

2024학년도 2468 진짜 비킬러 모의고사

수학 영역

성명		수험 번호												
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

:O

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 0.2점, 0.3점 또는 0.4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

- ※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.
 - **공통과목** 1~8 쪽
 - **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(2^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}$ 의 값은? [0.2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

2. 함수 $f(x) = x^3 - 3$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [0.2점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

3. $\sin^2\theta = \frac{2}{3}$ 인 실수 θ 에 대하여 $\tan^2\theta$ 의 값은? [0.3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & (x \leq 3) \\ k & (x > 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 k 의 값은?

[0.3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 = 2, \quad a_5 = 6a_4 - 9a_3$$

를 만족시킬 때, a_4 의 값은? [0.3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 18 ⑤ 24

6. 함수 $f(x) = x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 2$ 의 극솟값은? [0.3점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

7. 곡선 $y = x^2 - 5x$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[0.3점]

- ① 24 ② 30 ③ 36 ④ 42 ⑤ 48

8. 한 변의 길이가 4이고 $\angle A = 60^\circ$ 인 마름모 ABCD에 대하여 두 선분 AB, CD의 중점을 각각 M, N이라 하자. 삼각형 AMN의 외접원의 넓이는? [0.3점]

- ① 8π ② $\frac{25}{3}\pi$ ③ $\frac{26}{3}\pi$ ④ 9π ⑤ $\frac{28}{3}\pi$

9. 2 이상 50 이하인 자연수 n 에 대하여 $n-9$ 의 n 제곱근 중에서 양의 실수가 존재하고, $n-20$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 n 의 개수는? [0.4점]

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

10. 원점을 지나고 곡선 $y = x^3 - 2x^2$ 에 접하는 어떤 직선과 점 $(0, a)$ 을 지나고 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 에 접하는 어떤 직선이 서로 평행하도록 하는 음수 a 의 값은? [0.4점]

- ① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

11. 공차가 0이 아니고 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 10$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 다음

조건을 만족시키는 모든 수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=4}^9 b_k$ 의 최솟값은?

[0.4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $|a_n| = |b_n|$ 이다.

(나) $b_4 = a_6$

- ① -20 ② -18 ③ -16 ④ -14 ⑤ -12

12. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 와 자연수 n 이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [0.4점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^n - x^3}{x^3} = -1$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - f'(0)}{f(x)} = 1$$

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

13. 상수 $a(0 < a < 4\pi)$ 에 대하여 $x > 0$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \sin ax & (0 < x \leq \frac{\pi}{a}) \\ x - \frac{\pi}{a} & (\frac{\pi}{a} < x) \end{cases}$$

가 있다. 직선 $y = b(0 < b < 1)$ 가 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 서로 다른 세 점 A, B, C에서 만날 때, 직선 OA의 기울기는 4이고,

$\overline{BC} = \frac{5}{8}$ 이다. $f(6)$ 의 값은?

(단, O는 원점이고, $\overline{OA} < \overline{OB} < \overline{OC}$ 이다.) [0.4점]

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{27}{5}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{39}{7}$ ⑤ $\frac{45}{8}$

14. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_1^x |f(t)| \times f(t) dt + x \times \int_1^x |f(t)| dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [0.4점]

<보 기>

- ㄱ. 열린구간 (1, 4)에서 $f(x) \geq -4$ 이다.
 ㄴ. $g'(1) < g(1)$
 ㄷ. 열린구간 (1, 4)에서 방정식 $g(x) = 0$ 의 실근이 적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 실수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} (k+1)a_n & (a_n < 0) \\ (k-1)a_n & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

이다.

$a_m = -2a_{m+2}$ 인 자연수 m 이 존재하도록 하는 k 의 개수는?

[0.4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

단답형

16. 방정식 $\log_3(2x+1)=4$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.

[0.3점]

17. 함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 2x + 1, \quad f(0) = 1$$

을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [0.3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = -2, \quad \sum_{n=1}^{10} b_n = 2$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} (a_n + 2b_n + n)$ 의 값을 구하시오. [0.3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + (18 - 3k)x + 4$ 에 대하여 함수 $k \times f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 0이 아닌 모든 정수 k 의 값의 합을 구하시오. [0.3점]

20. 시각 $t = 0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 6t^2 - 18t + 12, \quad v_2(t) = t^2 - 5t + 6$$

이다. 출발한 시각부터 점 P와 점 Q가 동시에 움직이는 방향을 바꿀 때까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [0.4점]

21. $k < -\frac{1}{4}$ 인 상수 k 에 대하여 곡선 $y = 2^{\frac{2}{3}x}$ 와 함수

$$y = k \times (|x| - 4)$$

의 그래프가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P의 x 좌표가 음수이고, 두 점 A(-4, 0), B(4, 0)에 대하여

$$\overline{AP} : \overline{BQ} = 1 : 16$$

일 때, 점 P의 x 좌표는 $-\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [0.4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 극대이다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x) = 2|f(x) - t|$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$$\lim_{t \rightarrow a^+} g(t) < \lim_{t \rightarrow a^-} g(t)$$

인 실수 a 의 값이 9 뿐일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [0.4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x(x-1)}$ 의 값은? [0.2점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

24. $\int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx$ 의 값은? [0.3점]

- ① $1 + \ln 2$ ② $\frac{1}{2} + 2\ln 2$ ③ $\frac{3}{2} + \ln 2$
 ④ $1 + 2\ln 2$ ⑤ $\frac{3}{2} + 2\ln 2$

25. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - (a_{n+1})^2}{n+5} = -20$$

을 만족시킬 때, a_3 의 값은? [0.3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

26. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

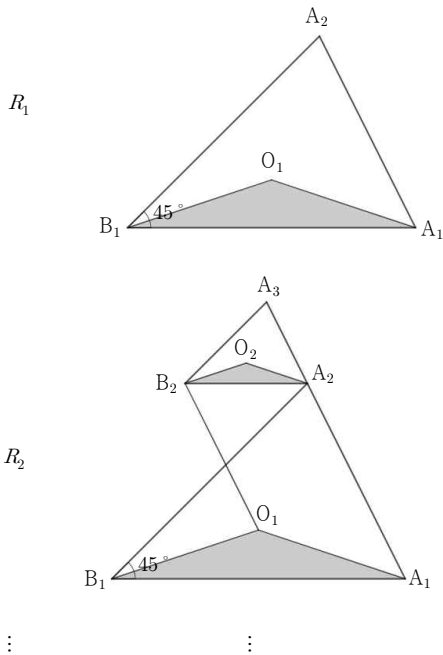
$$x = t^3 - 6t^2 + 18t, \quad y = 2t + 4$$

에 대하여 $t = k$ 에 대응하는 점에서의 접선의 기울기가 $\frac{1}{4}$ 가

되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 곱은? [0.3점]

- ① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

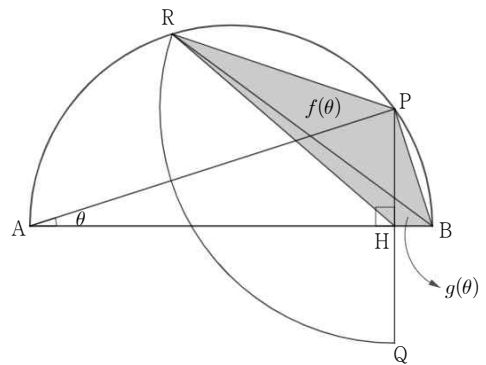
27. 그림과 같이 $\overline{A_2B_1} = 2\sqrt{2}$, $\overline{B_1A_1} = 3$, $\angle A_2B_1A_1 = 45^\circ$ 인 삼각형 $A_2B_1A_1$ 이 있다. 삼각형 $A_2B_1A_1$ 의 외접원의 중심을 O_1 이라 하고, 삼각형 $O_1B_1A_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
그림 R_1 에서 점 O_1 를 지나고 직선 A_2A_1 에 평행한 직선이 점 A_2 를 지나고 직선 B_1A_1 에 평행한 직선과 만나는 점을 B_2 , 점 B_2 를 지나고 직선 A_2B_1 에 평행한 직선이 직선 A_2A_1 과 만나는 점을 A_3 이라 하자. 삼각형 $A_3B_2A_2$ 의 외접원의 중심을 O_2 이라 하고, 삼각형 $O_2B_2A_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [0.3점]



- ① $\frac{27}{32}$ ② $\frac{48}{55}$ ③ $\frac{108}{119}$ ④ $\frac{432}{455}$ ⑤ $\frac{432}{407}$

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하고, 선분 PH를 2:1로 외분하는 점을 Q라 하자. 점 P를 중심으로 하고 점 Q를 지나는 원이 호 AB와 만나는 점을 R이라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 RPB의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 RHB의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) - g(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [0.4점]



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

단답형

29. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = (\sqrt{x} + \sqrt{x+1})e^{\sqrt{x} \times \sqrt{x+1}}$$

의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\int_{f(1)}^{f(11)} \frac{g(x)}{x^2 g'(x)} dx$ 의 값을 구하시오.

[0.4점]

30. 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \sin x - (x-a)\cos x + b$$

가 $x = \alpha$ 에서 극값을 갖는 모든 양수 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 α_n 이라 하자.

$$2(\alpha_1 - \alpha_2) = \alpha_3 - \alpha_4$$

이고, $\alpha_5 \leq x \leq \alpha_7$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 0이다.

b 의 최댓값이 M , 최솟값이 m 일 때, $\frac{M \times m}{\pi^2}$ 의 값을 구하시오.

[0.4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 풀어주셔서 감사합니다!