

쉬운 4점

너만 몰라

너만 틀려, 속도 가속도 [개념편]

by. Sueal\_



안녕하세요. 수알입니다.

이번 시간에는

수능 4점 필수 출제 단원인

속도와 가속도의 미적분에 대해

공부하려합니다

조금만 공부하면

쉽고 빠르게 해결할 수 있는 단원인데

아직도 어설프게 풀거나

패러 맞추거나

심지어 못푸는 상황들이

너무 안타까워

짧은 시간 안에

필수적인 내용들을 정리해

여러분의 소중한 4점을

지켜드리고자 합니다

수2에서 속도와 가속도는

수직선에서의 위치

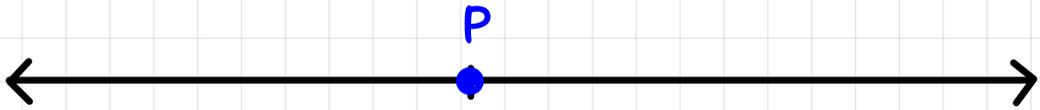
를 기반으로 합니다

여기서 여러분은

수직선

위치

이 둘에 대해 정확히 알아야해요



수직선 위에 점 P가 찍혀있습니다

우리는 지금부터

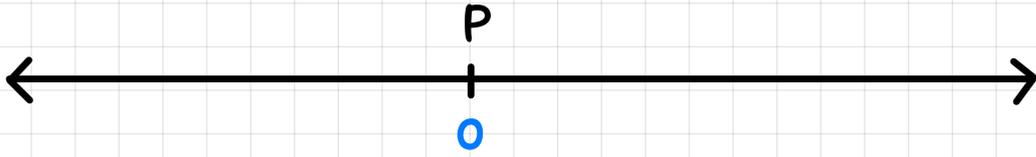
점 P를

시간에 따라

위치 이동시켜

시간 - 위치 그래프를

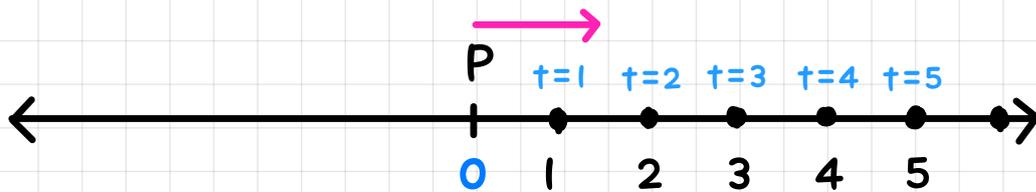
그려볼 것입니다



점 P가 원점(0)에서 출발해

1초에 1씩 오른쪽으로 이동하는 상황을

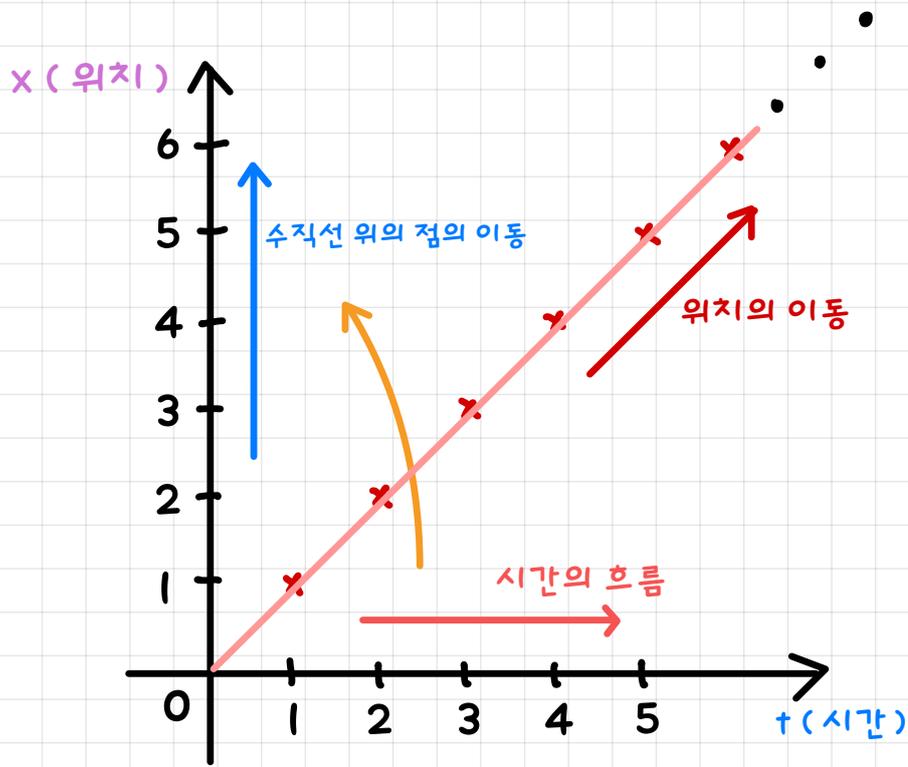
생각해봅시다



시간에 따라

P의 위치가 이동하므로

그 관계를 그래프로 나타내보면



그래프를 보면,

$t$  축의 시간의 흐름에 따라

점의 위치가 바뀌고

그 말은 즉슨,

$x$  (위치) 축의 값이 바뀐다는 것이고

= 수직선 위의 점 P의 위치가 변한다

입니다

이러한 이해를 바탕으로

시간과 위치의 관계를

식으로 나타내면

$$x(t) = t$$

로 나타내어 줍니다

다시 한번 강조!!

그래프에서  $y$  값은  
(정확히는  $x$  값 -  $x$  위치축이므로)

수직선 위의  $P$ 의 위치

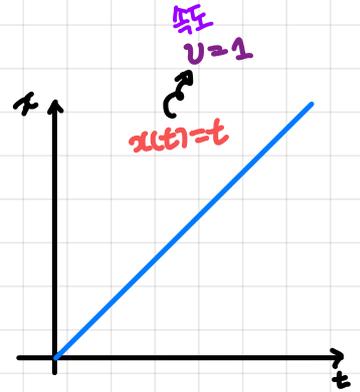
입니다

자, 우리는 위치를 이해했습니다

그렇다면

속도는 무엇일까요?

속도는  
시간당 위치의 변화율  
입니다



조금 더 정확히 말하면

시간당 위치의 평균 변화율은

평균 속도이고

시간당 위치의 순간 변화율은

속도 (순간속도 = 위치의 미분 계수) 라 합니다

그리고 속력은 속도의 크기  
즉, 속도의 절댓값입니다!!!!!!

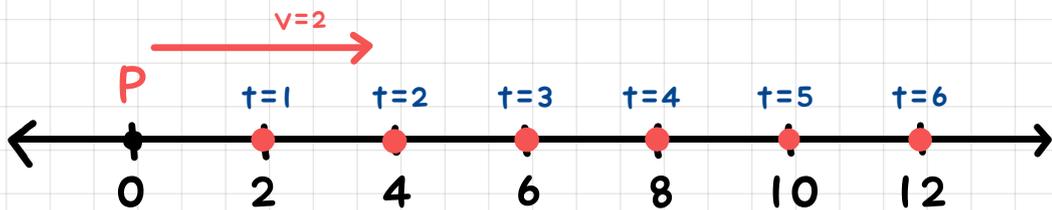
이 내용을 수직선 위에서 이해해봅시다

수직선 위의 점 P가

원점에서 출발하여

+2 라는 속도로 일정하게 이동하는

상황을 생각해봅시다



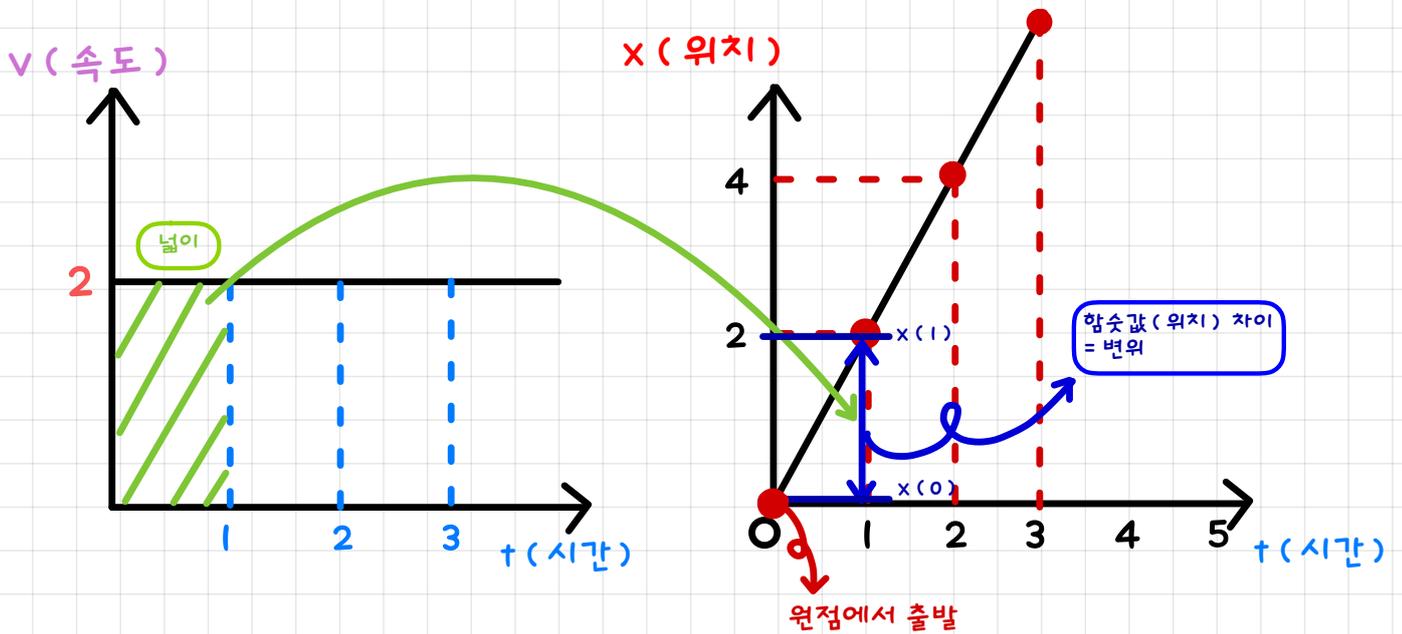
시간에 따른 점 P의 위치는

수직선에 표시된 것과 같고

이를 속도 그래프와

위치 그래프로 나타내면

다음과 같습니다



여기서 주목할 내용은

속도 그래프에서 적분 값은  
넓이

위치 그래프에서 위치 차이 (변위) 와 같다는 것입니다

함숫값 (위치) 차이  
= 변위

[ 속도  $\times$  시간 = 위치변화 ] 이기 때문인데요

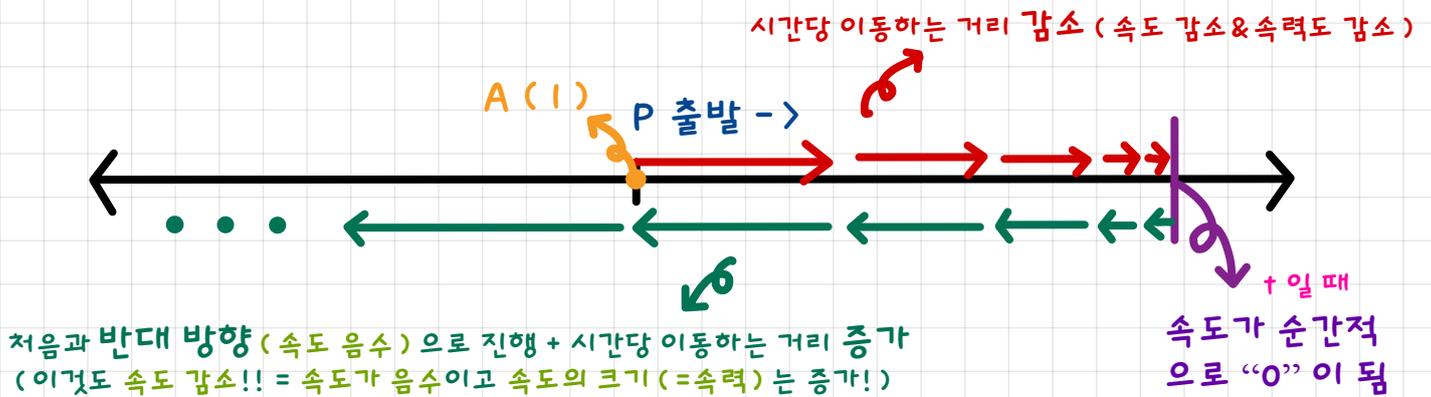
$$\int_0^1 v \, dt = x(1) - x(0) \text{ 로 표현됩니다}$$

이번에는 수직선 위의 점 P가

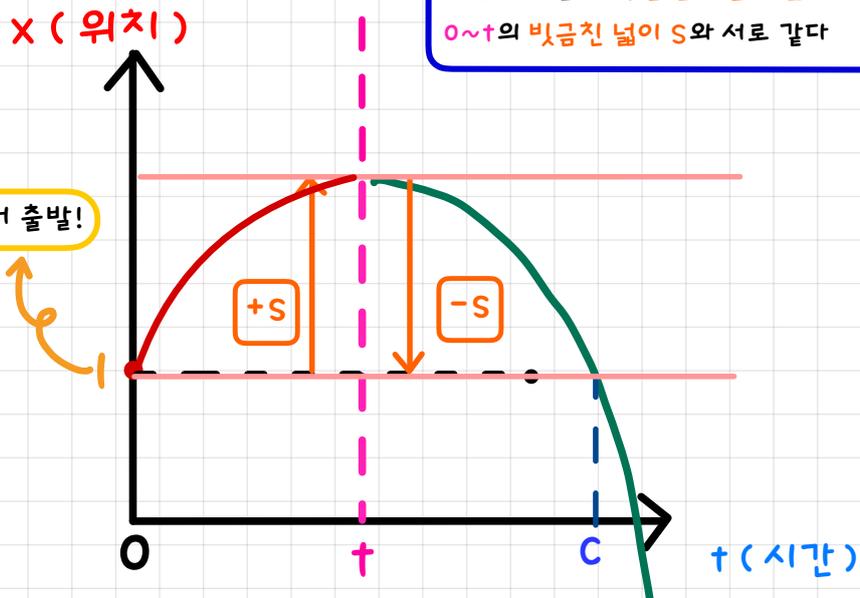
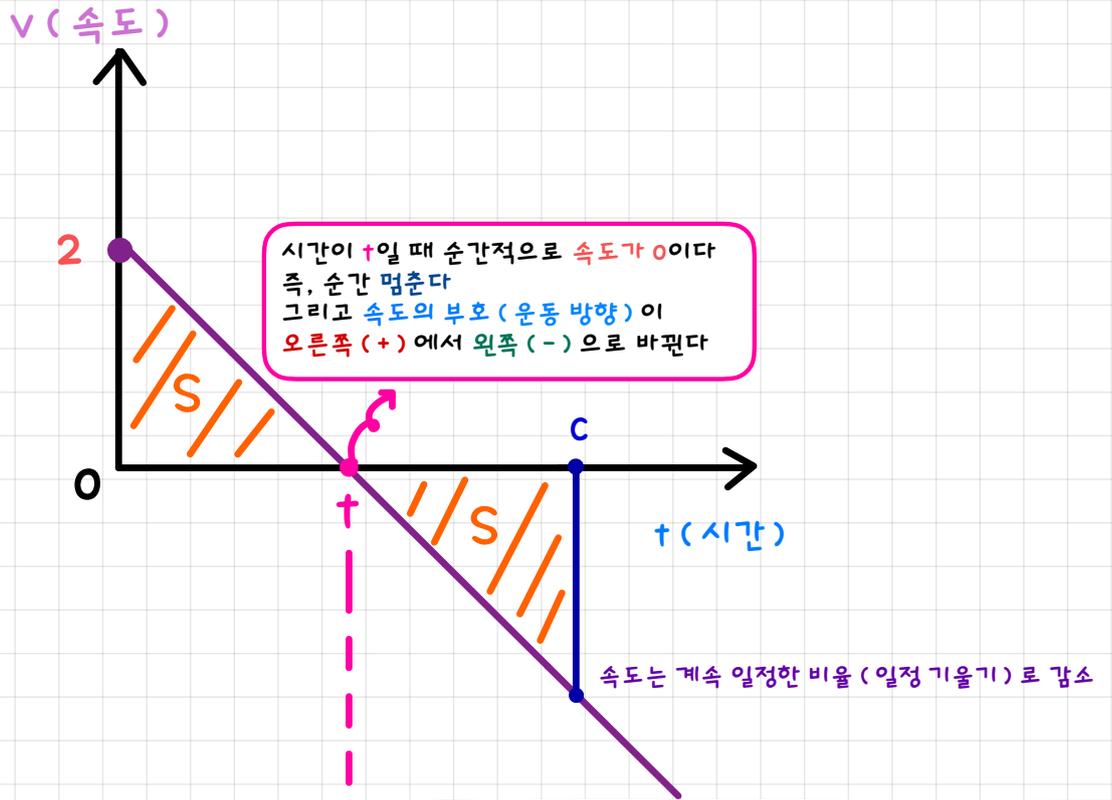
점 A(1)에서

+2의 속도로 출발하여

일정하게 속도가 감소하는 경우를 보겠습니다



# 이 상황을 그래프로 표현하면



시간이  $c$ 일 때 빗금친 부분의 넓이  $S$ 가  $0 \sim t$ 의 빗금친 넓이  $S$ 와 서로 같다

시간이  $t$ 일 때 운동 방향이 오른쪽 (+)에서 왼쪽 (-)으로 바뀐다

## 속도 그래프에서

적분값은 위치 변화를 의미하므로

$$0-t \text{ 동안 움직인 거리 (면적 } +S) = t-c \text{ 동안 움직인 거리 (면적 } -S)$$

결국,

오른쪽으로  $S$ 만큼 갔다가  $(+S)$

왼쪽으로  $S$ 만큼 돌아와서  $(-S)$

$0$ 초일 때 위치와  $c$ 초일 때 위치가  $[ ]$ 로 같다

$0 \sim c$  동안

위치 변화는  $0$  (같은 자리) 이고

이동 거리는  $2S$  라는 점!!

꼭 이해해야 합니다

이제부터 여러분은

속도 그래프와 위치 그래프로

수직선 위에서

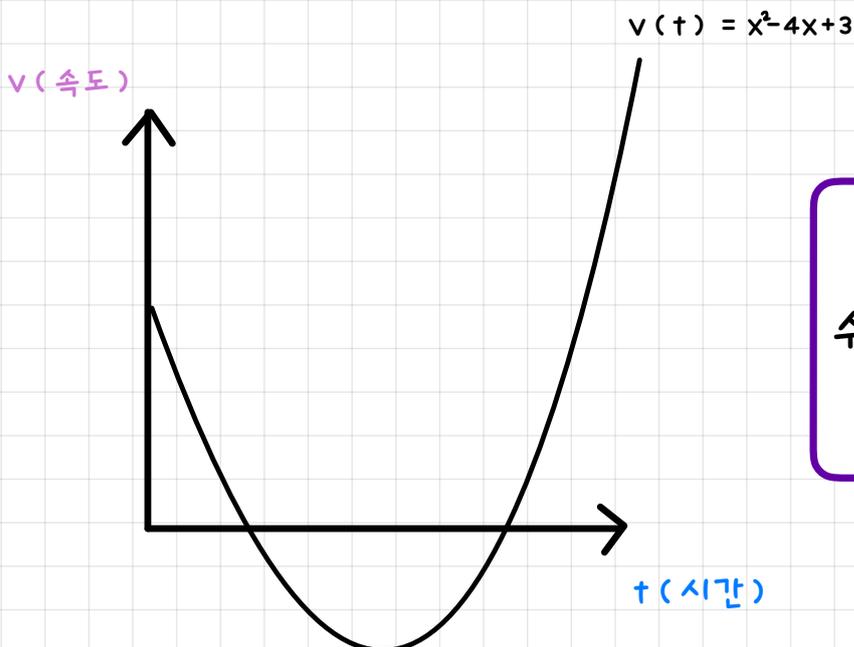
점의 위치 및 움직임을

머릿 속에 동영상으로

재생할 수 있어야 합니다

한 번 직접 연습해볼까요?

상황을 드릴테니 질문에 답해보세요



[상황]

수직선 위의 점  $A(1)$  에서 출발한

점  $P$ 의 속도를 나타낸 그래프

[ Q1 ] 출발 후 처음 왼쪽으로 방향을 바꾸는 시간은?

[ Q2 ] 출발 후 처음 방향을 바꿀 때까지 이동한 거리는?

[ Q3 ] 출발 후 방향을 바꿨다가 다시 오른쪽으로 방향을 바꾸는 시간은?

[ Q4 ] 시간이 Q3의 답일 때, 그 때까지 P가 이동한 거리는?

[ Q5 ]  $t=4$  일 때, P의 위치는?

[ Q6 ] 출발 후 점 P가 출발 지점으로 처음 다시 돌아오는 순간은?

[ Q7 ] 시간이 0~Q1 일 때 속력은 점점 (증가/감소) 한다

[ Q8 ] 시간이 Q1 ~ 2 일 때 속력은 점점 (증가/감소) 한다

[ Q9 ] 점 P의 위치 그래프를 그려보면?

\*\* 수직선 위에 점 P의 움직임을 직접 그려보며 풀어보세요\*\*

warning!!!!

꼭 스스로 풀어보고 연구해보고 해설을 봅니다

.

.

.

.

.

.

.

.

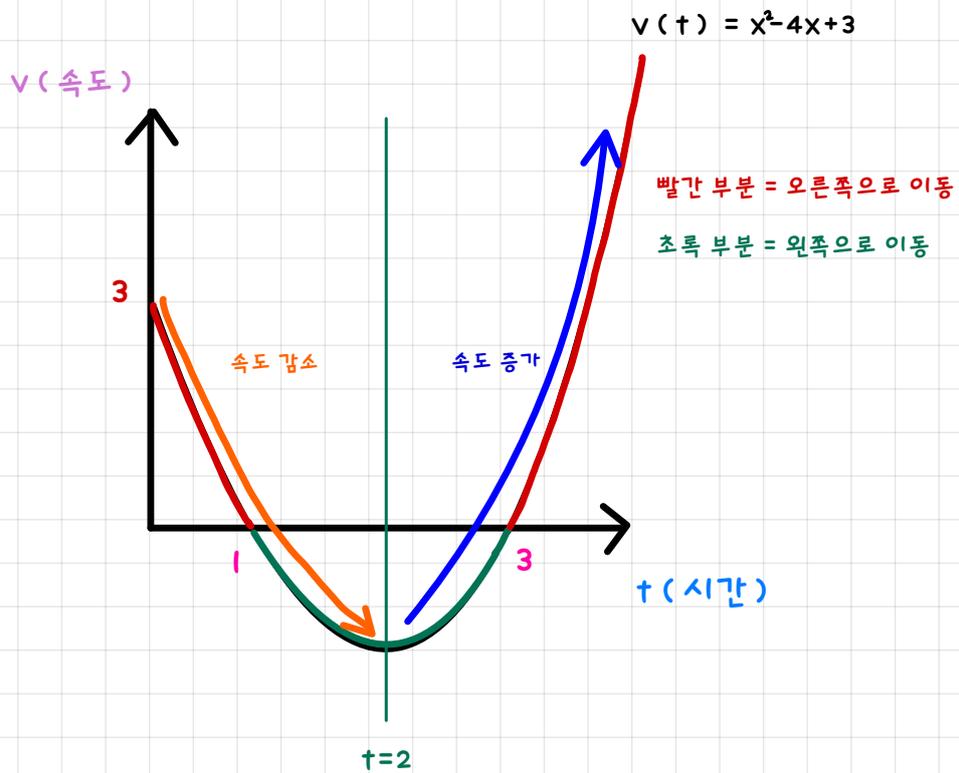
.

.

.

.

.



구할 수 있는 것을

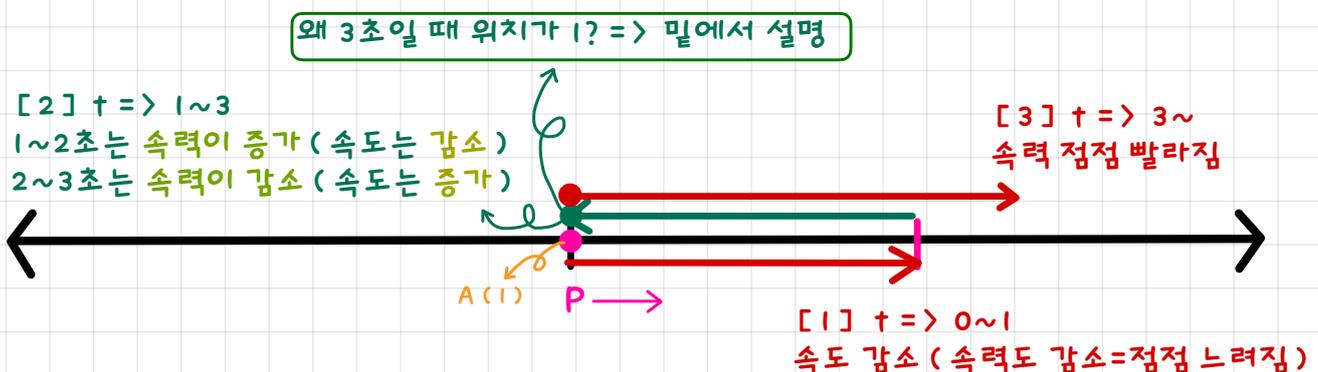
먼저 구해보면

출발 지점에서의 속도는  $y(v)$  절편이므로 3

속도가 0이 되는 지점(시간)은 1, 3입니다

또한 속도 그래프의 축은 2입니다

수직선에서 대략의 상황은



[Q1] 출발 후 처음 왼쪽으로 방향을 바꾸는 시간은?

A) 문제에서 처음 속도는 3이고 양수이므로

수직선에서 점 P는 출발할 때

오른쪽으로 이동합니다

그러다가 속도가 + (오른쪽) 에서 - (왼쪽) 로

처음 바뀌는 순간은 1이므로

답 : 1

[Q2] 출발 후 처음 방향을 바꿀 때까지 이동한 거리는?

A) 0~1초까지 이동한 거리이므로

$$\int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx$$

$$= \left. \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right|_0^1 = \frac{4}{3}$$

답 : 4/3

[ Q3 ] 출발 후 방향을 바꿨다가 다시 오른쪽으로 방향을 바꾸는 시간은?

A) 출발 후 1초에 처음 방향을 방향을 바꾸고

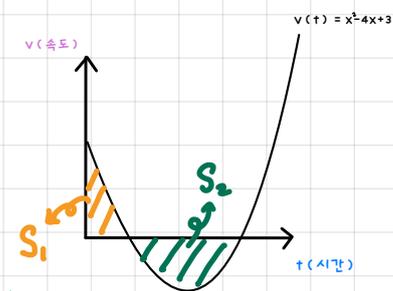
3초일 때 다시 오른쪽으로 방향을 바꿉니다

답 : 3

[ Q4 ] 시간이 Q3의 답일 때, 그 때까지 P가 이동한 거리는

A) 3초까지 이동한 거리는

0~1초 동안 이동한 거리 + 1~3초 동안 이동한 거리입니다

$$\begin{aligned} & \int_0^3 |x^2 - 4x + 3| dx \\ &= \int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx + \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx \\ &= \frac{4}{3} + \frac{1 \cdot (3-1)^3}{6} = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \end{aligned}$$


같은 것에 주목

답 : 8/3

[ Q5 ]  $t=4$  일 때,  $p$ 의 위치는?

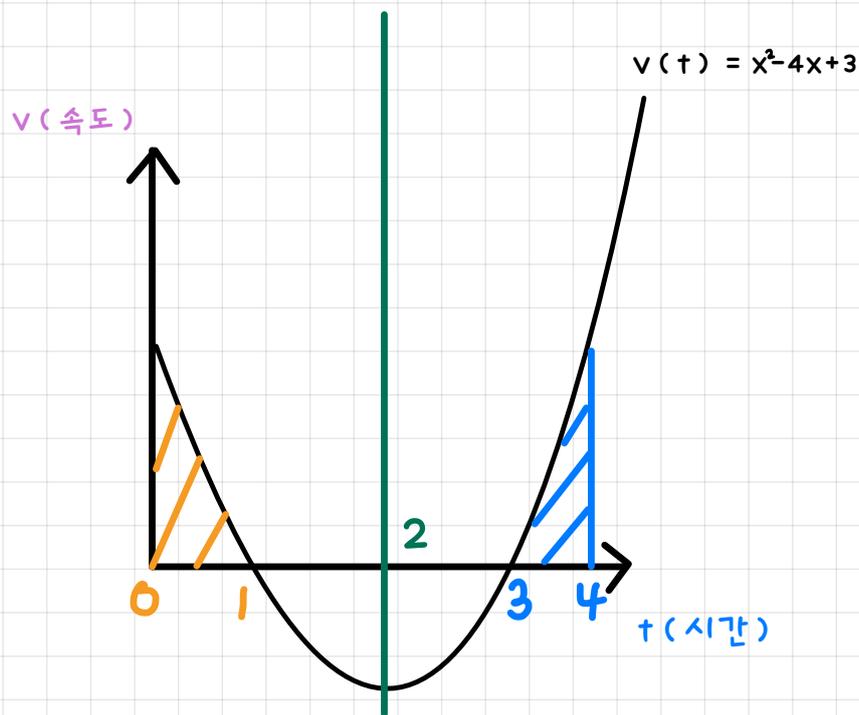
A) 위치이므로 **속도를 시간에 대해 적분한다**

그런데, [ Q4 ] 에서  $0\sim 3$ 초 동안

**이동거리가 같고 방향이 달라서**

**위치 변화가 없다는 사실을 알 수 있으므로**

**$3\sim 4$ 만 적분하면 되는데**



속도 그래프가  $x=2$  대칭이므로

**$0\sim 1$  적분과  $3\sim 4$  적분은 값이 같다**

그러므로 답은  $4/3$ 이다

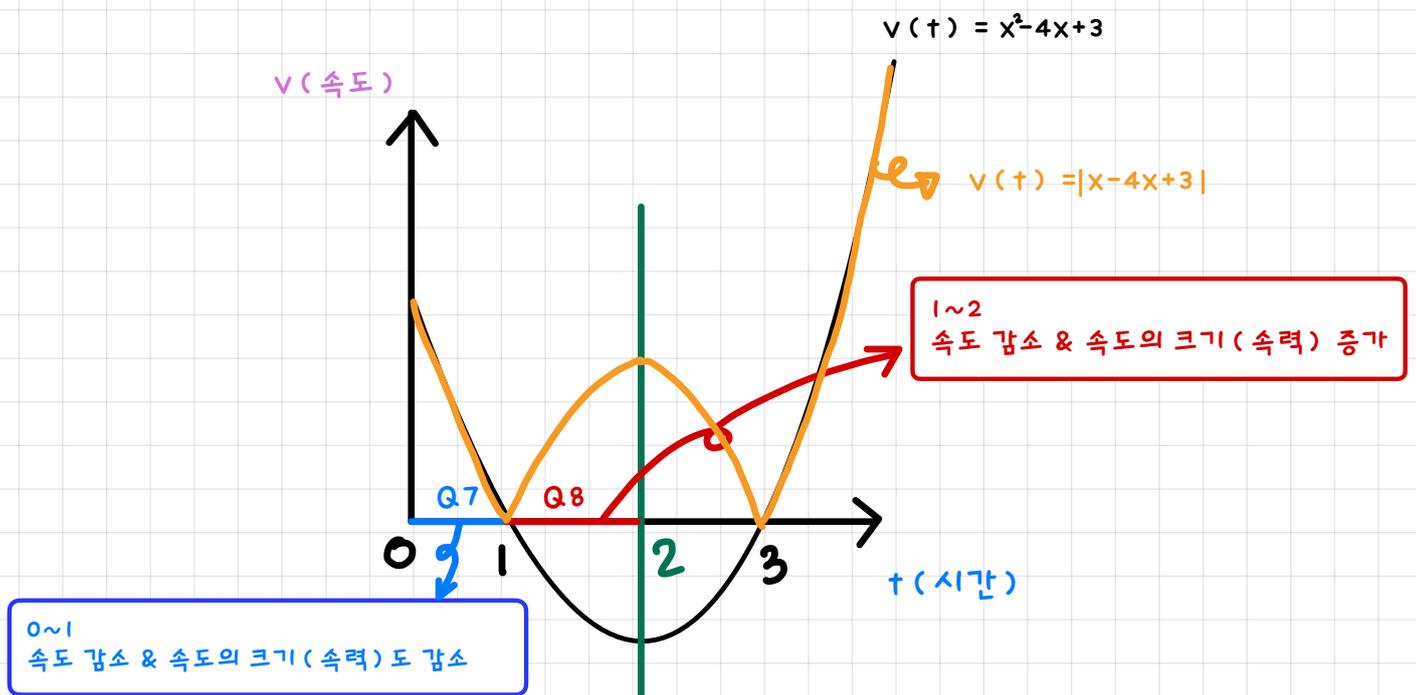
답:  $4/3$

[Q6] 출발 후 점 P가 출발 지점으로 처음 다시 돌아오는 순간은?

[Q5] 에서 설명한대로 3 입니다

답 : 3

[Q 7~8]



[Q7] 시간이 0~1 일 때 속력은 점점 (증가/감소) 한다

[Q8] 시간이 1 ~ 2 일 때 속력은 점점 (증가/감소) 한다

[Q9] 점 P의 위치 그래프를 그려보면?

점 P의 위치 그래프는

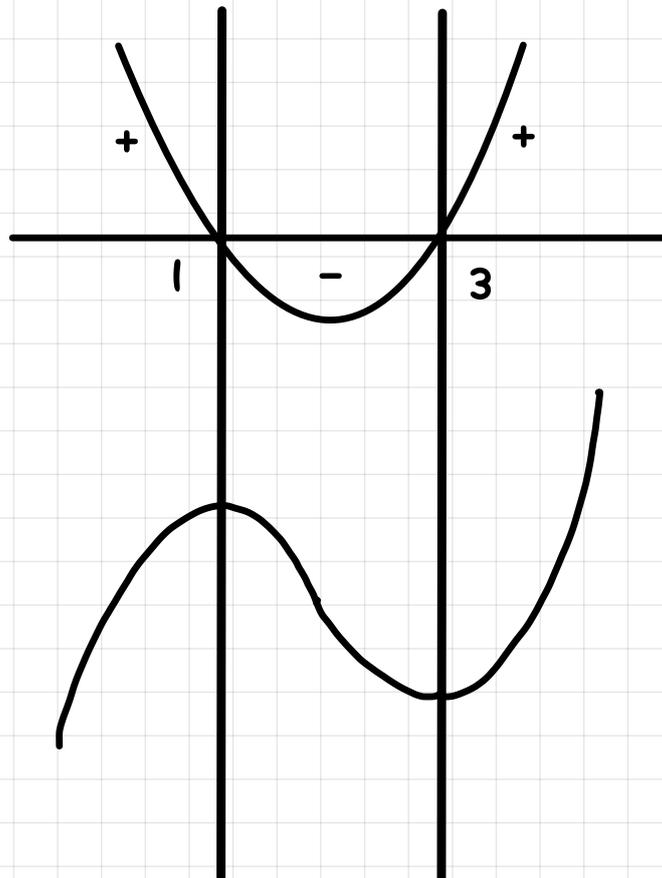
속도 그래프의 부정적분이고

이는 다시 말해

속도 그래프는 위치 그래프의

**쌍곡도함수**라는 뜻입니다

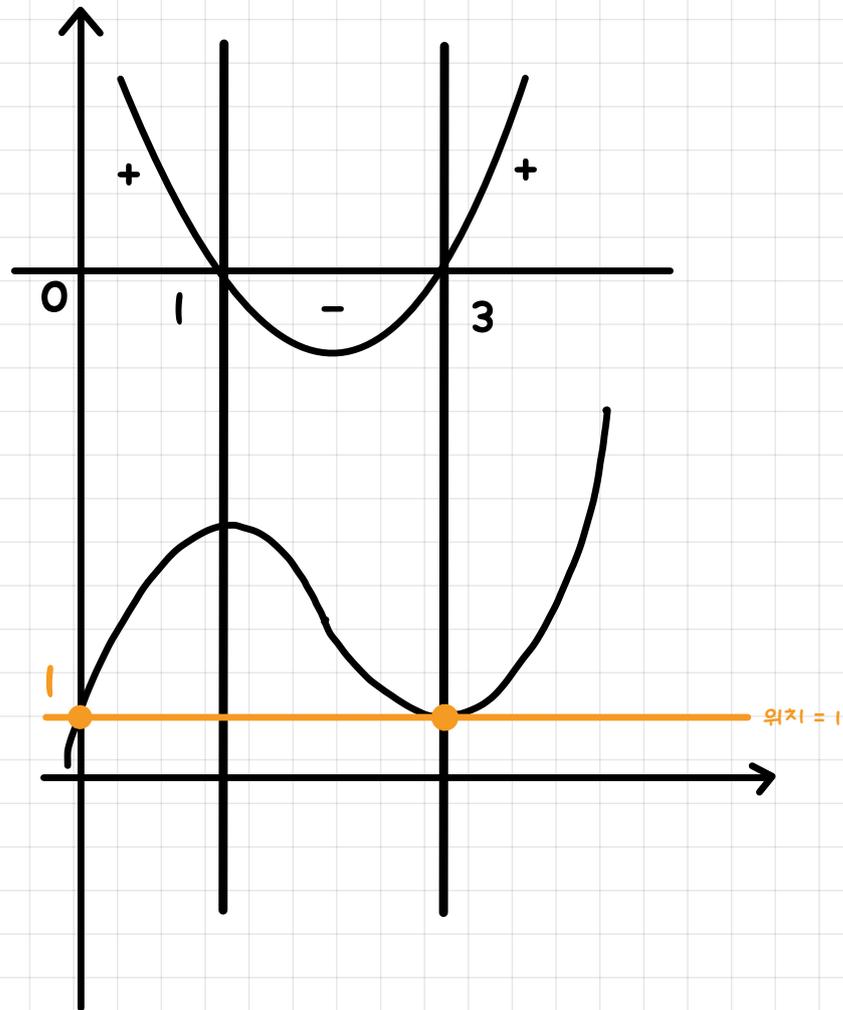
그러므로 위치 그래프의 개형은



그림과 같고

처음 위치  $x(0) = 1$  이 주어졌고

3일 때 위치가 1로 같아야 하므로



자 다들 잘 해결하셨나요?

이제 거의 다왔습니다

가속도!!만 배우면 끝이에요

가속도란?

속도의 변화율!이고 보통  $a$ 로 표현합니다

속도가 위치의 변화율이었던 것처럼

가속도는 속도의 변화율이고,

위치와 속도를 이해했던 것처럼

가속도의 시간에 대한 적분은

속도의 변화이고

가속도 그래프는 속도 그래프의

★ ★ 도함수라는 것을

이해하시면 어려울 것이 없습니다

이 때 문제에서

[정지 상태에서 출발]

이라는 문구가 나오면

가속도 그래프를 이용 (적분) 하여

속도 그래프를 구할 때

$$v(0) = 0$$

으로 생각할 수 있어서

꼭 적분 상수 힌트라는 것을 아셔야 합니다

예를 들어,

[정지 상태에서 출발] 했고

가속도  $a(t)$  가

$$a(t) = -2x + 1$$

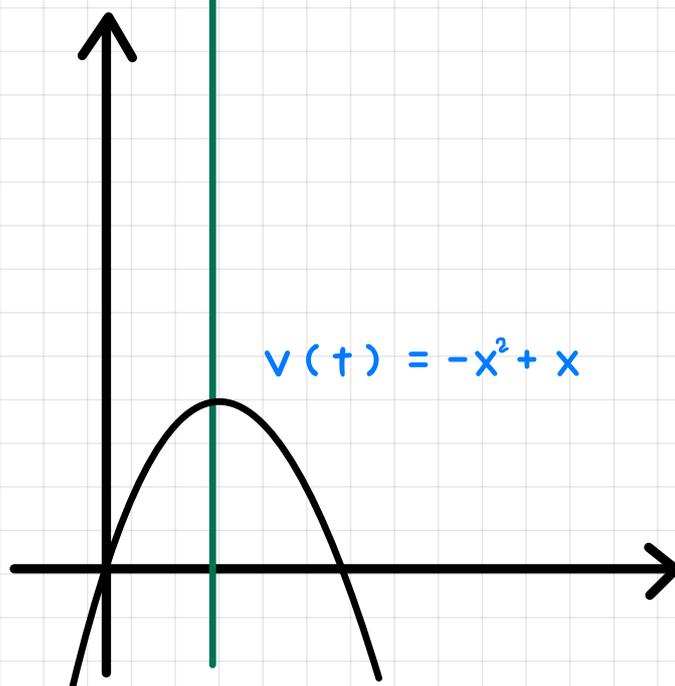
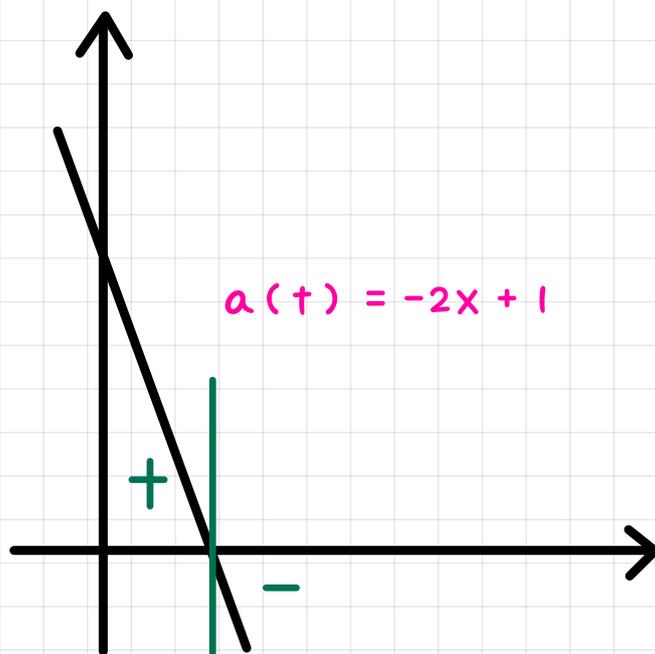
이라면

$$v(t) = -x^2 + x + C \text{ 에서}$$

$$v(0) = 0 \text{ (정지) 이므로}$$

적분 상수  $C$  가 0임을

알 수 있습니다



이상으로 쉬운 4점 빈출 단원인

속도와 가속도의 미분과 적분

기초를 다뤘습니다

다음 편에서는 우리가 배운 내용이

실제 수능과 평가원 모의고사에서

어떻게 활용되는지

기출 문제를 같이 풀어보며

실전력을 다져보겠습니다

- 끝 -