

쉬운 4점

너만 몰라

너만 틀려, 속도 가속도 [실전편]

by. Sueal_



안녕하세요 수알입니다

지난번 속도 가속도 개념편에 이어

실제 수능과 평가원 모의고사에서

속도 가속도 문제가 어떻게 나오는지

우리가 배운 것만으로 해결이 되는지

같이 풀어보면서 [실전편]을

정리해보겠습니다

2022년 수능 - 9월 - 6월

에서의 속도 가속도 문제를 순서대로

해설하겠습니다

2022년 시행
수능 공통 20번

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의
속도 $v(t)$ 와 가속도 $a(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq t \leq 2$ 일 때, $v(t) = 2t^3 - 8t$ 이다.

(나) $t \geq 2$ 일 때, $a(t) = 6t + 4$ 이다.

시간 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [4점]

움직인 거리를 구하라고 했으니

우리는 속력

즉, 속도의 절대값을 적분해야 합니다

그러기 위해서는 0~3까지

속도식을 구해야 하겠네요

문제를 관찰해보면

0~2까지는 속도식($v(t)$)이 주어졌고

2~3까지는 가속도식($a(t)$)이 주어졌습니다

그럼 2~3까지 가속도식을 적분해서 속도식을 구해야겠네!

이렇게 생각하시는 겁니다

$t \geq 2$ 에서 $v(t) = \int a(t) dt$ 이므로

$$= \int (6t + 4) dt$$

$$= 3t^2 + 4t + C$$

그런데, (가) 와 (나) 에서

모두 $t=2$ 에서 정의되어 있으므로

$v(t)$ 는 $t=2$ 에서 연속으로 해석할 수 있다

즉, $v(t) = 2t^3 - 8t$ 에서

$$v(2) = 2 \times 8 - 16 = 0 \text{ 이므로}$$

$v(t) = 3t^2 + 4t + C$ 에서의

$v(2)$ 도 0이 되어야 한다

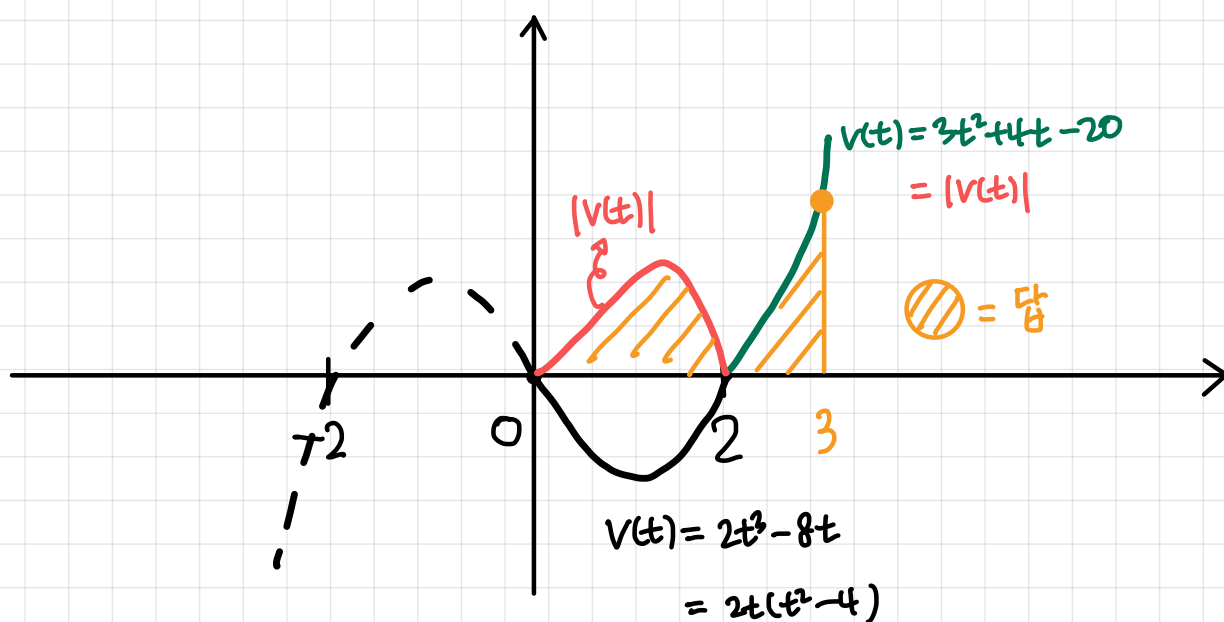
$$v(2) = 3 \times 4 + 4 \times 2 + C = 0$$

$$C = -20$$

정리하면

$$v(t) = \begin{cases} 2t^3 - 8t & (0 \leq t \leq 2) \\ 3t^2 + 4t - 20 & (t \geq 2) \end{cases}$$

이 식을 그래프로 나타내면



$$\begin{aligned}
 \int_0^3 |v(t)| dt &= \int_0^2 |2t^3 - 8t| dt + \int_2^3 (2t^3 + 4t - 20) dt \\
 &= \int_0^2 (8t - 2t^3) dt + \left[t^3 + 2t^2 - 20t \right]_2^3 \\
 &= \left[4t^2 - \frac{1}{2}t^4 \right]_0^2 + (27 - 8) + 2 \cdot (9 - 4) - 20(3 - 2) \\
 &= 4 \cdot (4 - 0) - \frac{1}{2} (16 - 0) + 19 + 10 - 20 \\
 &= 16 - 8 + 9 = 17
 \end{aligned}$$

2022년 9월 시행
평가원 모의고사 공통10번

고정점

10. 수직선 위의 점 A(6)과 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여
이 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의
점 P의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = 3t^2 + at \quad (a > 0)$$

이라 하자. 시각 $t=2$ 에서 점 P와 점 A 사이의 거리가 10일 때,
상수 a 의 값은? [4점]

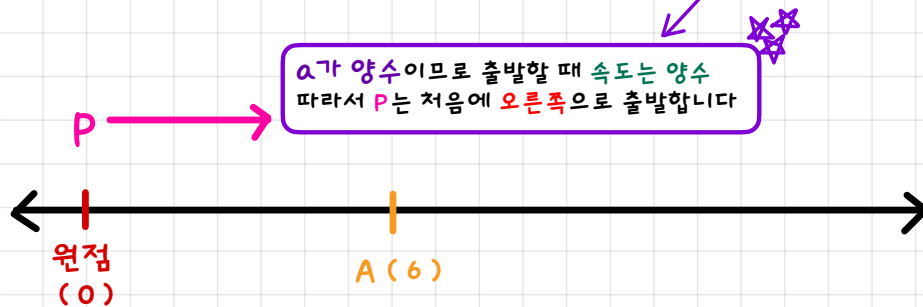
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

문제에서 수직선 위의 점 A(6)를 주고

$t = 0$ 일 때 원점에서

점 P가 움직인다고 했습니다

이 상황을 수직선에 나타내면,



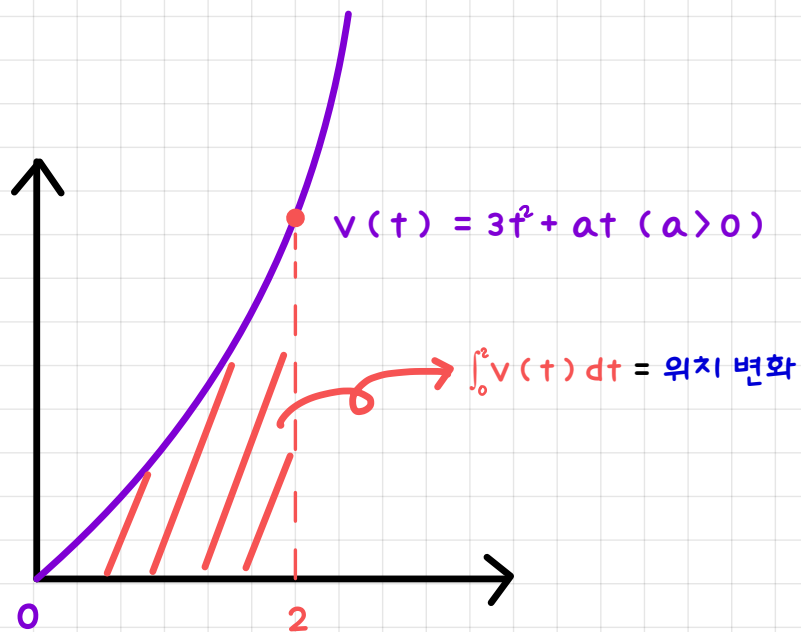
고정된 점 A와 점 P의 거리를 구하려면

$t=2$ 일 때 점 P의 위치!를 구해야겠죠?

점 P의 위치를 구하기 위해서는

점 P의 $t = 0 \sim 2$ 일 동안의 위치 변화를 구해야 합니다

점 P의 속도 그래프를 생각해 보면



위와 같으므로 $t=2$ 에서 점 P의 위치는

$$\begin{aligned} 0 + \int_0^2 v(t) dt &= \int_0^2 (3t^2 + at) dt \\ &= t^3 + \frac{a}{2} t^2 \Big|_0^2 \\ &= 8 + 2a \end{aligned}$$

처음 위치

이다

그럼으로 $t = 2$ 일 때

점 A와 점 P의 거리는

$$|6 - (8 + 2a)| = 10$$

이를 계산하면

$$|-2 - 2a| = 10$$

$$2a + 2 = 10$$

($-2 - 2a < 0$ 이므로)

$$a = 4$$

11. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2 - t, \quad v_2(t) = 3t$$

이다. 출발한 시각부터 점 P가 원점으로 돌아올 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

점 Q가 움직인 거리를

구하기 위해서는

점 Q의 속도의 크기(속력)와

움직인 시간이 필요한데

속도의 크기($|v_2(t)|$)는

이미 주어져 있습니다

따라서

[점 P가 원점으로 돌아올 때]

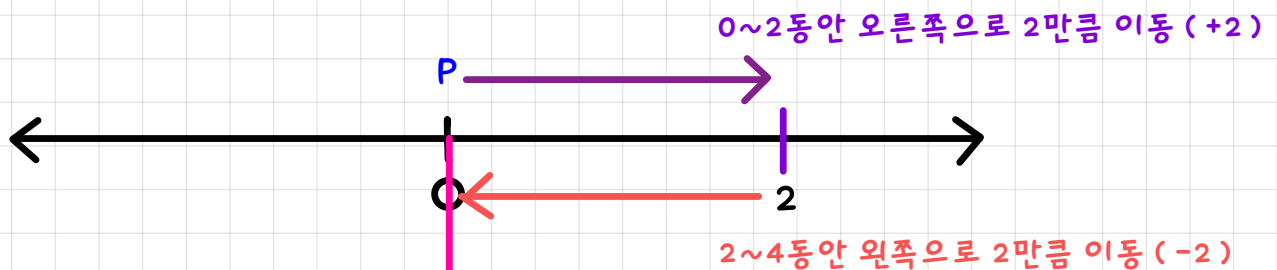
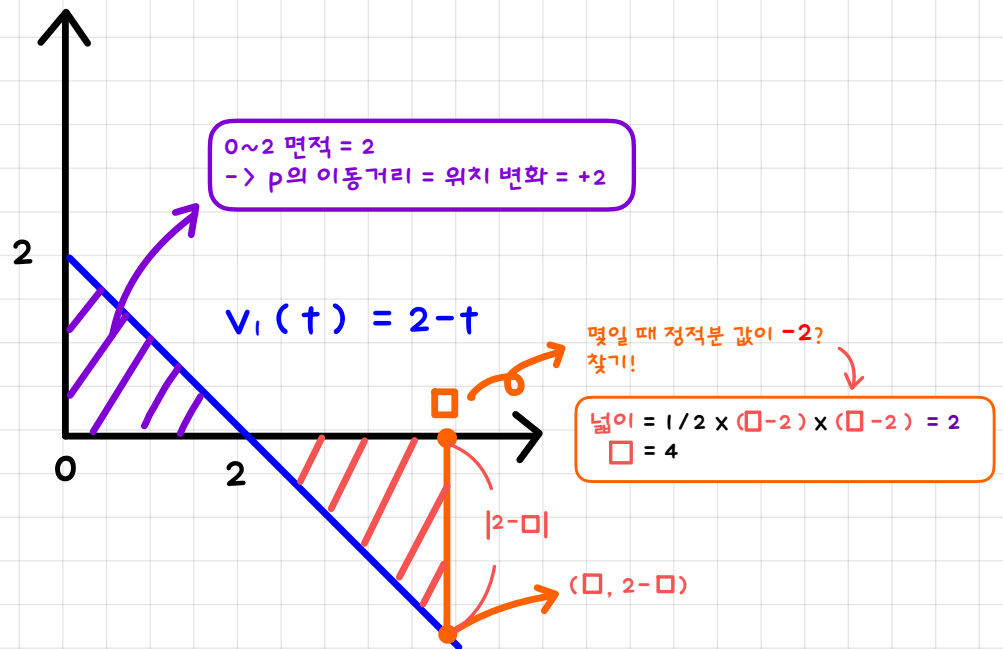
만 구하면 문제가 해결되겠죠?

점 P가 원점으로 돌아올 때는
 위치 변화가 [0]이 되는 순간을
 찾으려면 되므로

점 P의 속도 그래프를 통해

면적 (정적분 값)

을 고려해봅시다

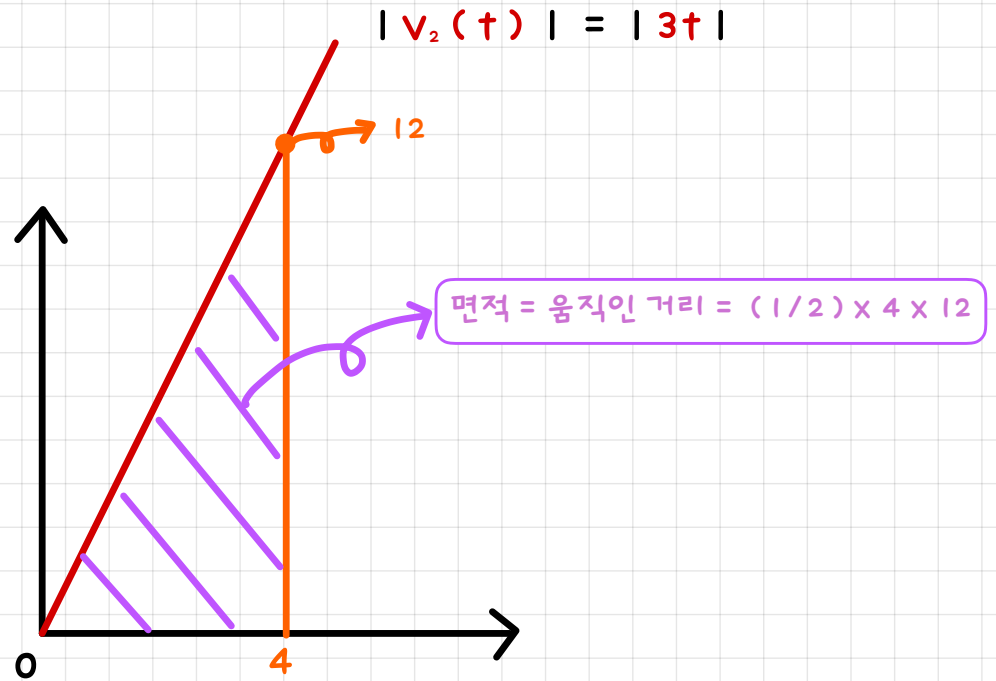


점 P가 원점으로 다시 돌아오는 때 = 4

이제는 Q 가 $0 \sim 4$ 동안

움직인 거리를 구하기 위해

점 Q 의 속도의 크기 그래프를 그려봅시다



면적 = 움직인 거리 이므로

$$= (1/2) \times 4 \times 12$$

$$= 24 \text{ (답)}$$

이상으로 올해 나왔던

속도 가속도 문제에 대한

해설을 마치겠습니다

이 단원은

수직선 위에서의 상황만 해석 할 줄 알면

수2의 굉장히 기본적인 내용만으로

빠르고 쉽게 해결되는 파트입니다

쉬운 4점, 너만 몰라의

속도 가속도 [개념편], [실전편]을

잘 보시고

앞으로 이 파트를 어떻게 공부하면 되는지

왜 적은 공부량으로 쉽게 4점을 확보할 수 있는지

알게되었으면 좋겠습니다

다음에도 도움이 되는 콘텐츠로 돌아올게요 :)