

수학,

아니고 뭐냐?

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = ?$$

머리에 **그림** 안그려지면 들어와!

삼각함수의 각변환 (2)

안녕하세요 수알입니다

이번엔 삼각함수 각변환 2편

$\cos(\pi + \theta)$ 와 같은 식을

θ 에 대한 삼각함수로 변환하는 내용에 대해 다뤄보겠습니다

수능 내신 가릴 것 없이 무조건적으로 평가되는 내용인데

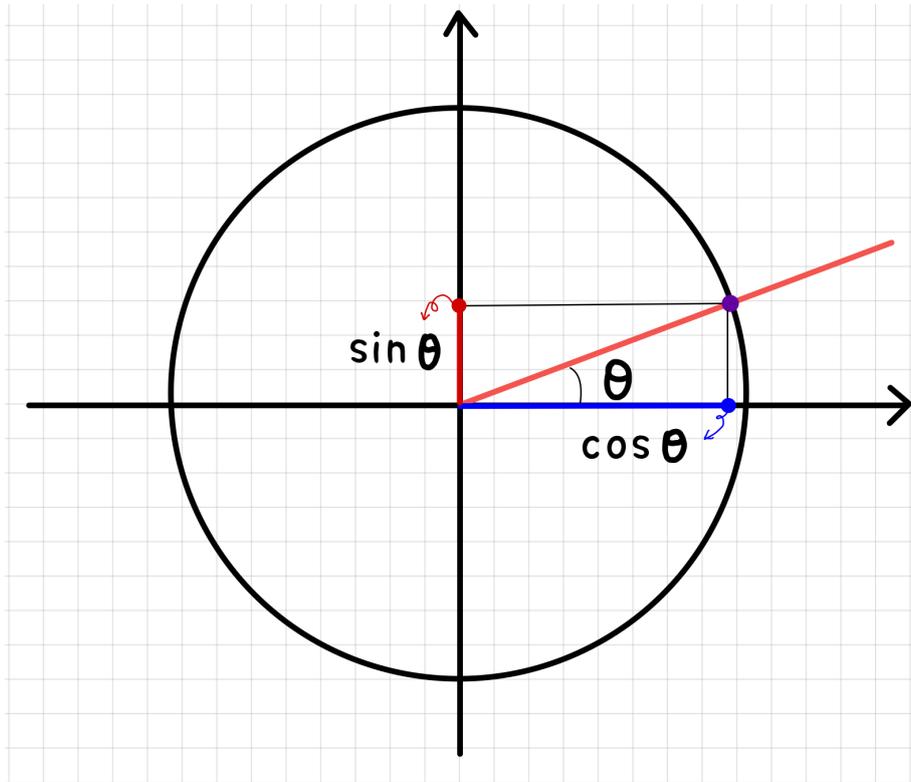
역지로 외우거나 헛갈려하는 학생들이 많습니다

지금부터 헛갈리지도 않고 단순 암기가 아닌 방법으로

삼각함수 각변환을 설명하겠습니다

지금, 시작합니다

먼저 θ 에 대한 삼각함수부터 복습하겠습니다



동경과 시초선이 이루는 각이 θ 이고,

원과 동경이 만나는 점의 x좌표가 $\cos\theta$

y좌표가 $\sin\theta$ 입니다

여기서 긴 길이를 $\cos\theta$

짧은 길이를 $\sin\theta$ 으로 길이 감각 기억해주세요

변환된 각을 나타내는 동경을 그리고

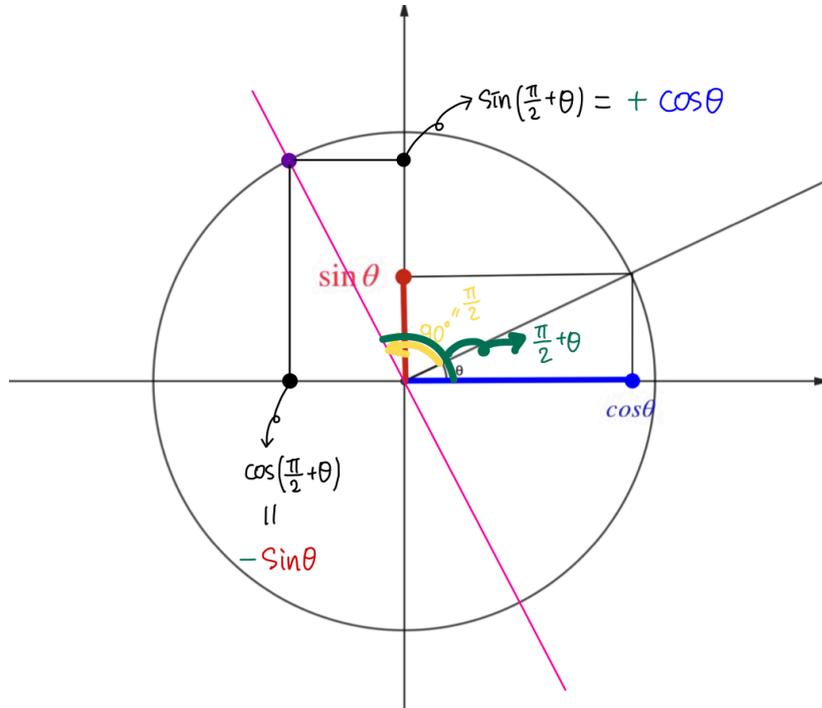
그 동경과 원과의 교점의 좌표를 정의를 활용해 나타낸 후

그 것이 $\cos\theta$, $\sin\theta$ 와 어떤 관계인지 판단하고

각 좌표의 위치에 따른 부호만 판단해주면 끝입니다!!

자 이제 시작해보겠습니다.

$$1) \frac{\pi}{2} + \theta$$



90°를 나타내는 동경에서

θ 만큼 +된 동경을 그었을 때

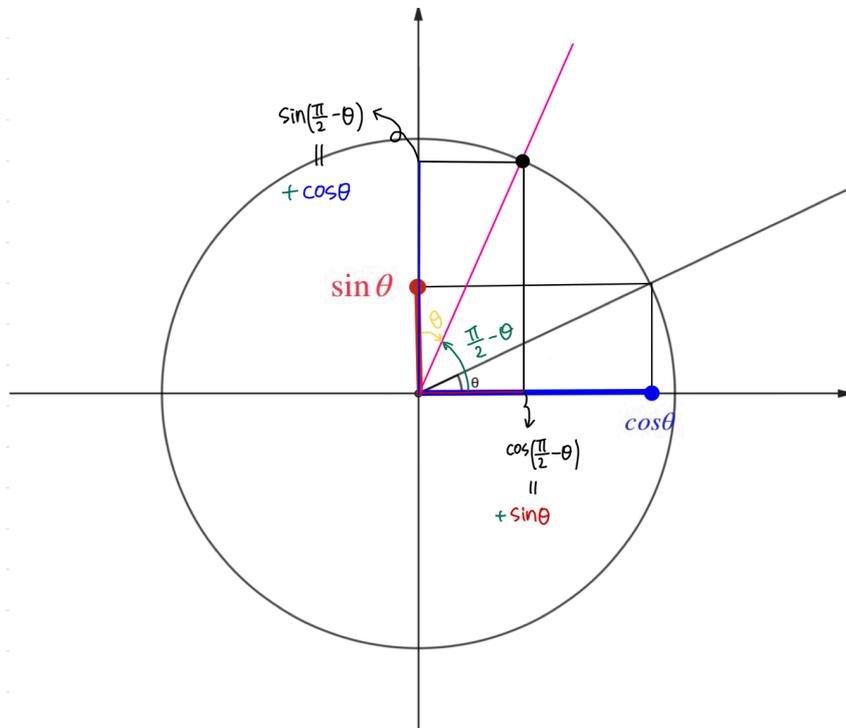
그 동경과 원의 교점의 x좌표는 $\cos(\frac{\pi}{2} + \theta)$ 이고

y좌표는 $\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)$ 입니다

이 때, x좌표는 짧은 길이 ($\sin\theta$) 이면서 음수이므로 $-\sin\theta$ 이고

y 좌표는 긴 길이 ($\cos\theta$) 이면서 양수이므로 $+\cos\theta$ 입니다.

$$2) \frac{\pi}{2} - \theta$$



90° 를 나타내는 동경에서

θ 만큼 -된 동경을 그었을 때

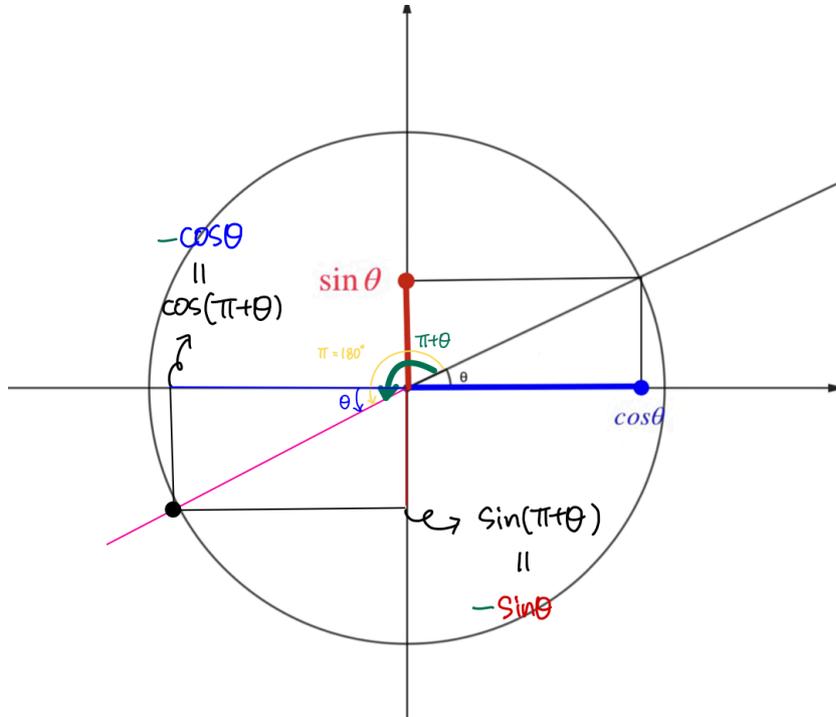
그 동경과 원의 교점의 x좌표는 $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta)$ 이고

y좌표는 $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta)$ 입니다

이 때, x좌표는 짧은 길이 ($\sin\theta$) 이면서 양수이므로 $+\sin\theta$ 이고

y 좌표는 긴 길이 ($\cos\theta$) 이면서 양수이므로 $+\cos\theta$ 입니다.

3) $\pi + \theta$



180°를 나타내는 동경에서

θ 만큼 +된 동경을 그었을 때

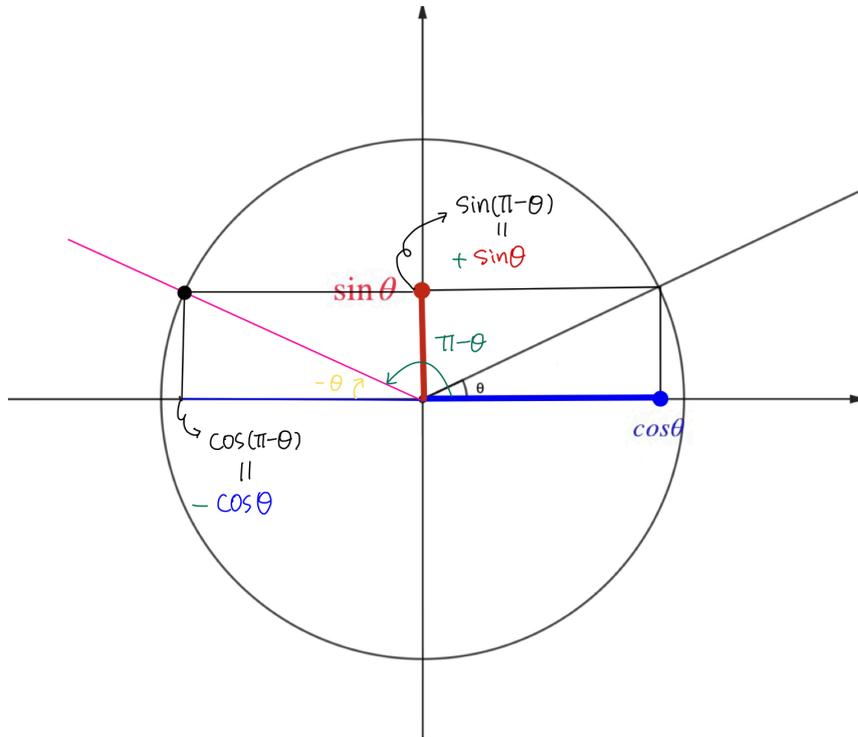
그 동경과 원의 교점의 x좌표는 $\cos(\pi + \theta)$ 이고

y좌표는 $\sin(\pi + \theta)$ 입니다

이 때, x좌표는 긴 길이 ($\cos \theta$) 이면서 음수이므로 $-\cos \theta$ 이고

y 좌표는 짧은 길이 ($\sin \theta$) 이면서 음수이므로 $-\sin \theta$ 입니다.

4) $\pi - \theta$



180°를 나타내는 동경에서

θ 만큼 - 된 동경을 그었을 때

그 동경과 원의 교점의 x좌표는 $\cos(\pi + \theta)$ 이고

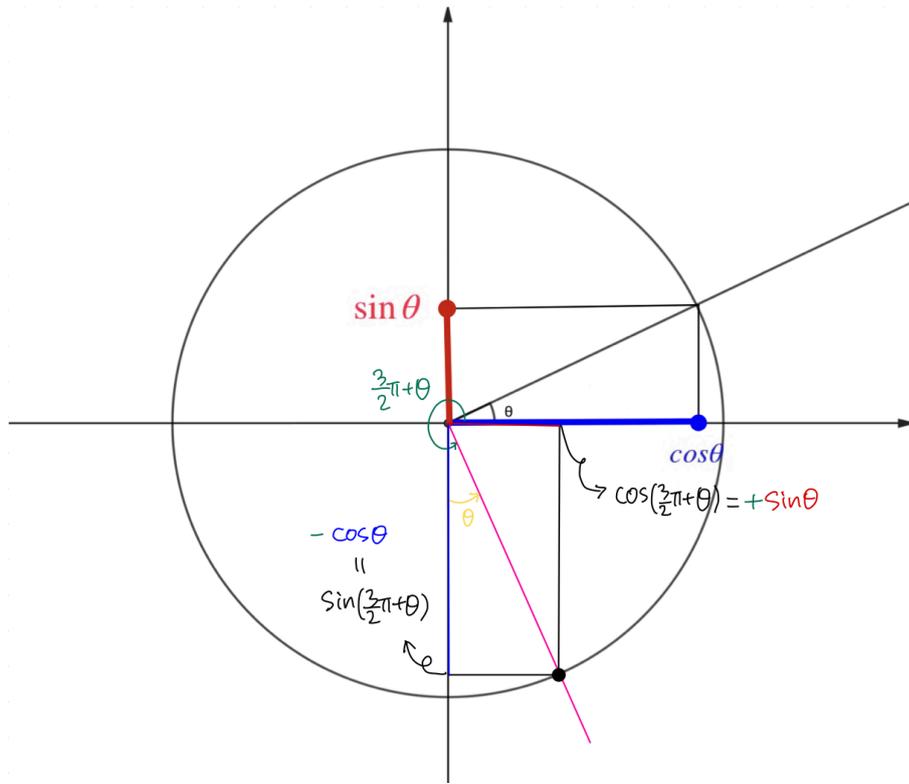
y좌표는 $\sin(\pi + \theta)$ 입니다

이 때, x좌표는 긴 길이 ($\cos\theta$) 이면서 음수이므로 $-\cos\theta$ 이고

y 좌표는 짧은 길이 ($\sin\theta$) 이면서 양수이므로 $+\sin\theta$ 입니다.

여기서 동경과의 두 교점이 서로 y축 대칭이라는 것도 볼 수 있어야 합니다

$$5) \frac{3}{2}\pi + \theta$$



270° 를 나타내는 동경에서

θ 만큼 +된 동경을 그었을 때

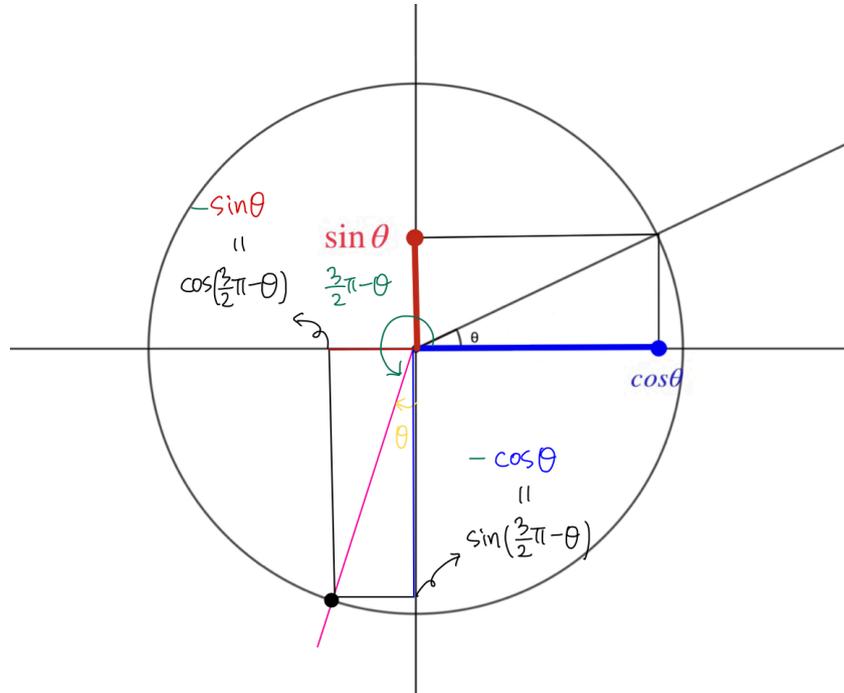
그 동경과 원의 교점의 x좌표는 $\cos(\frac{3}{2}\pi + \theta)$ 이고

y좌표는 $\sin(\frac{3}{2}\pi + \theta)$ 입니다

이 때, x좌표는 짧은 길이 ($\sin\theta$) 이면서 양수이므로 $+\sin\theta$ 이고

y좌표는 긴 길이 ($\cos\theta$) 이면서 음수이므로 $-\cos\theta$ 입니다.

$$6) \frac{3}{2}\pi - \theta$$



270° 를 나타내는 동경에서

θ 만큼 -된 동경을 그었을 때

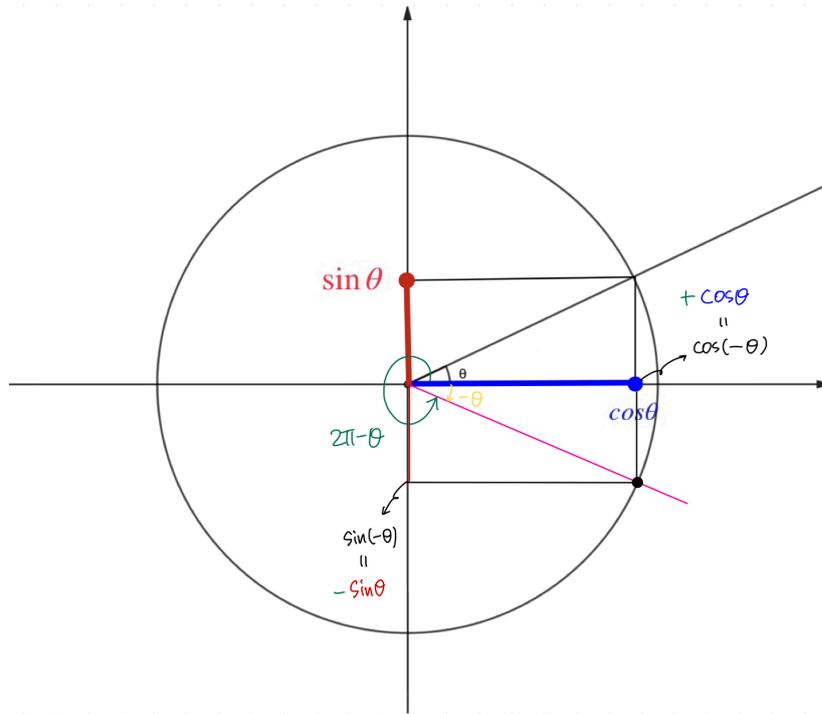
그 동경과 원의 교점의 x좌표는 $\cos(\frac{3}{2}\pi - \theta)$ 이고

y좌표는 $\sin(\frac{3}{2}\pi - \theta)$ 입니다

이 때, x좌표는 짧은 길이 ($\sin\theta$) 이면서 음수이므로 $-\sin\theta$ 이고

y 좌표는 긴 길이 ($\cos\theta$) 이면서 음수이므로 $-\cos\theta$ 입니다.

$$7) 2\pi - \theta = -\theta$$



0° (360°) 를 나타내는 동경에서

θ 만큼 - 된 동경을 그었을 때

그 동경과 원의 교점의 x좌표는 $\cos(2\pi - \theta)$ 이고

y좌표는 $\sin(2\pi - \theta)$ 입니다

이 때, x좌표는 긴 길이 ($\cos\theta$) 이면서 양수이므로 $+\cos\theta$ 이고

y 좌표는 짧은 길이 ($\sin\theta$) 이면서 음수이므로 $-\sin\theta$ 입니다.

여기서 각 동경과의 교점끼리 x축 대칭이라는 것도 볼 수 있어야 합니다

정리해보면

첫째, 90° , 180° , 270° , 360° (0°) 선을 기준으로 변환된 동경을 그릴 수 있어야 합니다

둘째, 이를 바탕으로 합동인 직각 삼각형을 보는 눈이 필요합니다.

셋째, 합동인 직각 삼각형을 바탕으로 길이 (긴 길이, 짧은 길이) 를 판단해

\cos , \sin 을 정합니다.

넷째, 좌표의 위치를 통해 부호를 판단합니다.

다섯째, 동경과의 교점끼리의 대칭성 및 동경끼리의 관계 등을 그림을 통해 명확히 이해

해야 합니다.