2024학년도 대학수학능력시험 대비

제 2 교시 수학 영역-3월 더프 변형

랑데뷰 황보백T

1) 7번 변형

x에 대한 방정식 $x^4-2x^2+10x-k=0$이 닫힌구간 $[0,1]$에서 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

2) 8번 변형

x에 대한 방정식

$$\log_2(x+a)^2+\log_2(x-a)^2+\log_{\frac{1}{2}}a=3$$

의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 양수 a의 값은?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

3) 9번 변형

다항함수 $f(x)$가

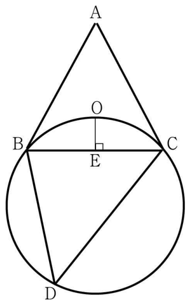
$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-1}{x^2\{f'(x)-4\}}=2$$

을 만족시킨다. $\lim_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x}$의 값은?

① -16 ② -8 ③ -4 ④ 8 ⑤ 16

4) 10번 변형

그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=\sqrt{5}$인 이등변삼각형 ABC의 외심을 O라 하자. 세 점 O, B, C를 지나는 원 위의 직선 BC를 기준으로 점 O와 반대편에 있는 임의의 점을 D라 하고 점 O에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 E라 하자. $\sin(\angle BAC+\angle BDC)=\frac{4}{5}$일 때, 선분 OE의 길이는?



① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{11}{9}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{13}{9}$

5) 11번 변형
다음 조건을 만족시키는 모든 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_1의 값이 될 수 있는 모든 수의 합은?

(가) $a_3 + |a_5| + a_7 = 7$
(나) $\left(\sum_{n=1}^{7} a_n\right)^2 - 35\sum_{n=1}^{7} a_n + 196 = 0$

① 14 ② 12 ③ 10 ④ 8 ⑤ 6

6) 12번 변형
다항함수 $f(x)$의 두 부정적분 $F(x)$, $G(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 a의 값은?

모든 실수 x에 대하여
$F(x) + G(x) = 2x^3 + ax^2 + 2x + 1$, $\int_{-1}^{1} \{F(t) + xG(t)\}dt = f(-1)$
이다.

① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ 2

7) 13번 변형

$0<b<1<a$인 두 양수 a와 b에 대하여 닫힌구간 $[0, 2a]$에서 정의된 두 함수

$$f(x)=a\sin\frac{\pi x}{2a},\ g(x)=\frac{5}{2}\cos\frac{\pi x}{b}$$

이 있다. 직선 $y=\frac{a}{2}$가 곡선 $y=f(x)$와 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 곡선 $g(x)$ 위의 두 점 C, D에 대하여 사각형 ABDC가 넓이가 4인 정사각형일 때, $a+b$의 값은?

① $\frac{7}{4}$　② 2　③ $\frac{9}{4}$　④ $\frac{5}{2}$　⑤ $\frac{11}{4}$

8) 15번 변형

다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_1의 값이 될 수 있는 정수의 개수는?

(가) $|a_1|<81$, $a_1 \neq 0$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} |a_n|-10 & (|a_n|<9) \\ \frac{1}{3}a_n & (|a_n|\geq 9) \end{cases}$$

이다.

(다) $\sum_{n=1}^{7} a_n$의 값은 정수이다.

① 32　② 40　③ 48　④ 56　⑤ 64

9) 19번 변형
최고차항의 계수가 1이고 x축과 x좌표가 a, $2a$인 두 점에서만 만나는 삼차함수 $f(x)$에 대하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t \geq 0)$에서의 속도를 각각 v_{P}, v_{Q}라 하면

$$v_{\mathrm{P}} = f(t),\ v_{\mathrm{Q}} = (t-6)f(t)$$

이다. 점 Q가 운동 방향을 바꾸지 않을 때, $t=a$에서 $t=2a$까지 점 P가 움직인 거리의 최솟값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

10) 20번 변형
양수 a에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x+a & (x<2a) \\ x^2-2a & (x \geq 2a) \end{cases}$$

가 있다. 함수 $\frac{1}{|f(x)|}$가 열린구간 (a, ∞)에서 연속이 되도록 하는 실수 a의 값을 p라 하고 함수 $\frac{1}{|f(x)|}$가 열린구간 $(a,\ k)$에서 연속이 되도록 하는 실수 a의 값을 q, 이때의 k의 최댓값을 r라 하자. $16(p^2+q^2+r^2)$의 값을 구하시오. (단, $k>2a$)

11) 21번 변형
$a>1$인 실수 a와 양수 b에 대하여 곡선 $y=\log_a(x+b)$와 $y=-x+1$이 만나는 점을 A라 하고, 직선 $y=-x+8$이 곡선 $y=\log_a(x+b)$와 만나는 두 점을 B, 직선 $y=-x+8$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{37}$이고 삼각형 ABC의 무게중심의 x좌표가 $\frac{7}{3}$일 때, $a\times b$의 값을 구하시오.

12) 미적 29번 변형

자연수 n에 대하여 곡선 $y=-x^4+n^2x^2$위의 두 점 $\mathrm{P}_n(-n, 0)$, $\mathrm{Q}_n(n, 0)$에서의 두 접선의 교점을 R_n이라 하자. 두 직선 $\mathrm{P}_n\mathrm{R}_n$, $\mathrm{Q}_n\mathrm{R}_n$와 곡선 $y=-x^4+n^2x^2$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n이라 하자. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n\times\left(\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{R}_n}+\overline{\mathrm{Q}_n\mathrm{R}_n}\right)}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

13) 미적 30번 변형

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=0$의 실근의 개수는 3이상이고 가장 작은 실근을 k라 할 때, $k<0$이고 $f'(k)<0$이다. 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) k보다 큰 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[k, t]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하면 함수 $g(t)$는 $t=n$에서만 미분가능하지 않는다.

(나) k보다 큰 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[k, t]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $h(t)$라 하면 함수 $h(t)$는 $t=\frac{2}{3}n$에서만 미분가능하지 않고 $h\left(\frac{n}{2}\right)=f(0)$이다.

$\displaystyle\lim_{t\to\frac{2}{3}n+}h'(t)=-\frac{1}{27}n^3$일 때, $\displaystyle 60\times\lim_{n\to\infty}\frac{\left|h\left(\frac{2}{3}n\right)\right|}{n^4}$의 값을 구하시오.

1) 정답 ③
2) 정답 ④
3) 정답 ①
4) 정답 ①
5) 정답 ⑤
6) 정답 ①
7) 정답 ③
8) 정답 ⑤
9) 정답 13
10) 정답 18
11) 정답 6
12) 정답 43
13) 정답 5

4점 14번, 22번 변형 미완성...완성되어도 미공개
풀이는 공개하지 않습니다.
검토전이라 오류 있을 수 있습니다.

1) 정답 ③
$f(x)=x^4-2x^2+10x-k$라 하자.
$f(0)\times f(1) \le 0$ 방정식 $x^4-2x^2+10x-k=0$은 닫힌구간 $[0, 1]$에서 실근을 갖는다.
$f(0)=-k$, $f(1)=1-2+10-k=9-k$
$-k(9-k) \le 0$