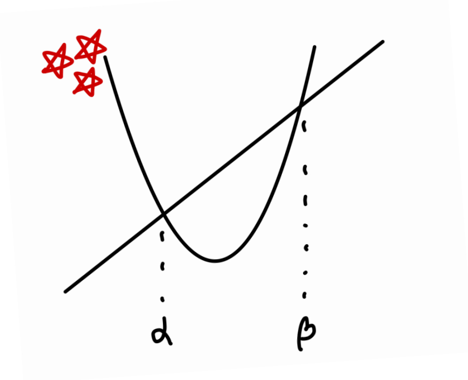
수학,

알고 있나?

이차함수 그래프 그리기
조건에 맞는 이차함수 식 세우기

수능 수학에 꼭 필요하니까 제발 알자!



안녕하세요 수알입니다

현 교육과정 수능 수학의 꽃은 함수입니다

함수를 가지고 노는 능력의 여러 기본기들은

이차함수를 다루는 것에서부터 시작됩니다

이번 수알 시리즈에서는

그래프 그리기

조건에 맞는 함수식 구하기

최대 최소 구하기

방정식과 부등식 해석하기

모두를 차례로 알려드릴 예정입니다

이번 칼럼은 그 시작으로

이차함수 그래프 그리기와

조건에 맞는 함수식 구하기를 다뤄보겠습니다

함수를 다루는 여러 기본기의 시작

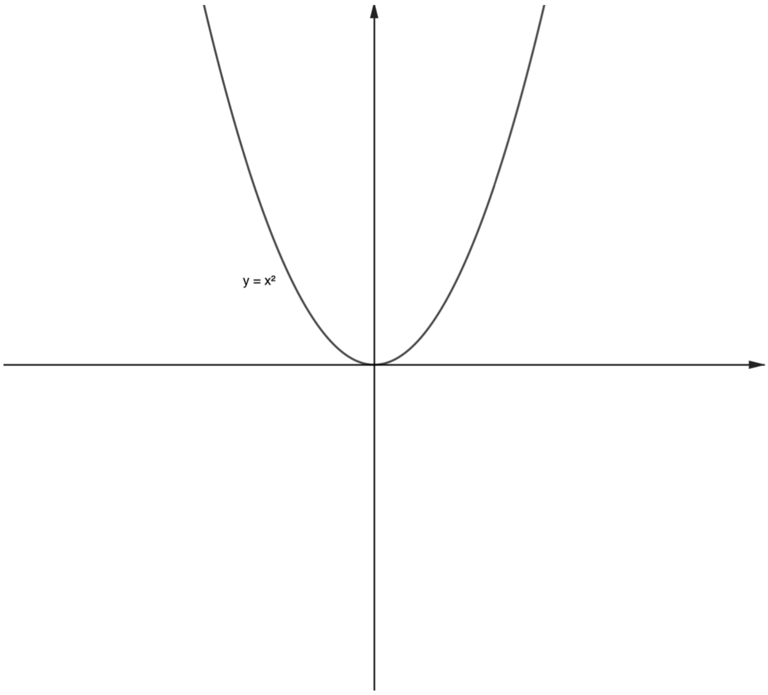
이차함수

지금 시작합니다

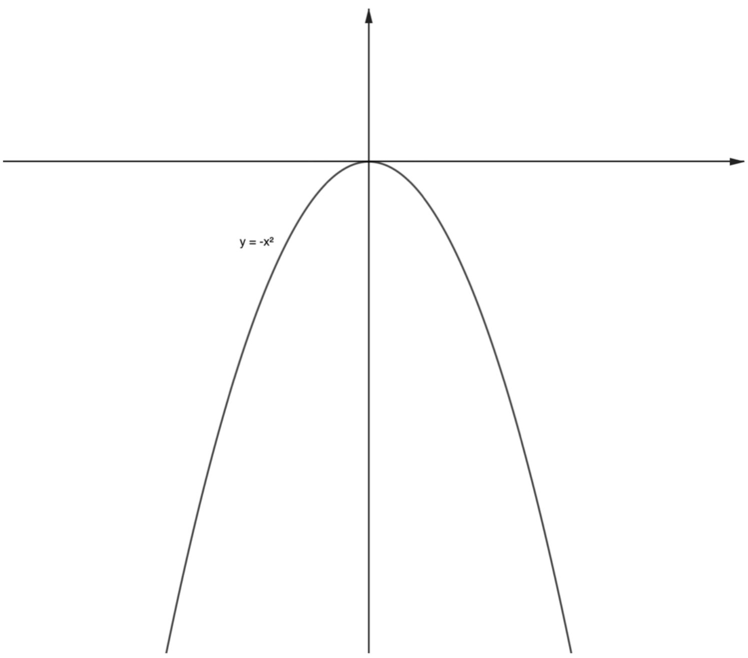
먼저 이차함수 그래프 그리는 방법에 대해 이야기 하겠습니다

이차함수의 가장 기본 함수인

$y = x^2$ 를 먼저 그려보면



그 다음은 $y = -x^2$ 입니다

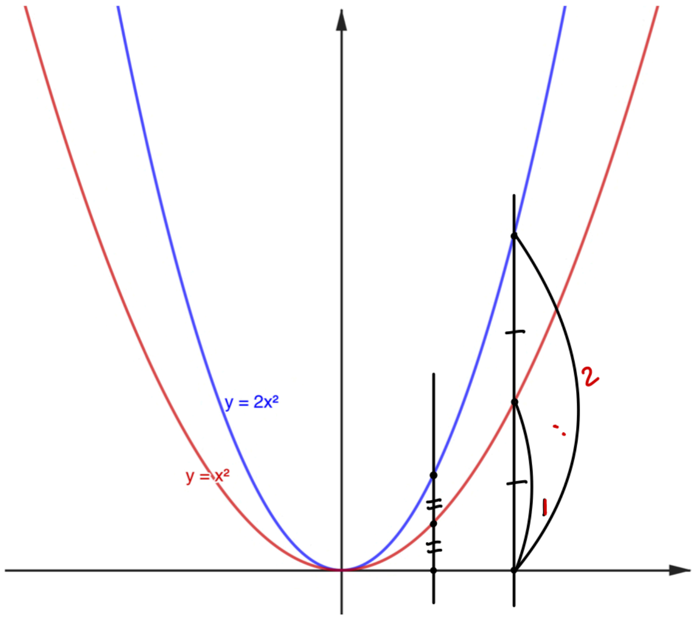


그 다음은 실수배 입니다

$y = ax^2$ 에 대해 이해하기 위해

$y = 2x^2 // y = \frac{1}{2}x^2$ 이 두 함수에 대해 알아보겠습니다

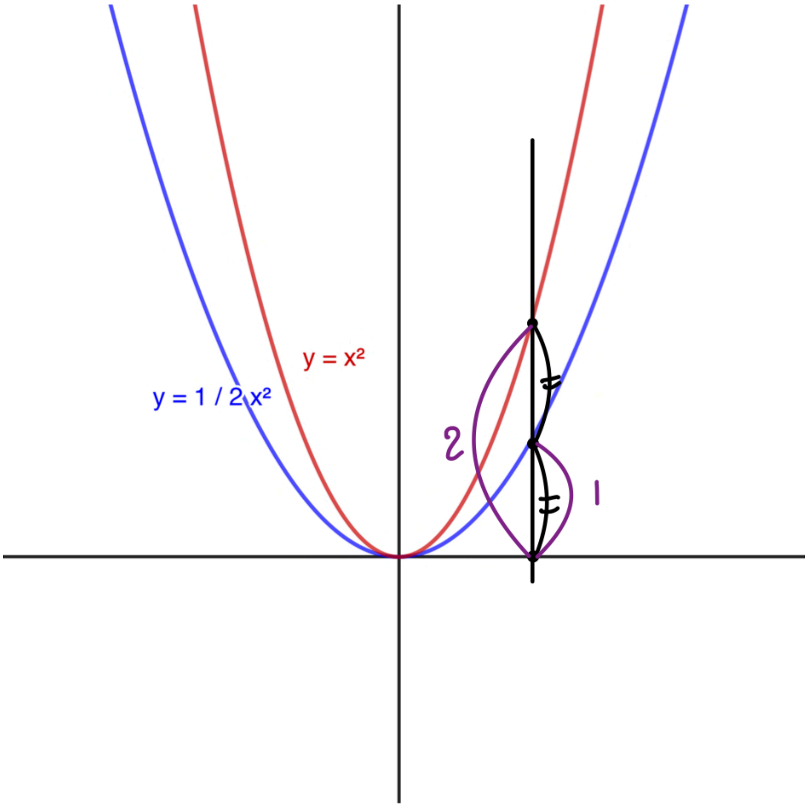
$$y = 2x^2$$



$y = 2x^2$ 는 $y = x^2$ 과 비교하여

같은 x값에 대하여 y값이 2배입니다

$$y = \frac{1}{2}x^2$$



$y = \frac{1}{2}x^2$ 는 $y = x^2$ 과 비교하여

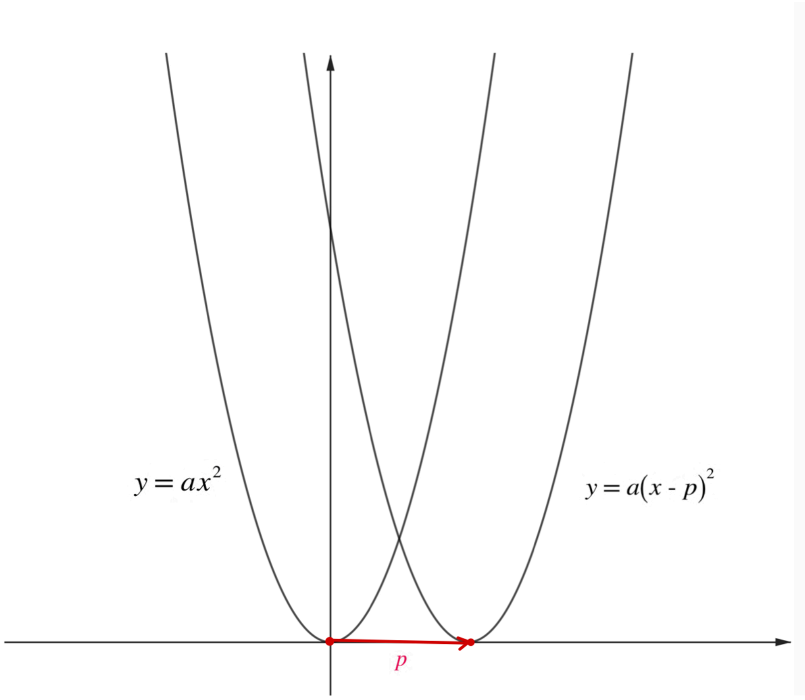
같은 x값에 대하여 y값이 1/2배입니다

이제는 x방향 평행이동한 그래프입니다

$y = ax^2$ 를

x방향으로 p만큼 평행이동한 그래프는

$y = a(x-p)^2$ 입니다



여기서 x축과 (p,0)에서 접하는 상황으로 해석할 수 있고

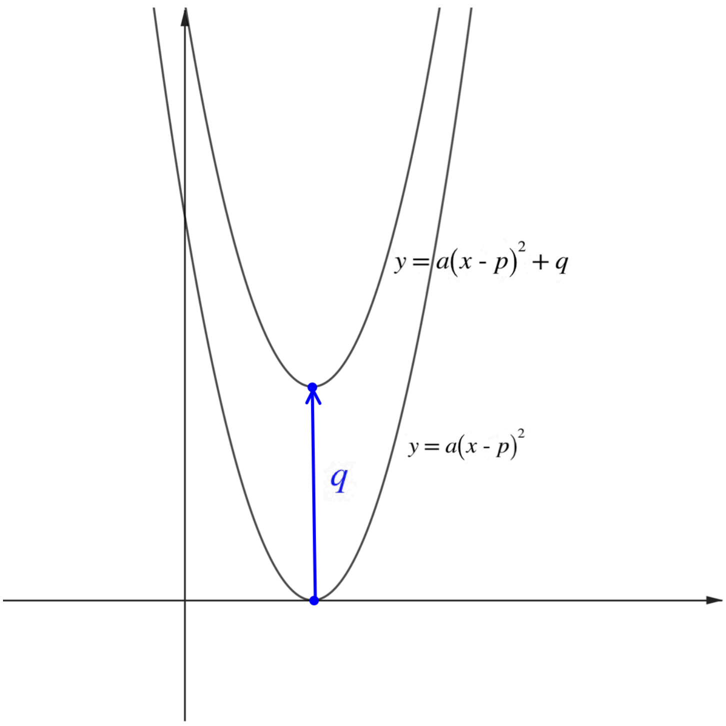
이 때 f(x)가 $(x-p)^2$ 를 인수로 갖는 다는 것을 이해해야 합니다

그 다음은 y방향 평행이동까지 해보겠습니다

$y = a(x-p)^2$ 를

y방향으로 q만큼 평행이동한 그래프는

$y = a(x-p)^2 + q$ 입니다



자 이제 이 최종 그래프 식을 전개해서

x에 대한 내림차순으로 정리해볼까요?

정리하면 $ax^2 - 2apx + ap^2 + q$ 이고

이를 문제들에서 주어지는

$y = ax^2 + bx + c$ 꼴과 계수 비교 해보면

$b = -2ap$ 이므로

축에 해당하는 p는

$p = -\dfrac{b}{2a}$ 로 나타낼 수 있습니다

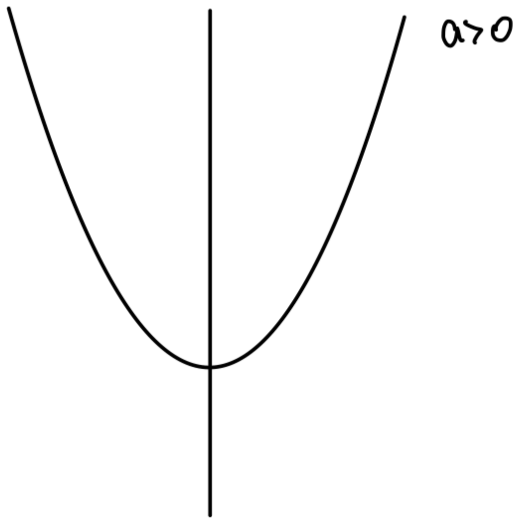
이를 활용하여

$y = ax^2 + bx + c$ 가 주어졌을 때 그래프 그리는 방법은

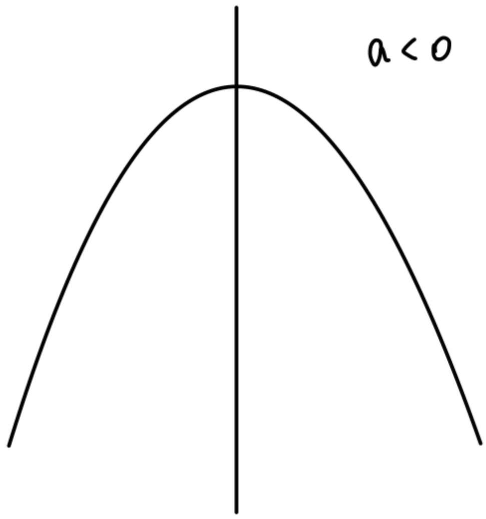
첫째, 축!! 그리기

$$x = -\frac{b}{2a}$$

둘 째, a의 부호에 따라 포물선 그리기

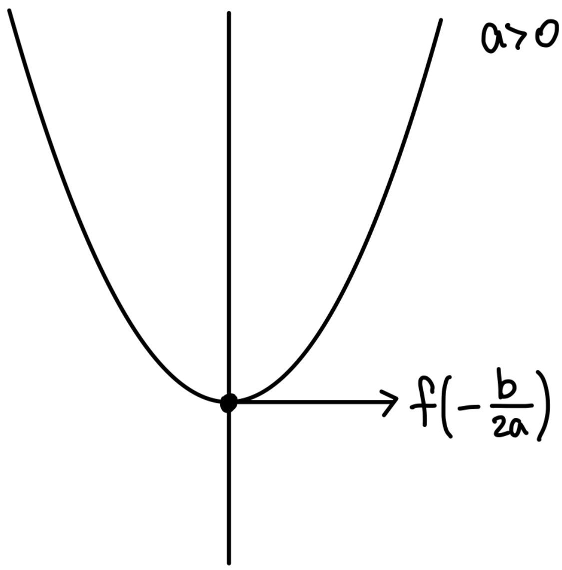


$x=-\frac{b}{2a}$



$x=-\frac{b}{2a}$

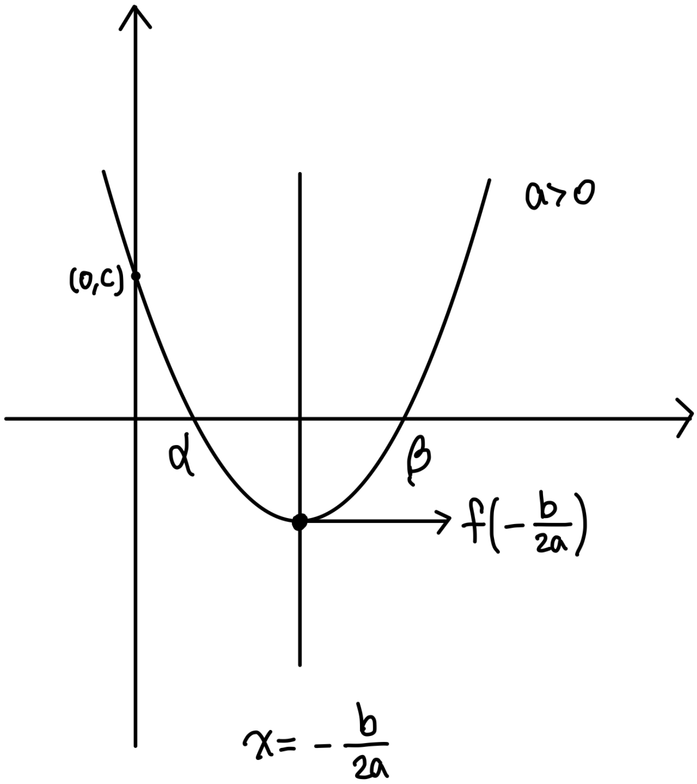
셋 째, 꼭지점 좌표 구하기



$x=-\frac{b}{2a}$

f (x) 의 x에 축의 값인 $-\frac{b}{2a}$ 를 대입하여 구합니다

넷째, (필요한 경우!!) x절편과 y절편 표시하기



x절편은 $ax^2+bx+c=0$ 의 실근들 (α, β) 이고

y절편은 c 입니다

이번에는 문제에서 주어진 상황에 맞게

이차함수식을 세우는 방법입니다

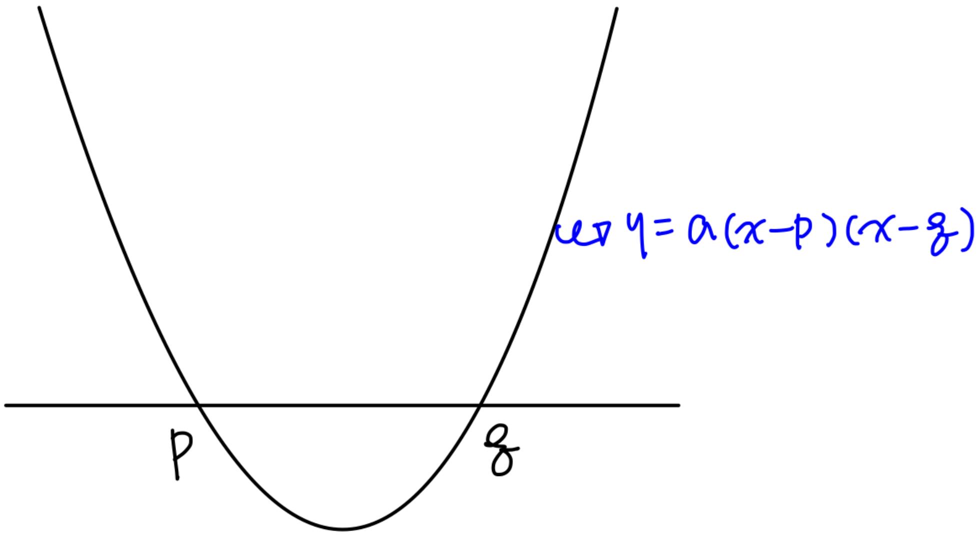
이 방법들은 수2에서 삼차,사차함수 식을 세울 때

필수적인 아이디어들이니 꼭!! 이해하고 연습하기 바랍니다

첫째, x축과의 두 교점이 주어질 때

이차함수 f (x) 와 x축의 두 교점의 x좌표가

p,q 로 주어지면

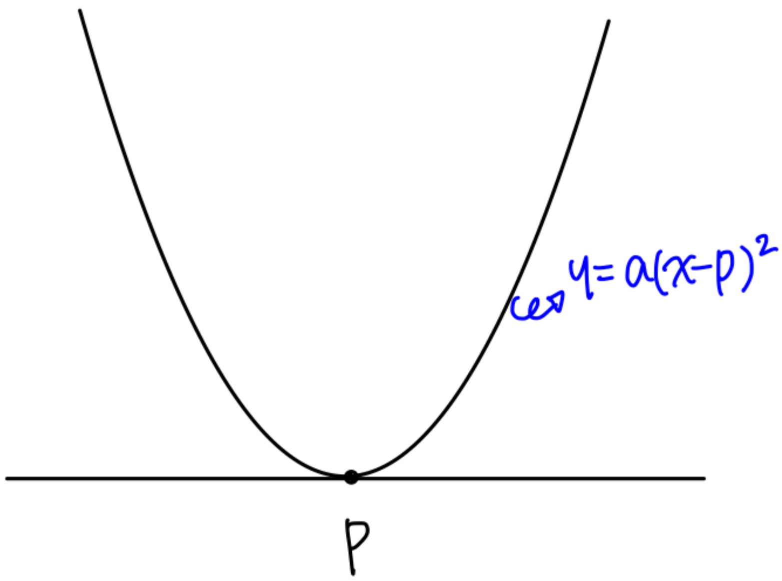


$f(x) = a(x-p)(x-q)$ 로 반드시!!!!!! 최고차항의 계수를 써줘야 합니다

둘 째, x축과의 접점이 주어질 때

이차함수 f (x) 와 x축과의 접점의 x좌표가

p로 주어지면



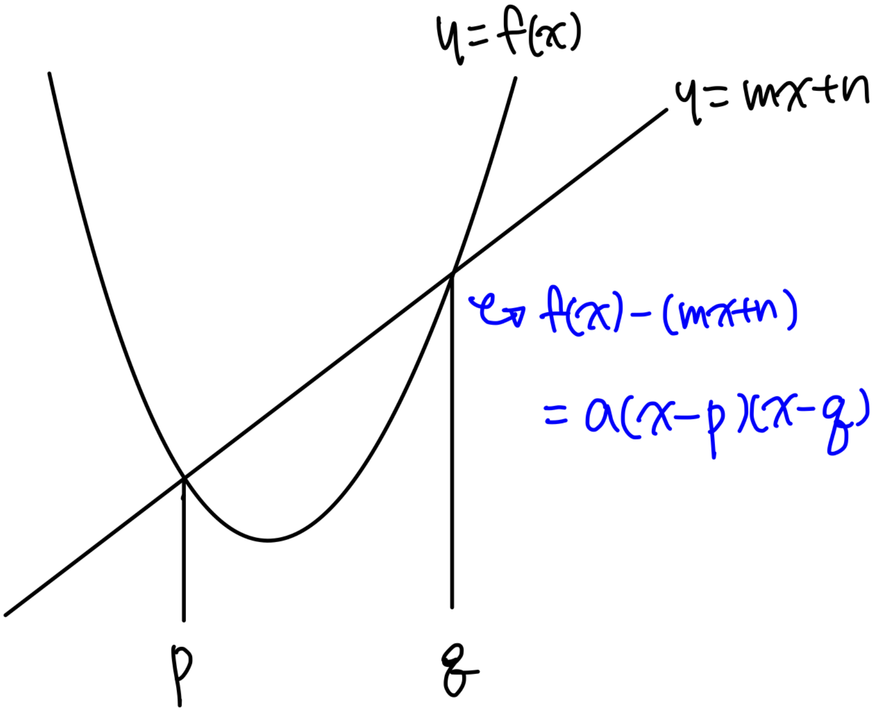
$f(x) = a(x-p)^2$ 로

최고차항의 계수 a 미지수 붙여서 써줍니다

셋째, 직선과의 두 교점이 주어질 때

이차함수 f (x) 와 직선 (y= mx+n) 의 두 교점의 x좌표가

p,q로 주어지면



f (x) = mx+n 으로 표현되는 이차방정식의

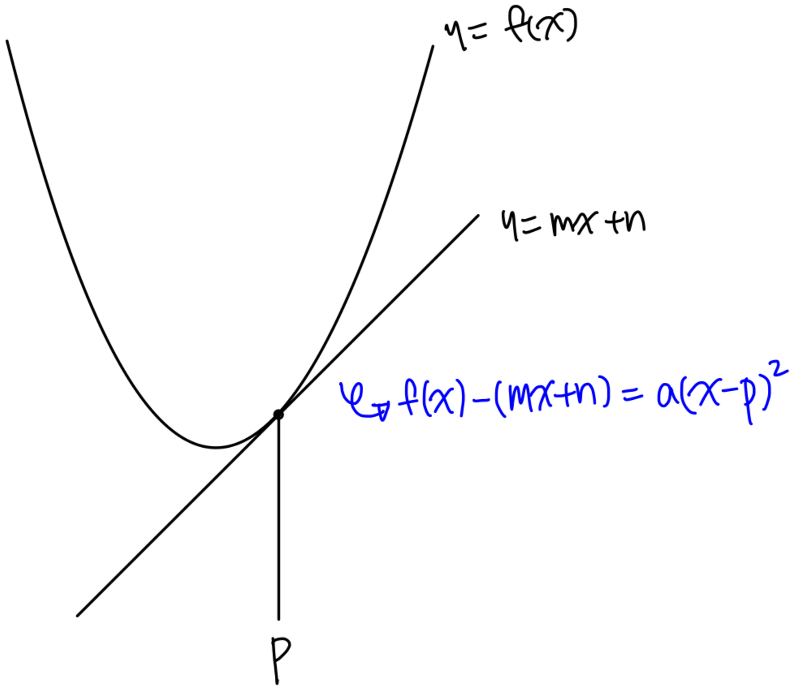
두 실근이 p,q 이므로

$f(x)-(mx+n)=a(x-p)(x-q)$ 로 표현합니다

넷째, 직선과의 접점이 주어질 때

이차함수 f (x) 와 직선 (y= mx+n) 의 접점의 x좌표가

p로 주어지면



f (x) = mx+n 으로 표현되는 이차방정식의

실근이 p 이므로

$f(x) - (mx + n) = a(x - p)^2$ 으로 표현합니다

다섯째, 대칭축이 주어질 때

이차함수의 대칭축을 제시하는 방법은 다양합니다

함수 f(x)가

$$f(a-x)=f(a+x)$$

$$f(x)=f(2a-x)$$

를 만족한다고 주어지면

함수 f(x) 는 x=a 대칭이라는 것을 의미합니다

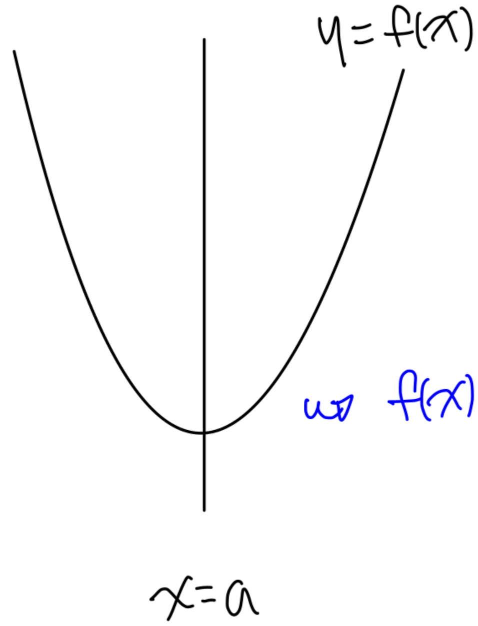
(잘모르겠으면 수알 칼럼 대칭성 보고 오세요!)

또는

함수 f(x)가

y값이 같은 두 좌표 (p,k) , (q,k) 를 지난다면

대칭축은 p, q 의 평균값인 $x=\dfrac{p+q}{2}$ 가 대칭축이 됩니다

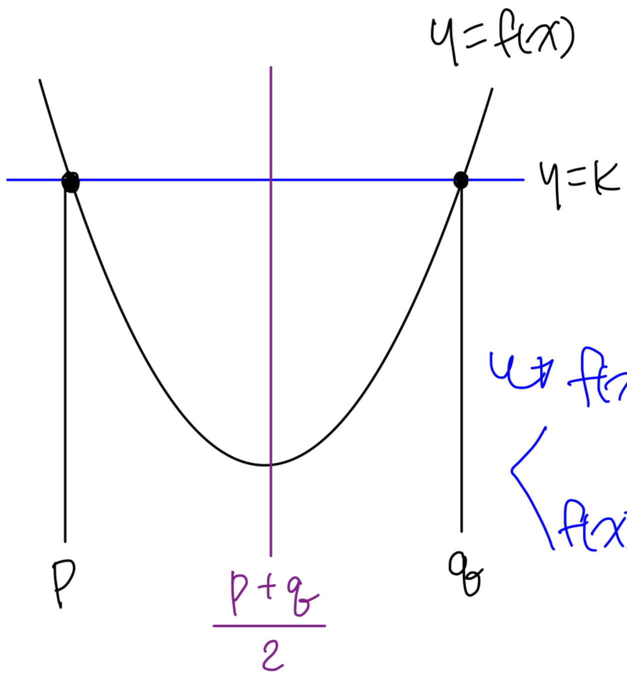


$\Rightarrow f(x)=\square(x-a)^2+\triangle$

이렇게 대칭축이 주어졌을 때, 혹은 알 수 있을 때

$f(x) = a(x - M)^2 + N$ 꼴로 식을 세웁니다

(M = 주어진 대칭축값, a, N은 미지수)



$\Rightarrow f(x)=a\left(x-\frac{p+q}{2}\right)^2+b$

$f(x)-k=a(x-p)(x-q)$

여기서 함수 f(x)가

y값이 같은 두 좌표 (p,k), (q,k)를 지나는 상황에서는

y=k와 y=f(x)의 교점의 x좌표가 p,q 이므로

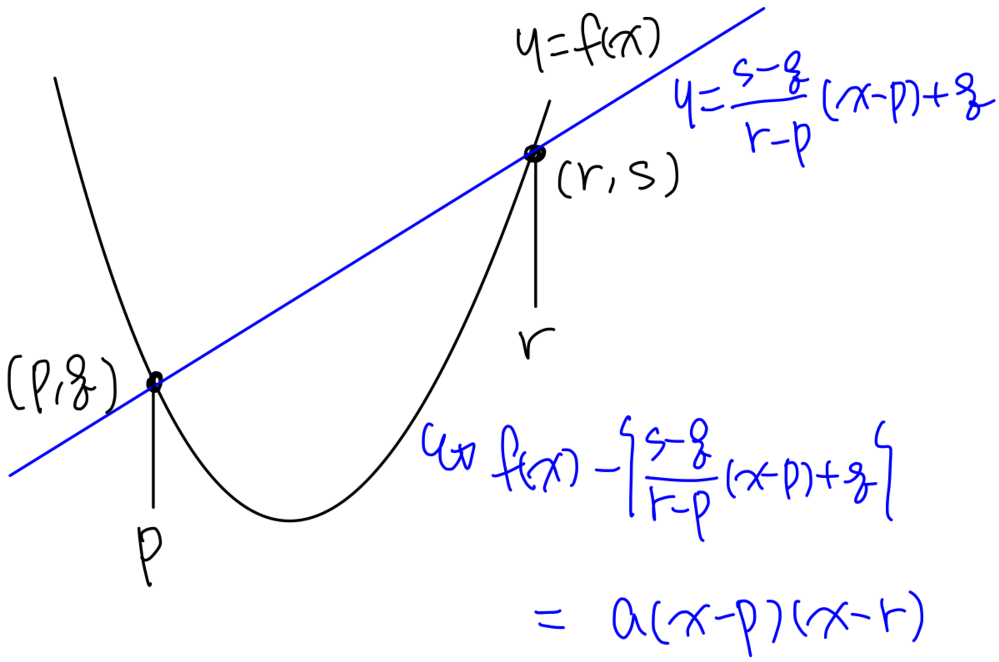
$f(x) - k = a(x-p)(x-q)$ 로도 표현 가능합니다

여섯 째, 이차함수가 지나는 두 점이 주어질 때

이차함수 $f(x)$ 가 두 점 (p,q) , (r,s) 를 지난다면

두 점을 지나는 직선을 구하고

함수 $f(x)$ 와 직선의 교점의 x좌표가 p,r 인 것을 이용해서



$$f(x)-\left(\frac{s-q}{r-p}(x-p)+q\right)=a(x-p)(x-r)$$

와 같이 구합니다

여기까지 이차함수 그래프 그리기와

조건에 맞는 이차함수 식세우기에 대해 알아보았습니다

다시 한 번 강조하지만,

이차함수 관련 내용들은

수1, 수2, 미적분 전범위에 걸쳐

필수적으로 알아야 할 내용입니다

자유자재로 이차함수를 다룰 수 있도록

잘 연습해두시기 바랍니다

-끝-