 P_nQ_n : $y=nx+2n^2$

직선 R_nM_n : $y=-\dfrac{1}{n}(x-n)+3n^2 \Leftrightarrow y=-\dfrac{1}{n}x+3n^2+1$

직선 Q_nR_n, 직선 R_nM_n 연립 $\Rightarrow$ $R_n\left(\dfrac{n^3+n}{4n^2+1},\ \dfrac{12n^4+6n^2}{4n^2+1}\right)$

$a_n=\dfrac{12n^3+6n}{n^2+1}$

$\therefore \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{12n^3+6n}{n^3+n}=12$

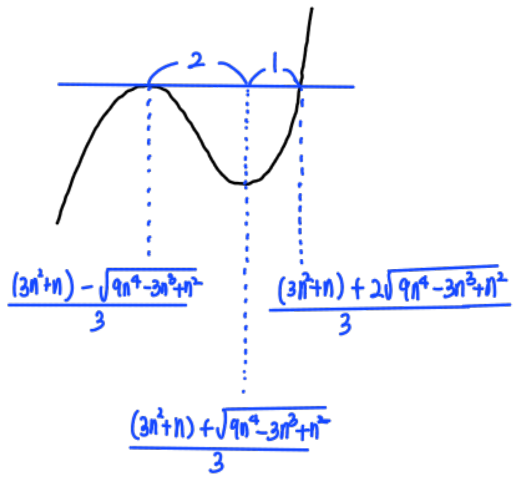
30. 자연수 n에 대하여 삼차함수 $f(x)=x(x-n)(x-3n^2)$이 극대가 되는 x를 a_n이라 하자. x에 대한 방정식 $f(x)=f(a_n)$의 근 중에서 a_n이 아닌 근을 b_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_nb_n}{n^3}=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5

$f(x)=x^3-(3n^2+n)x^2+3n^3x$

$f'(x)=3x^2-2(3n^2+n)x+3n^3$

$x=\dfrac{(3n^2+n)-\sqrt{9n^4-3n^3+n^2}}{3}=a_n$



$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}\cdot\frac{b_n}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{9n^3}{3n\{(3n^2+n)+\sqrt{9n^4-3n^3+n^2}\}}\cdot\frac{(3n^2+n)+2\sqrt{9n^4-3n^3+n^2}}{3n^2}$$

$$=\frac{9}{3\cdot(3+3)}\cdot\frac{3+6}{3}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 3$$

$$=\frac{3}{2}$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.