제 2 교시

수학 영역 (나형)

5지선다형

1. 32×2^{-3}의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_2=3$, $a_3=6$일 때, $\frac{a_2}{a_1}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{x\to 0}\frac{x^2+9x}{x}$의 값은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

4. $\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{3}{4}\pi$의 값은? [3점]

① -1 ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 1

5. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A) = \frac{7}{12},\ \mathrm{P}(A \cap B^C) = \frac{1}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(A \cap B)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

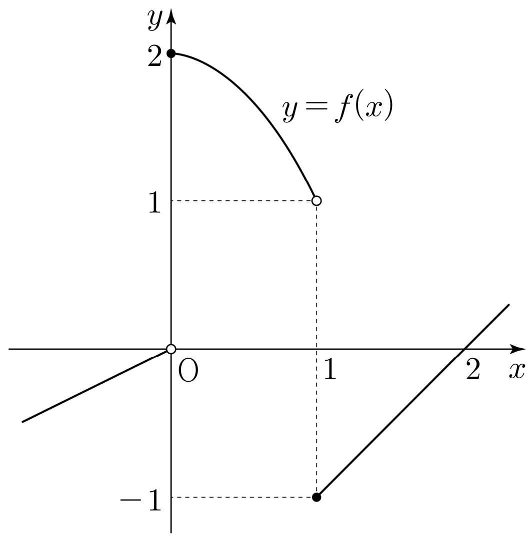
6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x+1 & (x<1) \\ x^2 - ax + 4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

7. 함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 0-} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

8. 함수 $f(x)=x^3+6x^2+9x+a$ 의 극솟값이 -6 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

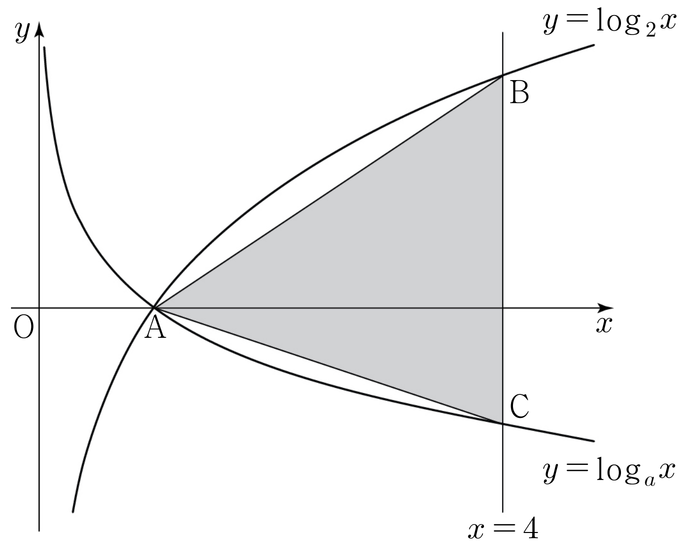
① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^6 의 계수는? [3점]

① 36 ② 44 ③ 52 ④ 60 ⑤ 68

10. 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_a x\ (0<a<1)$ 이 x 축 위의 점 A 에서 만난다. 직선 $x=4$ 가 곡선 $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 B, 곡선 $y=\log_a x$ 와 만나는 점을 C 라 하자. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{9}{2}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$



11. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{1+\tan\theta}{\sin\theta}$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{7}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

12. 어느 고등학교 학생 200 명을 대상으로 휴대폰 요금제에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 200 명의 학생은 휴대폰 요금제 A와 B 중 하나를 선택하였고, 각각의 휴대폰 요금제를 선택한 학생의 수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	휴대폰 요금제 A	휴대폰 요금제 B
남학생	$10a$	b
여학생	$48-2a$	$b-8$

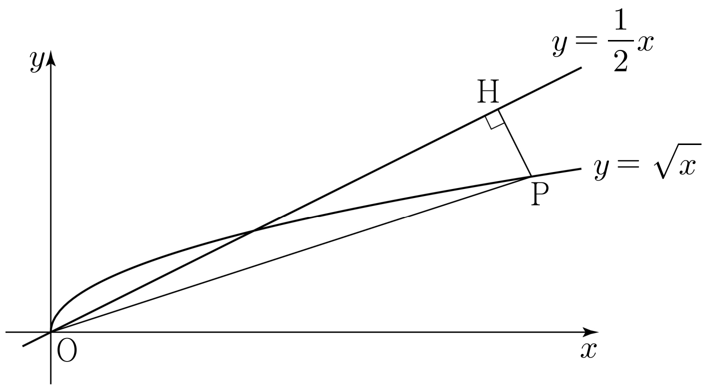
이 조사에 참여한 학생 중에서 임의로 선택한 1 명이 남학생일 때, 이 학생이 휴대폰 요금제 A를 선택한 학생일 확률은 $\frac{5}{8}$ 이다. $b-a$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

① 32 ② 36 ③ 40 ④ 44 ⑤ 48

13. 곡선 $y=\sqrt{x}$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ \sqrt{t})\ (t>4)$ 에서 직선 $y=\frac{1}{2}x$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\lim_{t\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{OH}}^2}{\overline{\mathrm{OP}}^2}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{11}{15}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{13}{15}$



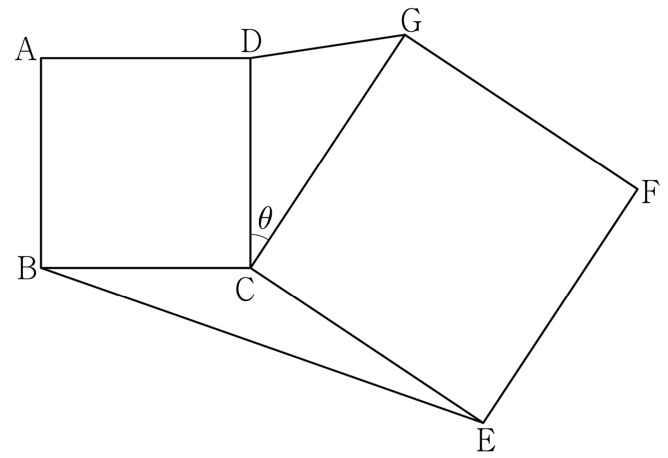
14. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+f(-x)}{x^2}=3$
(나) $f(0)=-1$

$\int_{-3}^{3}f(x)\,dx$ 의 값은? [4점]

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

15. 그림과 같이 평면 위에 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD와 한 변의 길이가 4인 정사각형 CEFG가 있다. $\angle \mathrm{DCG}=\theta\,(0<\theta<\pi)$라 할 때, $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{11}}{6}$이다. $\overline{\mathrm{DG}}\times\overline{\mathrm{BE}}$의 값은? [4점]



① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

16. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 하자. $a+b+c$의 값을 확률변수 X라 할 때, 다음은 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$를 구하는 과정이다.

> $3\le a+b+c\le 18$이므로 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 $3,\,4,\,5,\,\cdots,\,18$이다.
> a, b, c가 각각 6 이하의 자연수이므로
> $7-a$, $7-b$, $7-c$는 각각 6 이하의 자연수이다.
> $3\le k\le 18$인 자연수 k에 대하여
> $a+b+c=k$일 확률 $\mathrm{P}(X=k)$와
> $(7-a)+(7-b)+(7-c)=k$일 확률
> $\mathrm{P}(X=3\times\boxed{(가)}-k)$는 서로 같다.
> 그러므로 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$는
> $$\begin{aligned}\mathrm{E}(X)&=\sum_{k=3}^{18}\{k\times\mathrm{P}(X=k)\}\\&=3\times\mathrm{P}(X=3)+4\times\mathrm{P}(X=4)+5\times\mathrm{P}(X=5)\\&\quad+\cdots+17\times\mathrm{P}(X=17)+18\times\mathrm{P}(X=18)\\&=\boxed{(나)}\times\sum_{k=3}^{10}\mathrm{P}(X=k)\end{aligned}$$
> 이때, 확률질량함수의 성질에 의하여 $\displaystyle\sum_{k=3}^{18}\mathrm{P}(X=k)=1$이므로
> $$\sum_{k=3}^{10}\mathrm{P}(X=k)=\boxed{(다)}$$ 이다.
> 따라서 $\mathrm{E}(X)=\boxed{(나)}\times\boxed{(다)}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $\dfrac{p+q}{r}$의 값은? [4점]

① 49 ② $\dfrac{105}{2}$ ③ 56 ④ $\dfrac{119}{2}$ ⑤ 63

17. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k,\ T_n = \sum_{k=1}^{n} |a_k|$$

라 할 때, 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_7 = a_6 + a_8$
(나) 6 이상의 모든 자연수 n에 대하여 $S_n + T_n = 84$이다.

T_{15}의 값은? [4점]

① 96 ② 102 ③ 108 ④ 114 ⑤ 120

18. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m_1,\ \sigma_1^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(m_2,\ \sigma_2^2)$을 따르고, 확률변수 X, Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$이다. $\sigma_1 = \sigma_2$이고 $f(24) = g(28)$일 때, 확률변수 X, Y는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(m_1 \le X \le 24) + \mathrm{P}(28 \le Y \le m_2) = 0.9544$
(나) $\mathrm{P}(Y \ge 36) = 1 - \mathrm{P}(X \le 24)$

$\mathrm{P}(18 \le X \le 21)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.3830 ② 0.5328 ③ 0.6247
④ 0.6826 ⑤ 0.7745

19. 첫째항이 1 이고 공차가 2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) 점 P_1 의 좌표는 $(1,\ 1)$ 이다.
> (나) 점 P_n 의 x 좌표는 a_n 이다.
> (다) 직선 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$ 의 기울기는 $\frac{1}{2}a_{n+1}$ 이다.

$x \ge 1$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 모든 자연수 n 에 대하여 닫힌구간 $[a_n,\ a_{n+1}]$ 에서 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$ 과 일치할 때, $\int_1^{11} f(x)\,dx$ 의 값은? [4점]

① 140 ② 145 ③ 150 ④ 155 ⑤ 160

20. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f'(x)=x^2-4x$, $g'(x)=-2x$
> (나) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 서로 다른 두 점에서만 만난다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 $x=0$ 에서 극대이다.
ㄴ. $\{f(0)-g(0)\}\times\{f(2)-g(2)\}=0$
ㄷ. 모든 실수 x 에 대하여 $\int_{-1}^{x}\{f(t)-g(t)\}\,dt \ge 0$ 이면 $\int_{-1}^{1}\{f(x)-g(x)\}\,dx=2$ 이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 첫째항이 양수이고 공차가 -1 보다 작은 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 은 다음과 같다.

$$b_n = \begin{cases} a_{n+1} - \dfrac{n}{2} & (a_n \geq 0) \\ a_n + \dfrac{n}{2} & (a_n < 0) \end{cases}$$

수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b_5 < b_6$
(나) $S_5 = S_9 = 0$

$S_n \leq -70$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은? [4점]

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

단답형

22. ${}_3\mathrm{H}_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 곡선 $y = 4x^3 - 5x + 9$ 위의 점 $(1,\ 8)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

24. 1보다 큰 두 실수 a, b에 대하여

$$\log_{27} a = \log_3 \sqrt{b}$$

일 때, $20\log_b \sqrt{a}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x = 2t^3 - kt^2 \ (k\text{는 상수})$$

이다. 시각 $t=1$에서 점 P가 운동 방향을 바꿀 때, 시각 $t=k$에서의 점 P의 가속도를 구하시오. [3점]

26. 주머니 속에 숫자 1, 2, 3, 4가 각각 하나씩 적혀 있는 4개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이 과정을 2번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 a, b라 하자. $a-b$의 값을 확률변수 X라 할 때, 확률변수 $Y=2X+1$의 분산 $\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오. [4점]

27. 자연수 n에 대하여 $0 \le x < 2^{n+1}$일 때, 부등식

$$\cos\left(\frac{\pi}{2^n}x\right) \le -\frac{1}{2}$$

을 만족시키는 서로 다른 모든 자연수 x의 개수를 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{7} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

28. 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \ge 0$, $f(x+3) = f(x)$이고 $\int_{-1}^{2} \left\{f(x)+x^2-1\right\}^2 dx$의 값이 최소가 되도록 하는 연속함수 $f(x)$에 대하여 $\int_{-1}^{26} f(x)\,dx$의 값을 구하시오. [4점]

29. 흰 공 2개, 빨간 공 3개, 검은 공 3개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 흰 공을 받은 학생은 빨간 공과 검은 공도 반드시 각각 1개 이상 받도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않고, 공을 하나도 받지 못하는 학생은 없다.) [4점]

30. $t \geq 6-3\sqrt{2}$ 인 실수 t 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x)=\begin{cases} 3x^2+tx & (x<0) \\ -3x^2+tx & (x \geq 0) \end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 실수 k 의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자.

(가) 닫힌구간 $[k-1,\ k]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=k$ 에서 최댓값을 갖는다.
(나) 닫힌구간 $[k,\ k+1]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=k+1$ 에서 최솟값을 갖는다.

$3\int_{2}^{4}\{6g(t)-3\}^2 dt$ 의 값을 구하시오. [4점]

＊ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.