[준킬러][확통] 2확률

05 확통

04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

01 수학적 확률1 (경우의 수 - 단순확률, 케이스 분류 포함)

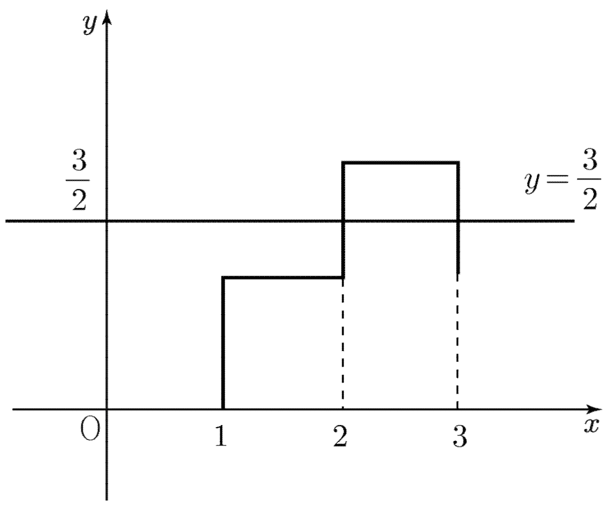
[출처] 2007 모의_공공 사관학교 고3 07월 22

[출처] 2007 모의_공공 사관학교 고3 07월 22

1. 좌표평면 위의 원점에 놓인 점 P 가 1 개의 동전을 던질 때마다 다음과 같이 움직인다고 한다.

> [다음]
>
> 앞면이 나오면 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하고, 뒷면이 나오면 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동 한다.

예를 들어, 동전을 3. 던져서 차례로 앞면, 앞면, 뒷면이 나왔을 때 점 P 가 지나간 자취는 그림과 같고, 이 자취는 직선 $y=\frac{3}{2}$ 과 두 점에서 만난다. 동전을 5. 던질 때, 점 P 가 지나간 자취와 직선 $y=\frac{3}{2}$ 이 오직 한 점에서 만날 확률은?



① $\frac{3}{32}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{5}{32}$

④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

[출처] 2008 모의_공공 평가원 고3 11월 22

2. 주사위를 두 번 던질 때, 나오는 눈의 수를 차례로 m, n 이라 하자. $i^m \cdot (-i)^n$ 의 값이 1 이 될 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, $i=\sqrt{-1}$ 이고 p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2008 모의_공공 교육청 고3 07월 30

3. 집합 $\{1, 2, 3, \cdots, 16\}$ 에서 선택한 임의의 두 수 m, n 에 대하여 3^m+8^n 의 일의 자리의 숫자가 3 일 확률이 $\frac{b}{a}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수)

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 06월 19

4. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 하자. 세 수 a, b, c가 $a<b-2\leq c$를 만족시킬 확률은?

① $\frac{2}{27}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{5}{54}$

④ $\frac{11}{108}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 06월 18

5. 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(0,\,4)$, $\mathrm{B}(0,\,-4)$가 있다. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 m, n이라 하자. 점 $\mathrm{C}\left(m\cos\frac{n\pi}{3},\,m\sin\frac{n\pi}{3}\right)$에 대하여 삼각형 ABC의 넓이가 12보다 작을 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{11}{18}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{13}{18}$

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 28

6. 1부터 11까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 11장의 카드 중에서 임의로 두 장의 카드를 동시에 택할 때, 택한 카드에 적혀 있는 숫자를 각각 m, $n(m<n)$이라 하자. 좌표평면 위의 세 점

$$\mathrm{A}(1,\,0),\ \mathrm{B}\left(\cos\frac{m\pi}{6},\,\sin\frac{m\pi}{6}\right),\ \mathrm{C}\left(\cos\frac{n\pi}{6},\,\sin\frac{n\pi}{6}\right)$$

에 대하여 삼각형 ABC가 이등변삼각형일 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

05 확통

04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

03 수학적 확률3 (조합 이용)

[출처] 2004 모의_공공 평가원 고3 09월 27

7. 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$에서 임의로 $k\ (2\le k\le 10)$개의 원소를 선택할 때, 이 원소가 연속하는 자연수일 확률을 P_k라 한다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면?

<보 기>

ㄱ. $P_2=\dfrac{2}{11}$

ㄴ. $P_k=P_{12-k}$

ㄷ. P_k 중에서 최솟값은 P_{10}이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[출처] 2007 모의_공공 경찰대 고3 07월 18

8. police academy에는 2개의 a, c, e를 포함하여 13개의 문자가 있다. 이 중에서 6개를 뽑을 때, 뽑힌 문자가 모두 다를 확률은?

① $\dfrac{827}{1716}$ ② $\dfrac{833}{1716}$ ③ $\dfrac{839}{1716}$
④ $\dfrac{845}{1716}$ ⑤ $\dfrac{851}{1716}$

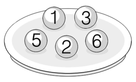
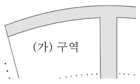
[출처] 2008 모의_공공 평가원 고3 11월 확률과 통계 28

9. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합이 7 이상이고 9 이하일 확률은?

① $\dfrac{5}{9}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{4}{9}$
④ $\dfrac{7}{18}$ ⑤ $\dfrac{1}{3}$

[출처] 2016 모의_공공 교육청 고3 04월 20

10. 주머니에 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 5개의 공을 동시에 꺼낼 때 꺼낸 공에 적혀 있는 자연수 중 연속된 자연수의 최대 개수가 3인 사건을 A라 하자.

예를 들어  은 연속된 자연수의 최대 개수가 3이므로 사건 A에 속하고,  은 연속된 자연수의 최대 개수가 2이므로 사건 A에 속하지 않는다. 사건 A가 일어날 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{11}{42}$
④ $\frac{13}{42}$ ⑤ $\frac{5}{14}$

[출처] 2018 모의_공공 경찰대 고3 07월 15

11. 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수 a, b, c, d가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

(가) $a+b+c+d$는 홀수이다.
(나) $a\times b\times c\times d$는 15의 배수이다.

① $\frac{4}{21}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{5}{21}$
④ $\frac{11}{42}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

[출처] 2019 모의_공공 평가원 고3 09월 18

[출처] 2019 모의_공공 평가원 고3 09월 20

12. 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다.
(단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

- 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 1점, C는 1점을 얻는다.
- 파란색 공이 나오면 A는 2점, B는 6점, C는 2점을 얻는다.
- 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 2점, C는 6점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 24점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 다음은 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A 뿐일 확률을 구하는 과정이다.

꺼낸 빨간색 공의 개수를 x, 파란색 공의 개수를 y, 노란색 공의 개수를 z라 할 때, 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A 뿐이기 위해서는 x, y, z가 다음 조건을 만족시켜야한다.

$$x=6,\ 0<y<3\ ,\ 0<z<3\ ,\ y+z\geq 3$$

이 조건을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$ 는

$$(6,\ 1,\ 2)\ ,\ (6,\ 2,\ 1)\ ,\ (6,\ 2,\ 2)$$

이다.

(ⅰ) $(x,\ y,\ z)=(6,\ 1,\ 2)$인 경우의 확률은 $\boxed{(가)}$이다.

(ⅱ) $(x,\ y,\ z)=(6,\ 2,\ 1)$인 경우의 확률은 $\boxed{(가)}$이다.

(ⅲ) $(x,\ y,\ z)=(6,\ 2,\ 2)$인 경우는 10번째 시행에서 빨간색 공이 나와야 하므로 그 확률은 $\boxed{(나)}$이다.

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 구하는 확률은
$2\times\boxed{(가)}+\boxed{(나)}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q라 할 때, $p+q$의 값은?

① $\frac{13}{110}$ ② $\frac{27}{220}$ ③ $\frac{7}{55}$ ④ $\frac{29}{220}$ ⑤ $\frac{3}{22}$

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 29

13. 그림은 여섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 여섯 장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 장의 카드 중 왼쪽 카드에 적힌 수가 오른쪽 카드에 적힌 수보다 큰 경우가 한 번만 나타난 예이다.

1	2	4	3	5	6

이 여섯 장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 장의 카드 중 왼쪽 카드에 적힌 수가 오른쪽 카드에 적힌 수보다 큰 경우가 한 번만 나타날 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

05 확통

04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

09 수학적 확률9 (분할)

[출처] 2010 모의_공공 사관학교 고3 07월 18

14. 사과 3개와 복숭아 2개가 있다. 이 5개의 과일 중에서 임의로 4개의 과일을 택하여 네 명의 학생에게 각각 하나씩 나누어 주었다. 남아있는 1개의 과일을 네 명의 학생 중 임의의 한 명에게 주었을 때, 이 학생이 가진 2개의 과일이 같은 종류일 확률은?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$

④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[출처] 2016 모의_공공 경찰대 고3 07월 13

15. 서로 다른 6개의 물건을 남김없이 서로 다른 3개의 상자에 임의로 분배할 때, 빈 상자가 없도록 분배할 확률은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{19}{27}$ ③ $\frac{20}{27}$

④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{22}{27}$

05 확통

04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

10 수학적 확률10 (함수)

[출처] 2008 모의_공공 평가원 고3 06월 공통범위 24

16. 집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4\}$, $Z=\{0, 1\}$에 대하여 조건 (가)를 만족시키는 모든 함수 $f: X \to Y$ 중에서 임의로 하나를 선택하고, 조건 (나)를 만족시키는 모든 함수 $g: Y \to Z$ 중에서 임의로 하나를 선택하여 합성함수 $g \circ f: X \to Z$를 만들 때, 이 합성함수의 치역이 Z일 확률은 $\frac{p}{q}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

(가) X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$이다.
(나) g의 치역은 Z이다.

05 확통 04 확률의 뜻과 활용

04 확률의 덧셈정리

02 덧셈정리2 (배반사건이 아닌 경우)

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 17

17. 어느 고등학교에는 5개의 과학 동아리와 2개의 수학 동아리 A, B가 있다. 동아리 학술 발표회에서 이 7개 동아리가 모두 발표하도록 발표 순서를 임의로 정할 때, 수학 동아리 A가 수학 동아리 B보다 먼저 발표하는 순서로 정해지거나 두 수학 동아리의 발표 사이에는 2개의 과학 동아리만이 발표하는 순서로 정해질 확률은? (단, 발표는 한 동아리씩 하고, 각 동아리는 1회만 발표한다.)

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{25}{42}$
④ $\frac{17}{28}$ ⑤ $\frac{13}{21}$

05 확통 04 확률의 뜻과 활용

04 확률의 덧셈정리

04 여사건의 확률1 (기본. 적어도)

[출처] 2013 모의_공공 경찰대 고3 07월 6

18. 7개의 문자 a, b, c, d, e, f, g 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택하여 문자열을 만들 때, 문자열이 e를 반드시 포함할 확률은?

① $\frac{121}{343}$ ② $\frac{123}{343}$ ③ $\frac{125}{343}$
④ $\frac{127}{343}$ ⑤ $\frac{129}{343}$

05 확통

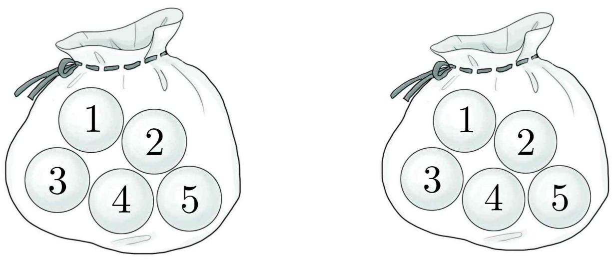
04 확률의 뜻과 활용

04 확률의 덧셈정리

05 여사건의 확률2 (이상 또는 이하)

[출처] 2016 모의_공공 교육청 고3 07월 14

19. 주머니 A와 B에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 각각 들어 있다. 주머니 A와 B에서 각각 공을 임의로 한 개씩 꺼내어 주머니 A에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 a, 주머니 B에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 b라 할 때, 직선 $y=ax+b$가 곡선 $y=f(x)$와 만나지 않을 확률은?



주머니 A　　　주머니 B

① $\frac{17}{25}$　② $\frac{18}{25}$　③ $\frac{19}{25}$

④ $\frac{4}{5}$　⑤ $\frac{21}{25}$

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 09월 28

20. 방정식 $a+b+c=9$를 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 (a, b, c)가

$a<2$ 또는 $b<2$

를 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

05 확통

04 확률의 뜻과 활용

04 확률의 덧셈정리

06 여사건의 확률3 (기타)

[출처] 2009 모의_공공 경찰대 고3 07월 18

21. 3의 배수인 세 자리의 자연수 중에서 하나를 뽑을 때, 일의 자리의 수 또는 십의 자리의 수 또는 백의 자리의 수가 9인 자연수를 뽑을 확률은?

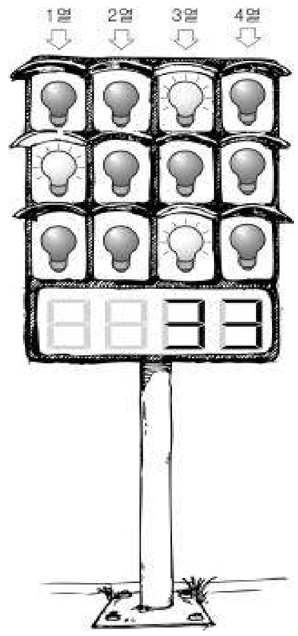
① $\frac{13}{50}$ ② $\frac{7}{25}$ ③ $\frac{3}{10}$

④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{17}{50}$

[출처] 2009 모의_공공 교육청 고3 07월 공통범위 25

[출처] 2009 모의_공공 교육청 고3 07월 25

22. 그림과 같이 12개의 전구와 전광판으로 이루어진 신호기가 있다. m열의 전구가 n개 켜져 있는 경우 $n\cdot 4^{m-1}$으로 계산되고, 네 개의 열이 계산된 수의 합이 전광판에 나타난다. 예를 들어 1열에서 1개, 3열에서 2개의 전구가 켜진 경우, 전광판에 33이 나타난다. 12개의 전구 중 임의로 2개를 켤 때, 전광판에 짝수가 나타날 확률을 $\frac{q}{p}$ (p, q는 서로소)라 하자. $p+q$의 값을 구하시오.



[출처] 2017 모의_공공 평가원 고3 11월 28

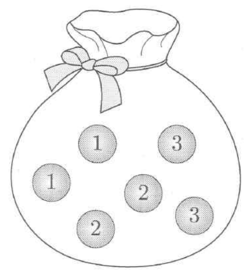
23. 방정식 $x+y+z=10$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z) 중에서 임의로 한 개를 선택한다. 선택한 순서쌍 (x, y, z)가 $(x-y)(y-z)(z-x)\neq 0$을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2019 모의_공공 평가원 고3 06월 27

24. 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 6번 반복할 때, $k(1\leq k\leq 6)$번째 꺼낸 공에 적힌 수를 a_k라 하자. 두 자연수를 m, n을

$$m=a_1\times 100+a_2\times 10+a_3,$$
$$n=a_4\times 100+a_5\times 10+a_6$$

이라 할 때, $m>n$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 19

[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 18

25. 다음은 자연수 n에 대하여 방정식 $a+b+c=3n$을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$가

$a>b$ 또는 $a>c$

를 만족시킬 확률을 구하는 과정이다.

> 방정식
>
> $a+b+c=3n\cdots\cdots(*)$
>
> 을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는 $\boxed{(가)}$이다.
>
> 방정식 $(*)$을 만족시키는 자연수 a, b, c의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$가 $a>b$ 또는 $a>c$를 만족시키는 사건을 A라 하면 사건 A의 여사건 A^C은 방정식 $(*)$을 만족시키는 자연수 a, b, c의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$가 $a\le b$와 $a\le c$를 만족시키는 사건이다.
>
> 이제 $n(A^C)$의 값을 구하자.
>
> 자연수 $k(1\le k\le n)$에 대하여 $a=k$인 경우,
>
> $b\ge k$, $c\ge k$이고 방정식 $(*)$을 만족시키는 자연수 a, b, c의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는 $\boxed{(나)}$이므로
>
> $n(A^C)=\sum_{k=1}^{n}\boxed{(나)}$
>
> 이다.
>
> 따라서 구하는 확률은
>
> $\mathrm{P}(A)=\boxed{(다)}$
>
> 이다.

위의 (가)에 알맞은 식에 $n=2$를 대입한 값을 p, (나)에 알맞은 식에 $n=7$, $k=2$를 대입한 값을 q, (다)에 알맞은 식에 $n=4$를 대입한 값을 r라 할 때, $p\times q\times r$의 값은?

① 88 ② 92 ③ 96 ④ 100 ⑤ 104

05 확통

05 조건부 확률

01 조건부 확률의 뜻

01 조건부 확률의 계산

[출처] 2010 모의_공공 교육청 고3 10월 9

26. 어떤 시행에서 나올 수 있는 모든 결과의 집합을 S라 하자. S의 부분집합인 세 사건 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $A\cup B\cup C=S$
>
> (나) A, B, C 중 어느 두 사건도 동시에 일어나지 않는다.
>
> (다) $\mathrm{P}(A)=2\mathrm{P}(B)=4\mathrm{P}(C)$

S의 부분집합인 사건 D에 대하여

$$\mathrm{P}(D|A)=\frac{1}{10},\ \mathrm{P}(D|B)=\frac{1}{5},\ \mathrm{P}(D|C)=\frac{3}{10}$$

일 때, $\mathrm{P}(D)$의 값은?

① $\frac{9}{70}$ ② $\frac{11}{70}$ ③ $\frac{13}{70}$ ④ $\frac{3}{14}$ ⑤ $\frac{17}{70}$

05 확통

05 조건부 확률

01 조건부 확률의 뜻

03 조건부 확률의 뜻2 (문장 조건)

[출처] 2009 모의_공공 평가원 고3 09월 공통범위 11

[출처] 2009 모의_공공 평가원 고3 09월 11

27. 어느 공항에는 A, B 두 대의 검색대만 있으며, 비행기 탑승 전에는 반드시 공항 검색대를 통과하여야 한다. 남학생 7명, 여학생 7명이 모두 A, B 검색대를 통과하였는데, A검색대를 통과한 남학생은 4명, B검색대를 통과한 남학생은 3명이다. 여학생 중에서 한 학생을 임의로 선택할 때, 이 학생이 A검색대를 통과한 여학생일 확률을 p라 하자. B검색대를 통과한 학생 중에서 한 학생을 임의로 선택할 때, 이 학생이 남학생일 확률을 q라 하자. $p=q$일 때, A검색대를 통과한 여학생은 모두 몇 명인가? (단, 두 검색대를 모두 통과한 학생은 없으며, 각 검색대로 적어도 1명의 여학생이 통과하였다.)

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

05 확통

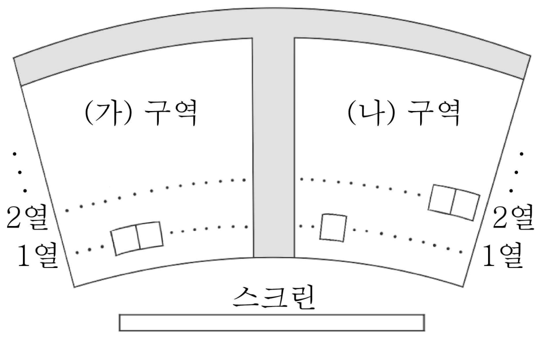
05 조건부 확률

01 조건부 확률의 뜻

04 조건부 확률의 뜻3 (경우의 수)

[출처] 2015 모의_공공 교육청 고3 10월 20

28. 5명의 학생 A, B, C, D, E가 같은 영화를 보기 위해 함께 상영관에 갔다. 상영관에는 그림과 같이 총 5개의 좌석만 남아 있었다. (가) 구역에는 1열에 2개의 좌석이 남아 있었고, (나) 구역에는 1열에 1개와 2열에 2개의 좌석이 남아 있었다. 5명의 학생 모두가 남아 있는 5개의 좌석을 임의로 배정받기로 하였다. 학생 A와 B가 서로 다른 구역의 좌석을 배정받았을 때, 학생 C와 D가 같은 구역에 있는 같은 열의 좌석을 배정받을 확률은?

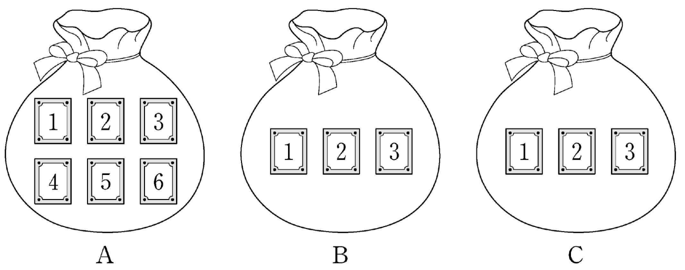


① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$

④ $\frac{5}{36}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

[출처] 2017 모의_공공 평가원 고3 09월 28

29. 그림과 같이 주머니 A에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6장의 카드가 들어 있고 주머니 B와 C에는 1부터 3까지의 자연수가 하나씩 적힌 3장의 카드가 각각 들어 있다. 갑은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서, 병은 주머니 C에서 각자 임의로 1장의 카드를 꺼낸다. 이 시행에서 갑이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을이 꺼낸 카드에 적힌 수보다 클 때, 갑이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을과 병이 꺼낸 카드에 적힌 수의 합보다 클 확률이 k이다. $100k$의 값을 구하시오.

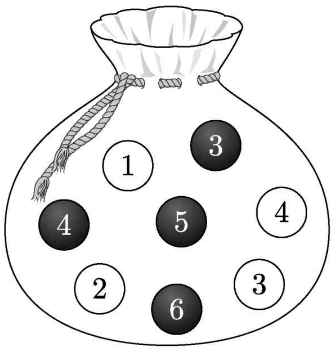


[출처] 2017 모의_공공 평가원 고3 06월 28

30. 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어, 꺼낸 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 m, n이라 하자. 이 시행에서 $2m \geq n$일 때, 꺼낸 흰 공의 개수가 2일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 27

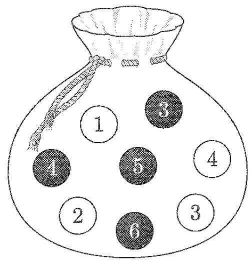
31. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있을 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 20

32. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있을 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개일 확률은?

① $\frac{13}{29}$ ② $\frac{15}{29}$ ③ $\frac{17}{29}$
④ $\frac{19}{29}$ ⑤ $\frac{21}{29}$



[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 29

33. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 카드가 각각 1장, 2장, 3장, 4장, 5장이 있다. 이 15장의 카드 중에서 임의로 2장의 카드를 동시에 선택하는 시행을 한다. 이 시행에서 선택한 2장의 카드에 적힌 두 수의 곱의 모든 양의 약수의 개수가 3 이하일 때, 그 두 수의 합이 짝수일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

$\boxed{1}$
$\boxed{2}\ \boxed{2}$
$\boxed{3}\ \boxed{3}\ \boxed{3}$
$\boxed{4}\ \boxed{4}\ \boxed{4}\ \boxed{4}$
$\boxed{5}\ \boxed{5}\ \boxed{5}\ \boxed{5}\ \boxed{5}$

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 06월 확률과 통계 30

34. 주머니에 1부터 12까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 12개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 작은 수부터 크기 순서대로 a, b, c라 하자. $b-a\geq 5$일 때, $c-a\geq 10$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

05 확통 05 조건부 확률

01 조건부 확률의 뜻

05 조건부 확률의 뜻4 (활용)

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 06월 28

35. 자연수 $n\ (n \geq 3)$에 대하여 집합 A를

$$A=\{(x,\ y) \mid 1 \leq x \leq y \leq n,\ x\text{와 } y\text{는 자연수}\}$$

라 하자. 집합 A에서 임의로 선택된 한 개의 원소 (a, b)에 대하여 b가 3의 배수일 때, $a=b$일 확률이 $\frac{1}{9}$이 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 28

36. 집합 $X=\{x \mid x\text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택한다. 선택한 함수 f가 4 이하의 모든 자연수 n에 대하여 $f(2n-1)<f(2n)$일 때, $f(1)=f(5)$일 확률은?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{5}{28}$ ③ $\frac{3}{14}$

④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

05 확통

05 조건부 확률

02 조건부확률과 곱셈정리

01 종속인 사건의 곱셈정리1 (비복원추출)

[출처] 2008 모의_공공 교육청 고3 07월 공통범위 16

[출처] 2008 모의_공공 교육청 고3 07월 16

37. A 학생의 주머니에는 빨간 구슬 2 개와 노란 구슬 3 개, B 학생의 주머니에는 노란 구슬 1 개와 파란 구슬 4 개가 들어 있다. 두 명의 학생이 각자의 주머니에서 한 개의 구슬을 꺼내어 색깔에 따라 승부를 가리는데, 빨간 구슬이 노란 구슬에 이기고, 노란 구슬은 파란 구슬에 이기고, 파란 구슬은 빨간 구슬에 이긴다고 한다. 이 때, A 학생이 이길 확률은? (단, 같은 색의 구슬이 나왔을 때는 구슬을 한 개씩 더 꺼내어 승부를 가리고, 꺼낸 구슬은 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{29}{50}$　② $\frac{31}{50}$　③ $\frac{33}{50}$

④ $\frac{7}{10}$　⑤ $\frac{37}{50}$

[출처] 2010 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 27

38. 학생 A의 주머니에는 흰 구슬 2개와 빨간 구슬 3개가 들어 있고, 학생 B의 주머니에는 흰 구슬 3개와 빨간 구슬 2개가 들어 있다. 학생 A부터 시작하여 A와 B가 교대로 자신의 주머니에서 구슬 1개씩 꺼내어 먼저 흰 구슬을 꺼내는 사람이 이기는 것으로 한다. 학생 A가 이길 확률은? (단, 모든 구슬의 크기와 모양은 같고, 한 번 꺼낸 구슬은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

① $\frac{21}{50}$　② $\frac{12}{25}$　③ $\frac{27}{50}$

④ $\frac{3}{5}$　⑤ $\frac{33}{50}$

05 확통 05 조건부 확률

02 조건부확률과 곱셈정리

02 종속인 사건의 곱셈정리2 (상황별 확률의 변화)

[출처] 2009 모의_공공 교육청 고3 07월 공통범위 12

[출처] 2009 모의_공공 교육청 고3 07월 12

39. 다음 조건을 만족하는 상자가 n $(n \geq 2)$개 있다.

[상자1] 흰 구슬 1개, 검은 구슬 $n-1$개

[상자2] 흰 구슬 2개, 검은 구슬 $n-2$개

[상자3] 흰 구슬 3개, 검은 구슬 $n-3$개

⋮

[상자n] 흰 구슬 n개, 검은 구슬 0개

n개의 상자에서 임의로 한 상자를 택하여 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 모두 흰 구슬이 나올 확률을 P_n 이라 하자. P_{10} 의 값은?

① $\frac{19}{60}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{20}$

④ $\frac{11}{30}$ ⑤ $\frac{23}{60}$

[출처] 2010 모의_공공 평가원 고3 09월 24

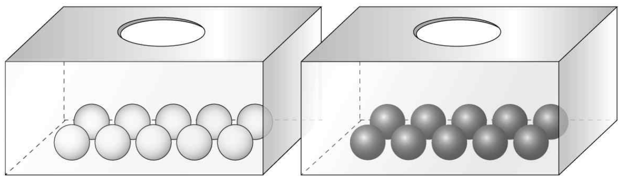
[출처] 2010 모의_공공 평가원 고3 09월 공통범위 24

40. 주머니 안에 스티커가 1개, 2개, 3개 붙어 있는 카드가 각각 1장씩 들어 있다. 주머니에서 임의로 카드 1장을 꺼내어 스티커 1개를 더 붙인 후 다시 주머니에 넣는 시행을 반복한다. 주머니안의 각 카드에 붙어 있는 스티커의 개수를 3으로 나눈 나머지가 모두 같아지는 사건을 A라 하자. 시행을 6번 하였을 때, 1회부터 5회까지는 사건 A가 일어나지 않고, 6회에서 사건 A가 일어날 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2014 모의_공공 교육청 고3 07월 28

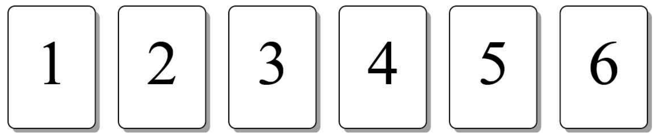
41. 상자 A 에는 흰 공 10 개, 상자 B 에는 검은 공 10 개가 들어 있다. 다음과 같이 [실행 1]부터 [실행 3]까지 할 때, 상자 B 의 흰 공의 개수가 홀수일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

> [실행 1] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.
>
> [실행 2] 상자 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 A에 넣는다.
>
> [실행 3] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.


상자 A　　상자 B

[출처] 2015 모의_공공 교육청 고3 07월 18

42. 그림과 같이 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 한 면에만 각각 적혀 있는 6 장의 카드가 일렬로 놓여 있다. 주사위 한 개를 던져서 나온 눈의 수가 2 이하이면 가장 작은 숫자가 적혀 있는 카드 1 장을 뒤집고, 3 이상이면 가장 작은 숫자가 적혀 있는 카드부터 차례로 2 장의 카드를 뒤집는 시행을 한다. 3번째 시행에서 4가 적혀 있는 카드가 뒤집어질 확률은? (단, 모든 카드는 한 번만 뒤집는다.)



① $\frac{4}{9}$　② $\frac{13}{27}$　③ $\frac{14}{27}$

④ $\frac{5}{9}$　⑤ $\frac{16}{27}$

[출처] 2015 모의_공공 사관학교 고3 07월 29

43. 바닥에 놓여 있는 5개의 동전 중 임의로 2개의 동전을 선택하여 뒤집는 시행을 하기로 한다. 2개의 동전은 앞면이, 3개의 동전은 뒷면이 보이도록 바닥에 놓여있는 상태에서 이 시행을 3번 반복한 결과 2개의 동전은 앞면이, 3개의 동전은 뒷면이 보이도록 바닥에 놓여 있을 확률을 p라 할 때, $125p$의 값을 구하시오.
(단, 동전의 크기와 모양은 모두 같다.)

[출처] 2015 모의_공공 사관학교 고3 07월 20

44. 바닥에 놓여 있는 5개의 동전 중 임의로 2개의 동전을 선택하여 뒤집는 시행을 하기로 한다. 2개의 동전은 앞면이, 3개의 동전은 뒷면이 보이도록 바닥에 놓여있는 상태에서 이 시행을 3번 반복한 결과 2개의 동전은 앞면이, 3개의 동전은 뒷면이 보이도록 바닥에 놓여 있을 확률은?
(단, 동전의 크기와 모양은 모두 같다.)

① $\frac{77}{125}$ ② $\frac{31}{50}$ ③ $\frac{78}{125}$
④ $\frac{157}{250}$ ⑤ $\frac{79}{125}$

05 확통

05 조건부 확률

02 조건부확률과 곱셈정리

03 종속인 사건의 곱셈정리2 (확률조건)

[출처] 2017 모의_공공 사관학교 고3 07월 21

45. 자연수 n에 대하여 한 개의 주사위를 반복하여 던져서 나오는 눈의 수에 따라 다음과 같은 규칙으로 a_n을 정한다.

(가) $a_1=0$이고, $a_n(n\geq 2)$는 세 수 -1, 0, 1 중 하나이다.
(나) 주사위를 n번째 던져서 나온 눈의 수가
짝수이면 a_{n+1}은 a_n이 아닌 두 수 중에서 작은 수이고,
홀수이면 a_{n+1}은 a_n이 아닌 두 수 중에서 큰 수이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $a_2=1$일 확률은 $\frac{1}{2}$이다.
ㄴ. $a_3=1$일 확률과 $a_4=0$일 확률은 서로 같다.
ㄷ. $a_9=0$일 확률이 p이면 $a_{11}=0$일 확률은 $\frac{1-p}{4}$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

05 확통

05 조건부 확률

02 조건부확률과 곱셈정리

04 곱셈정리와 조건부확률1 (종속적 선후시행)

[출처] 2005 모의_공공 사관학교 고3 07월 9

[출처] 2005 모의_공공 사관학교 고3 07월 13

46. 빨간 공 4개와 파란 공 2개가 들어 있는 상자 A가 있다. 상자 A에서 동시에 공 3개를 꺼내어 비어 있는 상자 B에 넣은 다음 다시 상자 B에서 공 1개를 꺼냈다. 상자 B에서 꺼낸 공이 파란 공이었을 때 상자 A에서 상자 B로 옮겨진 공 3개가 빨간 공 2개와 파란 공 1개일 확률은?

① $\frac{1}{6}$　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$　⑤ $\frac{3}{5}$

[출처] 2005 모의_공공 경찰대 고3 07월 24

47. 어떤 범죄 사건에서 3명의 용의자가 포착되었다.

이들이 각각 진범일 확률은 $\frac{1}{3}$로 모두 같고, 이들 중에 진범이 있는 것은 의심의 여지가 없다고 가정하자.

수사반장은 다음과 같은 수사 계획을 세웠다. "우선 3명 중에 한 명을 임의로 뽑아 집중 수사를 한다. 다른 두 명은 과학 수사 팀에 의뢰하여 결백한지, 즉 용의선 상에서 제외 할 수 있는지를 조사한다." 그런데 수사반장은 다음과 같은 고민이 생겼다. "계획대로 수사가 시작된 지 얼마 지나지 않았을 때 만약 과학 수사 팀에 의뢰한 두 명 중에 한 명이 결백함이 밝혀진다면 처음 집중 수사 대상이었던 사람을 계속 수사할 것인지 아니면 과학 수사 팀에서 결백함이 밝혀지지 않은 다른 한 사람으로 수사 초점을 바꿀 것인지"가 문제가 된 것이다. 지금까지의 경험으로 볼 때, 과학 수사 결과 결백함이 밝혀진 자가 후일 범인임이 밝혀진 예는 전혀 없었으므로 과학 수사 결과 결백함이 밝혀지면 전혀 의심의 여지가 없는 것으로 가정하고, 또 처음 수사 대상자에 대한 수사 비용과 시간을 무시하기로 할 때, 즉 확률적으로만 판단할 때, 이 경우 수사반장의 합리적인 판단은 어느 것인가?

① 바꾸는 것이 확률적으로 유리하다.
② 바꾸지 않는 것이 확률적으로 유리하다.
③ 바꾸거나 바꾸지 않거나 진범을 알아낼 확률은 같다.
④ 주어진 정보와 가정만으로는 아무것도 알 수 없다.
⑤ 과학 수사 결과 결백함이 밝혀지지 않은 남은 한 사람이 진범이다.

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 예비 29

48. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

(가) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5 이상이면 나온 눈의 수를 점수로 한다. (나) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5보다 작으면 한 번 더 던져 나온 눈의 수를 점수로 한다.

시행의 결과로 얻은 점수가 5점 이상일 때, 주사위를 한 번만 던졌을 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2014 모의_공공 사관학교 고3 07월 11

49. 주머니 A에는 흰 공 2개, 검은 공 4개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 4개, 검은 공 2개가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣고 섞은 다음 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 꺼내어 주머니 A에 넣었더니 두 주머니에 있는 검은 공의 개수가 서로 같아졌다. 이때 주머니 A에서 꺼낸 공이 모두 검은 공이었을 확률은?

① $\frac{6}{11}$ ② $\frac{13}{22}$ ③ $\frac{7}{11}$
④ $\frac{15}{22}$ ⑤ $\frac{8}{11}$

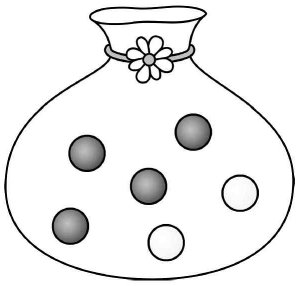
[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 30

50. 검은 공 4개, 흰 공 2개가 들어 있는 주머니에 대하여 다음 시행을 2회 반복한다.

주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낸 후, 꺼낸 공 중에서 흰 공은 다시 주머니에 넣고 검은 공은 다시 넣지 않는다.

두 번째 시행의 결과 주머니에 흰 공만 2개 들어 있을 때, 첫 번째 시행의 결과 주머니에 들어 있는 검은 공의 개수가 2일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 30

51. 주머니 A에 흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있고, 주머니 B에도 흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있다. 한 개의 동전을 사용하여 [실행 1]과 [실행 2]를 순서대로 하려고 한다.

[실행 1] 한 개의 동전을 던져 앞면이 나오면 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣고, 뒷면이 나오면 주머니 A에서 임의로 3개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣는다. [실행 2] 주머니 B에서 임의로 5개의 공을 꺼내어 주머니 A에 넣는다.

[실행 2]가 끝난 후 주머니 B에 흰 공이 남아 있지 않을 때, [실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공 중 흰 공이 2개이었을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

05 확통 05 조건부 확률

02 조건부확률과 곱셈정리

06 곱셈정리와 조건부확률3 (확률조건)

[출처] 2005 모의_공공 교육청 고3 03월 21

52. 어느 도시에서 야간에 뺑소니 사건이 일어났다. 이 도시 전체 차량의 80%는 자가용이고, 20%는 영업용이다. 그런데 한 목격자가 뺑소니 차량을 자가용이라고 증언하였다. 이 증언의 타당성을 알아보기 위해 사고와 동일한 상황에서 그 목격자가 자가용 차량과 영업용 차량을 구별할 수 있는 능력을 측정해본 결과 바르게 구별할 확률이 90%이었다. 그렇다면 목격자가 본 뺑소니 차량이 실제로 자가용일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. 이 때 $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이고, 모든 차량이 뺑소니 사건을 일으킬 가능성은 같다고 가정한다.)

[출처] 2006 모의_공공 사관학교 고3 07월 28

53. 어느 MIL에서는 매년 휴가기간에 4학년 생도 전부를 대상으로 해외 배낭여행을 실시하고 있다. 여행 6개월 전에 희망지역을 조사한 결과, 유럽, 미국, 아시아 지역을 희망한 생도의 비율이 각각 30%, 50%, 20%이었다. 비자발급을 위해 여행 3개월 전에 희망지역을 최종적으로 조사한 결과 유럽 지역을 희망했던 생도의 15%, 미국 지역을 희망했던 생도의 5%, 아시아 지역을 희망했던 생도의 35%가 여행지를 변경하였다. 여행지역을 변경한 생도 1명을 임의로 택할 때, 그 생도가 최초에 미국 지역을 희망했을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2007 모의_공공 교육청 고3 10월 8

54. 승용차를 타던 사람 중에서 2007년에 새 승용차로 바꾸어 구입한 사람을 대상으로 승용차를 소형차와 중대형차로 나누어 구매실태를 조사하였다. 조사 결과에 따르면 대상자의 60%가 소형차를 타던 사람이었다. 그리고 소형차를 타던 사람의 60%는 2007년에도 소형차를 구입하였고, 중대형차를 타던 사람의 80%는 2007년에도 중대형차를 구입하였다. 대상자 중에서 임의로 한 사람을 택하였더니 2007년에 중대형차를 구입한 사람이었다. 이 사람이 소형차를 타던 사람이었을 확률은?

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{2}{7}$

④ $\frac{3}{14}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

[출처] 2008 모의_공공 사관학교 고3 07월 19

[출처] 2008 모의_공공 사관학교 고3 07월 19

55. 사관학교 생도의 60%는 입교 전에 확률과 통계 과목을 배웠고, 40%는 배우지 않았다고 한다. 확률과 통계 과목을 배운 생도들의 20%, 배우지 않은 생도들의 10%는 통계학 성적이 A학점이었다. 임의로 한 명의 생도를 뽑았더니 그 생도의 통계학 성적이 A학점이었을 때, 그 생도가 입교 전에 확률과 통계 과목을 배웠을 확률은?

① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{11}{16}$ ③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{13}{16}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

[출처] 2009 모의_공공 사관학교 고3 07월 8

[출처] 2009 모의_공공 사관학교 고3 07월 8

56. 어느 보안 전문회사에서 바이러스 감염 여부를 진단하는 프로그램을 개발하였다. 그 진단 프로그램은 바이러스에 감염된 컴퓨터를 감염되었다고 진단할 확률이 94%이고, 바이러스에 감염되지 않은 컴퓨터를 감염되지 않았다고 진단할 확률이 98%이다. 실제로 바이러스에 감염된 컴퓨터 200대와 바이러스에 감염되지 않은 컴퓨터 300대에 대해 이 진단 프로그램으로 바이러스 감염 여부를 검사하려고 한다. 이 500대의 컴퓨터 중 임의로 한 대를 택하여 이 진단 프로그램으로 감염 여부를 검사하였더니 바이러스에 감염되었다고 진단하였을 때, 이 컴퓨터가 실제로 감염된 컴퓨터일 확률은?

① $\frac{94}{97}$ ② $\frac{92}{97}$ ③ $\frac{90}{97}$

④ $\frac{47}{49}$ ⑤ $\frac{47}{50}$

[출처] 2010 모의_공공 교육청 고3 07월 10

57. 어떤 고등학교 학생회장 선거에 갑과 을, 두 명의 후보가 출마했다. 갑과 을의 선거운동 시작 전 지지율은 각각 70%, 30%이었으나 선거 운동 후 갑을 지지하던 학생 중 60%가 을에게 투표하여 을이 57%의 득표율로 당선되었다. 투표 후 을에게 투표한 학생 중 한 명을 선택했을 때 이 학생이 선거운동 시작 전에도 을 후보를 지지하던 학생일 확률은?
(단, 기권과 무효표는 없다.)

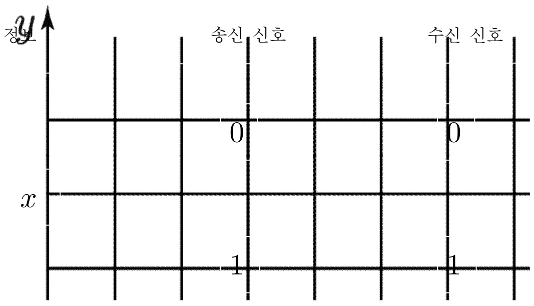
① $\frac{3}{19}$ ② $\frac{4}{19}$ ③ $\frac{5}{19}$

④ $\frac{6}{19}$ ⑤ $\frac{7}{19}$

[출처] 2012 모의_공공 사관학교 고3 07월 21

[출처] 2012 모의_공공 사관학교 고3 07월 21

58. 그림은 어떤 정보 x를 0과 1의 두 가지 중 한 가지의 송신 신호로 바꾼 다음 이를 전송하여 수신 신호를 얻는 경로를 나타낸 것이다.



이때 송신 신호가 전송되는 과정에서 수신 신호가 바뀌는 경우가 생기는데, 각각의 경우에 따른 확률은 다음과 같다.

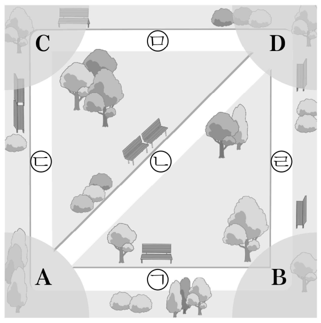
(가) 정보 x가 0, 1의 송신 신호로 바뀔 확률은 각각 0.4, 0.6이다.
(나) 송신 신호 0이 수신 신호 0, 1로 전송될 확률은 각각 0.95, 0.05이다.
(다) 송신 신호 1이 수신 신호 0, 1로 전송될 확률은 각각 0.05, 0.95이다.

정보 x를 전송한 결과 수신 신호가 1이었을 때, 송신 신호가 1이었을 확률은?

① $\frac{54}{59}$ ② $\frac{55}{59}$ ③ $\frac{56}{59}$ ④ $\frac{57}{59}$ ⑤ $\frac{58}{59}$

[출처] 2017 모의_공공 교육청 고3 10월 11

59. 그림의 네 지점 A, B, C, D에서 산책로 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 중 한 산책로를 지나갈 확률을 표로 나타내면 다음과 같다.



지점 \ 산책로	㉠	㉡	㉢	㉣	㉤
A	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0
B	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	0
C	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
D	0	0	0	0	0

A 지점을 출발하여 D 지점으로 이동할 때, 한 번 지난 산책로를 다시 지나지 않는 사건을 X, 산책로 ㉣ 또는 ㉤을 지나는 사건을 Y라 하자. $\mathrm{P}(Y|X)$ 의 값은?

① $\frac{7}{16}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{11}{16}$

05 확통 05 조건부 확률

02 조건부확률과 곱셈정리

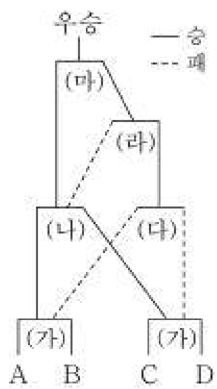
07 곱셈정리와 조건부확률4 (경기)

[출처] 2009 모의_공공 교육청 고3 10월 공통범위 23

[출처] 2009 모의_공공 교육청 고3 10월 23

60. 4개의 야구팀 A, B, C, D 가 다음과 같은 방법으로 우승팀을 결정하기로 하였다.

> (가) A 팀과 B 팀이 경기를 하고, C 팀과 D 팀이 경기를 한다.
>
> (나) (가)에서 이긴 팀끼리 경기를 한다.
>
> (다) (가)에서 진 팀끼리 경기를 한다.
>
> (라) (나)에서 진 팀과 (다)에서 이긴 팀이 경기를 한다.
>
> (마) (나)에서 이긴 팀과 (라)에서 이긴 팀이 경기를 한다.
>
> (바) (마)에서 이긴 팀이 우승팀이 된다.



매 경기에서 각 팀이 이길 확률은 모두 $\frac{1}{2}$ 로 같다고 하자. A 팀이 우승했을 때, A 팀이 (가)에서 이겼을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 두 자연수이다.)

05 확통 06 사건의 독립과 종속

01 독립과 종속

01 확률의 계산 (독립일 때)

[출처] 2010 모의_공공 교육청 고3 04월 공통범위 4

61. 두 사건 A, B가 서로 독립이고 $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}$ 일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)=k-\frac{1}{4}$ 이 되도록 하는 실수 k의 최솟값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{7}{8}$ ⑤ 1

[출처] 2011 모의_공공 사관학교 고3 07월 8

[출처] 2011 모의_공공 사관학교 고3 07월 8

62. 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 결과의 집합을 S라 하자. S의 부분집합인 세 사건 A, B, C는 다음 조건을 만족한다.

(가) $A \cup B \cup C = S$
(나) 사건 $A \cap B$와 사건 C는 서로 배반이다.
(다) 사건 A와 사건 B는 서로 독립이다.

$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{2}{3}$ 일 때, $\mathrm{P}(A|C)+\mathrm{P}(B|C)$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

05 확통 06 사건의 독립과 종속

01 독립과 종속

02 독립과 종속1 (독립 또는 종속조건)

[출처] 2009 모의_공공 교육청 고3 03월 30

63. 주머니 속에 8개의 공이 들어 있다. 이 중 k개는 흰 공이고, 나머지는 검은 공이다. 흰 공에는 1부터 k까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있고, 검은 공에는 $k+1$부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있다. 이 주머니에서 임의로 하나의 공을 꺼낼 때, 흰 공이 나오는 사건을 A라 하고, 홀수가 적힌 공이 나오는 사건을 B라 하자. 두 사건 A, B가 서로 독립이 되도록 자연수 k의 값을 정할 때, 모든 k의 값의 합을 구하시오. (단, $1 \le k \le 7$이다.)

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 11월 27

64. 한 개의 주사위를 한 번 던진다. 홀수의 눈이 나오는 사건을 A, 6 이하의 자연수 m에 대하여 m의 약수의 눈이 나오는 사건을 B라 하자. 두 사건 A와 B가 서로 독립이 되도록 하는 모든 m의 값의 합을 구하시오.

05 확통

06 사건의 독립과 종속

01 독립과 종속

04 독립과 종속3 (성질, 참거짓)

[출처] 2008 모의_공공 평가원 고3 11월 공통범위 17

[출처] 2008 모의_공공 평가원 고3 11월 17

65. 정보이론에서는 사건 E가 발생했을 때, 사건 E의 정보량 $I(E)$가 다음과 같이 정의된다고 한다.

$$I(E) = -\log_2 \mathrm{P}(\mathrm{E})$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 사 건 E가 일어날 확률 $\mathrm{P}(\mathrm{E})$ 는 양수이고, 정보량의 단위는 비트이다.)

<보 기>

ㄱ. 한 개의 주사위를 던져 홀수의 눈이 나오는 사건을 E라 하면 $I(E)=1$이다.

ㄴ. 두 사건 A, B가 서로 독립이고 $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})>0$ 이면 $I(A\cap B)=I(A)+I(B)$이다.

ㄷ. $\mathrm{P}(\mathrm{A})>0$, $\mathrm{P}(\mathrm{B})>0$ 인 두 사건 A, B에 대하여 $2I(A\cup B)\le I(A)+I(B)$ 이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

05 확통

06 사건의 독립과 종속

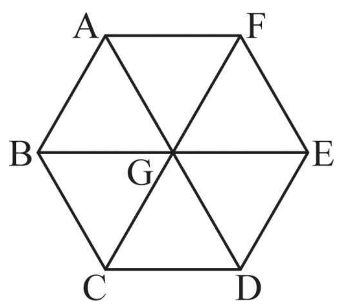
02 독립인 사건의 곱셈정리

01 독립인 사건의 곱셈정리1 (확률조건)

[출처] 2004 모의_공공 사관학교 고3 07월 9

[출처] 2004 모의_공공 사관학교 고3 07월 9

66. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 6개로 이루어진 정육각형 모양의 도형이 있다. 동전을 던져 앞면이 나오면 정삼각형의 변을 따라 1만큼씩 움직이고, 뒷면이 나오면 움직이지 않는다. 갑과 을이 각각 동전을 한 번씩 던지고 난 후에 갑은 점 A에서, 을은 점 F에서 출발하여 움직였을 때, 두 사람 사이의 거리가 1이 될 확률은? (단, 두 점 A, F에서 각 변을 따라 움직일 확률은 모두 $\dfrac{1}{3}$이다.)



① $\dfrac{7}{18}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{5}{9}$

④ $\dfrac{11}{18}$ ⑤ $\dfrac{13}{18}$

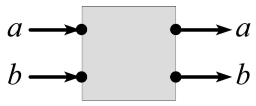
[출처] 2006 모의_공공 교육청 고3 03월 20

67. A, B, C, D 4개의 축구팀이 있다. 이들은 각각 다른 모든 팀과 1경기씩을 치르게 되고, 각각의 팀이 경기에서 이길 확률은 $\dfrac{1}{2}$이다. 경기에서 모두 이기거나, 경기에서 모두 진 팀이 생길 확률을 $\dfrac{n}{m}$ (m, n은 서로소인 자연수)이라 할 때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, 비기는 경기는 없다.)

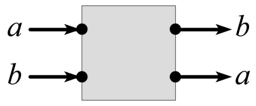
[출처] 2007 모의_공공 교육청 고3 10월 공통범위 16

[출처] 2007 모의_공공 교육청 고3 10월 16

68. 그림은 왼쪽의 입력 신호 a, b를 오른쪽으로 전달하여 신호를 출력하는 장치를 나타낸 것이다. 이 장치가 [그림1]과 같이 출력할 확률은 $\frac{1}{3}$이고, [그림2]와 같이 출력할 확률은 $\frac{2}{3}$이다.

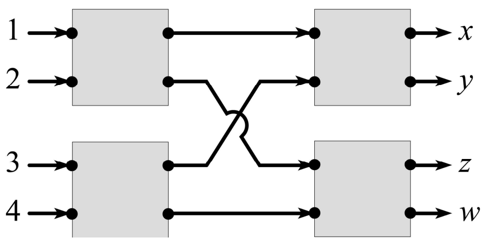


[그림1]



[그림2]

이 장치 4개를 아래 그림과 같이 연결하고, 입력신호를 1, 2, 3, 4로 하였을 때의 출력신호를 x, y, z, w라 하자. 이때, $y=3$ 또는 $z=1$일 확률은?
(단, 각 장치들은 독립적으로 작동한다.)



① $\frac{22}{81}$ ② $\frac{23}{81}$ ③ $\frac{25}{81}$

④ $\frac{26}{81}$ ⑤ $\frac{29}{81}$

05 확통

06 사건의 독립과 종속

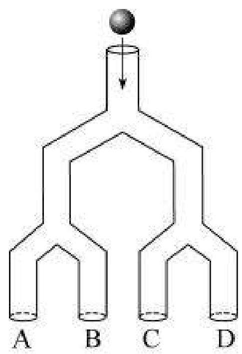
02 독립인 사건의 곱셈정리

02 독립인 사건의 곱셈정리2 (확률 구하기)

[출처] 2006 모의_공공 교육청 고3 10월 25

[출처] 2006 모의_공공 교육청 고3 10월 공통범위 25

69. 아래 그림은 어떤 오락기를 단순화하여 그린 것이다. 이 오락기는 입구에 공을 넣으면 A, B, C, D 중 어느 한 곳을 지나면서 그 위치의 꺼져 있는 전등은 켜지고, 켜져 있는 전등은 꺼지도록 되어 있다. 예를 들어 전구가 모두 꺼진 상태에서 공을 두 번 넣어 두 번 모두 A를 지나면 A위치의 전등은 켜졌다 꺼지고, 각각 A, B를 지나면 A, B 두 위치에 있는 전등은 모두 켜지게 된다. 이와 같이 공이 지날 때마다 전등이 켜지거나 꺼지기를 반복하다가 A, B, C, D 네 곳 모두 전등이 켜지면 게임은 끝난다.



여섯 번째 공을 넣었을 때 이 게임이 끝나게 될 확률을 $\frac{a}{b}$ (a, b는 서로소인 자연수)라고 하자. 이 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, 처음 상태는 전등이 모두 꺼져 있으며, 갈림길에서 양쪽 방향으로 공이 지나갈 확률은 서로 같다.)

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 09월 20

70. 상자 A와 상자 B에 각각 6개의 공이 들어 있다. 동전 1개를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 동전을 한 번 던져 앞면이 나오면 상자 A에서 공 1개를 꺼내어 상자 B에 넣고, 뒷면이 나오면 상자 B에서 공 1개를 꺼내어 상자 A에 넣는다.

위의 시행을 6번 반복할 때, 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 6번째 시행 후 처음으로 8이 될 확률은?

① $\frac{1}{64}$ ② $\frac{3}{64}$ ③ $\frac{5}{64}$
④ $\frac{7}{64}$ ⑤ $\frac{9}{64}$

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 29

71. A, B두 사람이 각각 4개씩 공을 가지고 다음 시행을 한다.

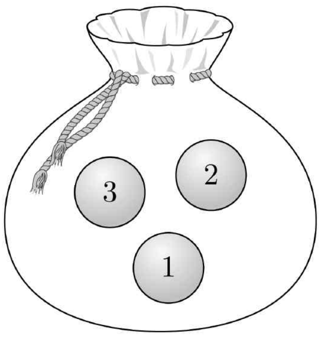
> A, B두 사람이 주사위를 한 번씩 던져 나온 눈의 수가 짝수인 사람은 상대방으로부터 공을 한 개 받는다.

각 시행 후 A가 가진 공의 개수를 세었을 때, 4번째 시행 후 센 공의 개수가 처음으로 6이 될 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 06월 확률과 통계 30

72. 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 5번 반복하여 확인한 5개의 수의 곱이 6의 배수일 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



05 확통 06 사건의 독립과 종속

03 독립시행의 확률

01 독립시행의 확률1 (기본)

[출처] 2007 모의_공공 사관학교 고3 07월 13

73. 한 개의 주사위를 4번 던질 때, 1의 눈이 나오는 횟수를 a, 2의 눈이 나오는 횟수를 b라 하자. $a-b=1$일 확률은?

① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{5}{27}$ ③ $\frac{2}{9}$

④ $\frac{19}{81}$ ⑤ $\frac{7}{27}$

[출처] 2009 모의_공공 교육청 고3 03월 29

74. A 대학교에서는 수시모집과 정시모집으로 입학생을 선발한다. 수시모집은 정시모집보다 먼저 실시하고, 수시모집에 지원하여 합격한 학생은 정시모집에 지원할 수 없다고 한다. 어떤 고등학생 3명이 A 대학교의 수시모집에 지원하였을 때 합격할 확률은 각각 $\frac{1}{2}$ 이고, 정시 모집에 지원하였을 때 합격할 확률은 각각 $\frac{1}{3}$ 이라고 하자. 이 학생 3명이 A 대학교의 수시모집에 모두 지원하고, 이 중 불합격한 학생은 다시 A 대학교의 정시모집에 지원한다고 할 때, 3명 중 2명이 합격할 확률은?
(단, 각 학생이 A 대학교에 합격하는 사건은 서로 독립이다.)

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{14}{27}$ ③ $\frac{5}{9}$

④ $\frac{16}{27}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

[출처] 2013 모의_공공 사관학교 고3 07월 26

75. 지호와 영수는 가위바위보를 한 번 할 때마다 다음과 같은 규칙으로 사탕을 받는 게임을 한다.

(가) 이긴 사람은 2개의 사탕을 받고, 진 사람은 1개의 사탕을 받는다. (나) 비긴 경우에는 두 사람 모두 1개의 사탕을 받는다.

게임을 시작하고 나서 지호가 받은 사탕의 총 개수가 5인 경우가 생길 확률은 $\frac{k}{243}$이다. 자연수 k의 값을 구하시오.
(단, 두 사람이 각각 가위, 바위, 보를 낼 확률은 같다.)

[출처] 2019 모의_공공 평가원 고3 11월 20

76. 한 개의 동전을 7번 던질 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은?

> (가) 앞면이 3번 이상 나온다.
>
> (나) 앞면이 연속해서 나오는 경우가 있다.

① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{23}{32}$ ③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{25}{32}$ ⑤ $\frac{13}{16}$

05 확통 06 사건의 독립과 종속

03 독립시행의 확률

02 독립시행의 확률2 (독립시행을 여러 번 - 곱셈정리)

[출처] 2014 모의_공공 사관학교 고3 07월 27

77. 주머니 A에는 흰 구슬 2개, 검은 구슬 1개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 구슬 1개, 검은 구슬 2개가 들어 있다. 한 개의 주사위를 던져서 3의 배수의 눈이 나오면 주머니 A에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼내고, 3의 배수가 아닌 눈이 나오면 주머니 B에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼낸다. 주사위를 4번 던지고 난 후에 주머니 A에는 검은 구슬이, 주머니 B에는 흰 구슬이 각각 한 개씩 남아 있을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이고, 꺼낸 구슬은 다시 넣지 않는다.)

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 09월 15

78. 동전 A의 앞면과 뒷면에는 각각 1과 2가 적혀 있고, 동전 B의 앞면과 뒷면에는 각각 3과 4가 적혀 있다. 동전 A를 세 번, 동전 B를 네 번 던져 나온 7개의 수의 합이 19 또는 20일 확률은?

① $\frac{7}{16}$ ② $\frac{15}{32}$ ③ $\frac{1}{2}$

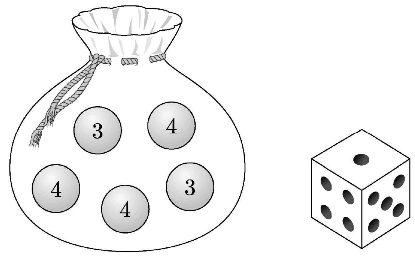
④ $\frac{17}{32}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 19

79. 숫자 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

> 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적힌 수가 3이면 주사위를 3번 던져서 나오는 세 눈의 수의 합을 점수로 하고, 꺼낸 공에 적힌 수가 4이면 주사위를 4번 던져서 나오는 네 눈의 수의 합을 점수로 한다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 10점일 확률은?



① $\frac{13}{180}$ ② $\frac{41}{540}$ ③ $\frac{43}{540}$

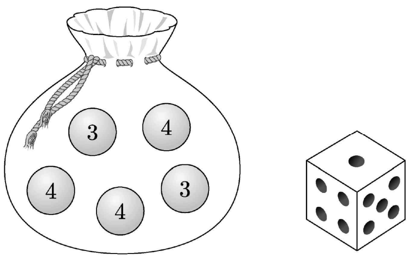
④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{47}{540}$

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 29

80. 숫자 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적힌 수가 3이면 주사위를 3번 던져서 나오는 세 눈의 수의 합을 점수로 하고, 꺼낸 공에 적힌 수가 4이면 주사위를 4번 던져서 나오는 네 눈의 수의 합을 점수로 한다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 10점일 확률을 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



05 확통

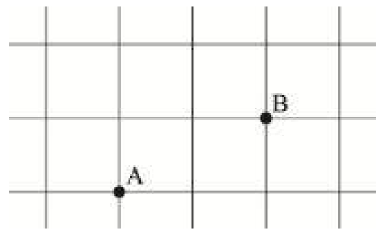
06 사건의 독립과 종속

03 독립시행의 확률

05 독립시행의 확률5 (경로문제)

[출처] 2005 모의_공공 교육청 고3 07월 공통범위 24

81. 그림과 같은 도로망에서 동점 P는 주사위를 한 번 던질 때마다 다음 규칙에 따라 움직인다.



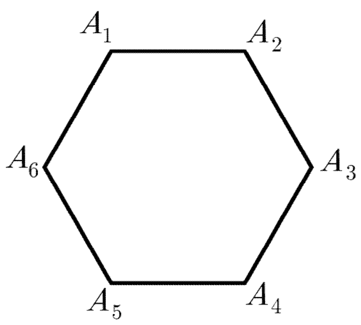
○ 3 이하의 눈이 나오면 오른쪽으로 1칸 이동한다. ○ 4 또는 5의 눈이 나오면 왼쪽으로 1칸 이동한다. ○ 6의 눈이 나오면 위쪽으로 1칸 이동한다.

한 개의 주사위를 5번 던질 때, A지점에 있는 동점 P가 B지점에 있게 될 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2007 모의_공공 교육청 고3 07월 28

82. 꼭짓점이 $A_1,\ A_2,\ A_3,\ \cdots,\ A_6$ 인 정육각형 모양의 게임 판에서 다음 규칙에 따라 게임이 진행된다.

> 규칙1. A_1 을 출발점으로 한다.
>
> 규칙2. 동전을 던져 앞면이 나오면 시계방향의 이웃한 꼭짓점으로 이동하고 뒷면이 나오면 반시계 방향의 이웃한 꼭짓점으로 이동한다.
>
> 규칙3. A_4 에 도달하면 더 이상 동전을 던지지 않고 게임은 끝난다.



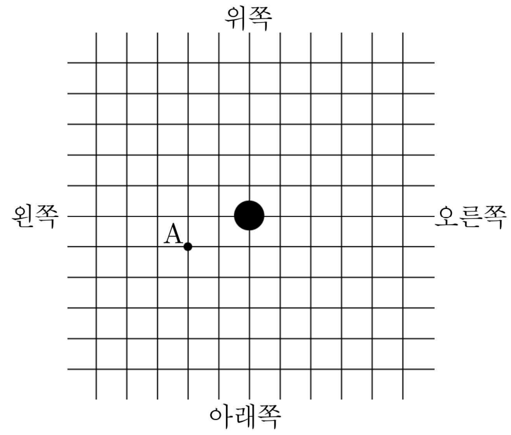
동전을 다섯 번 던져서 게임이 끝날 확률은?

① $\frac{7}{32}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{5}{32}$

④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{3}{32}$

[출처] 2008 모의_공공 교육청 고3 04월 공통범위 11

83. 그림과 같이 바둑판의 중앙에 바둑돌 한 개가 놓여 있다.



한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수에 따라 다음과 같은 규칙으로 바둑돌을 이동시킨다.

나온 눈의 수	이동 방법
1 또는 2	오른쪽으로 1칸
3 또는 4	왼쪽으로 1칸
5	아래쪽으로 1칸
6	위쪽으로 1칸

한 개의 주사위를 5번 던졌을 때, 바둑돌이 A 지점에 놓이게 될 확률은?

① $\frac{49}{972}$ ② $\frac{17}{324}$ ③ $\frac{53}{972}$

④ $\frac{55}{972}$ ⑤ $\frac{19}{324}$

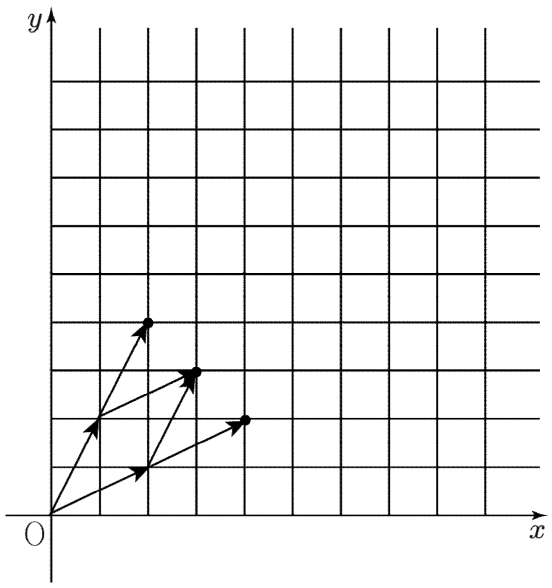
[출처] 2009 모의_공공 사관학교 고3 07월 29

[출처] 2009 모의_공공 사관학교 고3 07월 29

84. 좌표평면 위에서 점 P는 한 번의 이동으로 다음의 (규칙1) 또는 (규칙2)를 따라 이동한다.

(규칙1) x축의 양의 방향으로 1만큼, y축의 양의 방향으로 2만큼 이동한다.
(규칙2) x축의 양의 방향으로 2만큼, y축의 양의 방향으로 1만큼 이동한다.

예를 들어, 원점 O에 있는 점 P가 두 번의 이동으로 도달할 수 있는 곳을 표시하면 그림과 같다.



점 P가 (규칙1)을 따라 이동할 확률은 $\frac{1}{3}$이고 (규칙2)를 따라 이동할 확률은 $\frac{2}{3}$일 때, 위와 같은 규칙으로 점 P가 원점 O에서부터 다섯 번의 이동으로 점 (8, 7)에 도달할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. 이때, 서로소인 두 자연수 p, q의 합 $p+q$의 값을 구하시오.
(단, 매번 이동하는 사건은 서로 독립이다.)

05 확통

06 사건의 독립과 종속

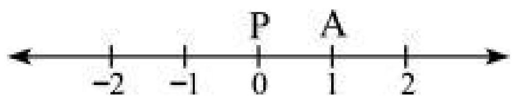
03 독립시행의 확률

06 독립시행의 확률6 (조건부확률)

[출처] 2005 모의_공공 교육청 고3 10월 20

[출처] 2005 모의_공공 교육청 고3 10월 공통범위 20

85. 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 던져 짝수의 눈이 나오면 오른쪽으로 1만큼, 홀수의 눈이 나오면 왼쪽으로 1만큼 점 P가 움직인다. 주사위를 4번 던진 후 원점에서 출발한 점 P가 다시 원점으로 돌아왔을 때, 점 P가 점 A(1)을 들러 왔을 확률은 $\frac{b}{a}$ (a, b는 서로소인 자연수)이다. 이 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.
(단, 주사위의 각 눈이 나올 확률은 같다.)



[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 11월 18

86. 좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

> 동전을 한 번 던져
> 앞면이 나오면 점 A를 x축의 양의 방향으로 1만큼,
> 뒷면이 나오면 점 A를 y축의 양의 방향으로 1만큼
> 이동시킨다.

위의 시행을 반복하여 점 A의 x좌표 또는 y좌표가 처음으로 3이 되면 이 시행을 멈춘다. 점 A의 y좌표가 처음으로 3이 되었을 때, 점 A의 x좌표가 1일 확률은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 11월 30

87. 흰 공과 검은 공이 각각 10개 이상 들어 있는 바구니와 비어 있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
> 나온 눈의 수가 5 이상이면 바구니에 있는 흰 공 2개를 주머니에 넣고,
> 나온 눈의 수가 4 이하이면 바구니에 있는 검은 공 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 5번 반복할 때, n $(1 \le n \le 5)$번째 시행 후 주머니에 들어 있는 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 a_n, b_n이라 하자. $a_5+b_5 \ge 7$일 때, $a_k=b_k$인 자연수 k $(1 \le k \le 5)$가 존재할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 30

88. 각 면에 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 2가 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 6번 던질 때, $n(1 \le n \le 6)$번째에 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 수를 a_n이라 하자. $a_1+a_2+a_3>a_4+a_5+a_6$일 때, $a_1=a_4=1$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 11월 확률과 통계 29

89. 앞면에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있고 뒷면에는 모두 0이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드가 그림과 같이 6 이하의 자연수 k에 대하여 k번째 자리에 자연수 k가 보이도록 놓여 있다.

이 6장의 카드와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k이면 k번째 자리에 놓여 있는 카드를 한 번 뒤집어 제자리에 놓는다.

위의 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수일 때, 주사위의 1의 눈이 한 번만 나왔을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

05 확통

06 사건의 독립과 종속

03 독립시행의 확률

07 독립시행의 확률7 (활용)

[출처] 2006 모의_공공 교육청 고3 04월 공통범위 22

90. 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수 n에 대하여

$$f(n)=n+2(-1)^n-2\left[\frac{n}{2}\right]$$

이라 하자. 한 개의 주사위를 5번 던져서 나온 눈의 수 $n_1,\ n_2,\ n_3,\ n_4,\ n_5$에 대하여

$$f(n_1)+f(n_2)+f(n_3)+f(n_4)+f(n_5)=4$$

일 확률을 $\frac{a}{b}$라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수이고, $a,\ b$는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2010 모의_공공 교육청 고3 03월 28

91. 여섯 면에 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀있는 정육면체 모양의 주사위가 있다. 이 주사위를 100번 반복하여 던질 때, 3의 배수가 k번 나올 확률을 $\mathrm{P}(k)$라 하자. $\sum_{k=1}^{50}\{\mathrm{P}(2k-1)-\mathrm{P}(2k)\}$의 값은?

① $\left(\frac{1}{3}\right)^{100}$ ② $\left(\frac{2}{3}\right)^{100}-\left(\frac{1}{3}\right)^{100}$

③ $\left(\frac{1}{3}\right)^{100}-\left(\frac{2}{3}\right)^{100}$ ④ $\left(\frac{2}{3}\right)^{50}-\left(\frac{1}{3}\right)^{50}$

⑤ $\left(\frac{1}{3}\right)^{50}-\left(\frac{2}{3}\right)^{50}$

[출처] 2016 모의_공공 평가원 고3 06월 19

92. 각 면에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 상자를 던져 밑면에 적힌 숫자를 읽기로 한다. 이 상자를 3번 던져 2가 나오는 횟수를 m, 2가 아닌 숫자가 나오는 횟수를 n이라 할 때, $i^{|m-n|}=-i$일 확률은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

05 확통 06 사건의 독립과 종속

03 독립시행의 확률

08 확률과 점화식

[출처] 2004 모의_공공 사관학교 고3 07월 21

[출처] 2004 모의_공공 사관학교 고3 07월 21

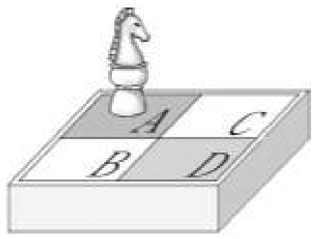
93. 두 개의 주머니 A, B가 있다. A주머니에는 흰 공 1개와 검은 공 1개가 들어 있고 B주머니에는 검은 공 2개가 들어 있다. A주머니에 있는 공을 1개 꺼내어 B주머니에 넣은 후, 다시 B주머니에서 공을 1개 꺼내어 A주머니에 넣는 과정을 1번의 시행이라 하자. 이와 같은 시행을 4 번 반복하였을 때, A주머니에 흰 공이 들어 있을 확률은?

① $\frac{83}{162}$ ② $\frac{41}{81}$ ③ $\frac{14}{27}$

④ $\frac{33}{64}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

[출처] 2010 모의_공공 교육청 고3 03월 16

94. 그림과 같은 말과 말판이 있다. 말은 한 번에 한 칸씩 인접한 칸으로 움직이는 데 인접한 각 칸으로 이동할 확률은 모두 $\frac{1}{2}$ 이다. 예를 들어 A에 있던 말이 A와 인접한 칸인 B, C로 이동할 확률은 각각 $\frac{1}{2}$ 이다. 최초 A에 있던 말이 n번 이동하여 처음으로 D에 도착할 확률을 P_n 이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



<보 기>

ㄱ. $P_2 = \frac{1}{2}$

ㄴ. $P_{2n+2} = \frac{1}{2} P_{2n}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{10} P_k = \frac{1023}{1024}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[준킬러][확통] 2확률(빠른 정답)

준킬러확통 2023.01.07

1. [정답] ③
2. [정답] 23
3. [정답] 19
4. [정답] ④
5. [정답] ④

6. [정답] 68
7. [정답] ③
8. [정답] ②
9. [정답] ⑤
10. [정답] ⑤

11. [정답] ①
12. [정답] ②
13. [정답] 259
14. [정답] ④
15. [정답] ③

16. [정답] 13
17. [정답] ③
18. [정답] ④
19. [정답] ⑤
20. [정답] 89

21. [정답] ②
22. [정답] 35
23. [정답] 19
24. [정답] 22
25. [정답] ③

26. [정답] ②
27. [정답] ③
28. [정답] ③
29. [정답] 50
30. [정답] 43

31. [정답] 46
32. [정답] ③
33. [정답] 25
34. [정답] 9
35. [정답] 48
36. [정답] ②
37. [정답] ②
38. [정답] ③
39. [정답] ④
40. [정답] 11

41. [정답] 49

42. [정답] ③
43. [정답] 78
44. [정답] ③
45. [정답] ③

46. [정답] ⑤
47. [정답] ①
48. [정답] 34
49. [정답] ①
50. [정답] 41

51. [정답] 17
52. [정답] 73
53. [정답] 33
54. [정답] ①
55. [정답] ③

56. [정답] ①
57. [정답] ③
58. [정답] ④
59. [정답] ②
60. [정답] 7

61. [정답] ⑤
62. [정답] ④
63. [정답] 12
64. [정답] 8
65. [정답] ⑤

66. [정답] ④
67. [정답] 13
68. [정답] ③
69. [정답] 35
70. [정답] ③

71. [정답] 135

72. [정답] 47
73. [정답] ④
74. [정답] ①
75. [정답] 182

76. [정답] ①
77. [정답] 251
78. [정답] ①
79. [정답] ⑤
80. [정답] 587

81. [정답] 41
82. [정답] ②
83. [정답] ④
84. [정답] 323
85. [정답] 13

86. [정답] ③
87. [정답] 191
88. [정답] 133
89. [정답] 49
90. [정답] 21

91. [정답] ②
92. [정답] ②
93. [정답] ④
94. [정답] ②

[준킬러][확통] 2확률(해설)

준킬러확통 2023.01.07

1) [정답] ③

[해설]

전체 경우의 수는 $2^5=32$가지

앞면을 H, 뒷면을 T라 하면 주어진 직선과 오직 한번만 만나는 경우는

(H,H,H,H,H), (H,H,H,H,T), (H,H,H,T,H),

(T,H,H,H,H), (H,T,H,H,H)의 5가지이다.

$\therefore p=\dfrac{5}{32}$

2) [정답] 23

[해설]

$i^m \cdot (-i)^n=(-1)^n \cdot i^{m+n}$ 이므로

$i^m \cdot (-1)^n$ 의 값이 1이 되는 경우는

n이 짝수이고 $m+n=4,\ 8,\ 12$

또는 n이 홀수이고 $m+n=2,\ 6,\ 10$이다.

(1) n이 짝수이고 $m+n=4,\ 8,\ 12$인 경우는

(2,2),(2,6),(4,4),(6,2),(6,6) 의 5가지

(2) n이 홀수이고 $m+n=2,\ 6,\ 10$인 경우는

(1,1),(1,5),(3,3),(5,1),(5,5) 의 5가지 따라서, 구하는 확률은

$\dfrac{5+5}{36}=\dfrac{5}{18}$ 이므로 $p+q=18+5=23$

3) [정답] 19

[해설]

3^m의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1이 반복되고, 8^n의 일의 자리 숫자는 8, 4, 2, 6이 반복된다.

3^m+8^n의 일의 자리의 수가 3인 경우는 3가지

ⅰ)3^m의 일의 자리수: 9 , 8^n의 일의 자리수: 4

ⅱ)3^m의 일의 자리수: 7 , 8^n의 일의 자리수: 6

ⅲ)3^m의 일의 자리수: 1 , 8^n의 일의 자리수: 2

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{3}{16}$

4) [정답] ④

[해설]

주사위를 세 번 던져서 나오는 모든 경우의 수는 216가지이다.

$a<b-2\le c$를 만족시키는 경우이므로 a를 기준으로 b, c가 될 수 있는 경우의 수를 구해보면

$a=1$일 때, $b=4$이면 c는 $2, 3, 4, 5, 6$으로 5가지

$a=1$일 때, $b=5$이면 c는 $3, 4, 5, 6$으로 4가지

$a=1$일 때, $b=6$이면 c는 $4, 5, 6$으로 3가지

$a=2$일 때, $b=5$이면 c는 $3, 4, 5, 6$으로 4가지

$a=2$일 때, $b=6$이면 c는 $4, 5, 6$으로 3가지

$a=3$일 때, $b=6$이면 c는 $4, 5, 6$으로 3가지

따라서 $a<b-2\le c$를 만족시키는 경우의 수는 22가지이다.

따라서 구하려는 확률은 $\dfrac{22}{216}=\dfrac{11}{108}$이다.

5) [정답] ④

[해설]

$\overline{\mathrm{AB}}=8$에서 삼각형ABC의 높이를 h라고 하면,

삼각형ABC의 넓이 S는 $\mathrm{S}=8\cdot h\cdot \dfrac{1}{2}<12$에서 $h<3$이고,

$\overline{\mathrm{AB}}$가 y축 위에 있으므로 $h=m\cos\dfrac{n\pi}{3}$ 이므로

$\left|m\cos\dfrac{n\pi}{3}\right|<3$을 만족하는 m, n의 순서쌍 $(m,\ n)$은

$m=1$, $n=1,\ 2,\ \cdots,6$

$m=2$, $n=1,\ 2,\ \cdots,6$

$m=3$, $n=1,\ 2,\ 4,\ 5$

$m=4$, $n=1,\ 2,\ 4,\ 5$

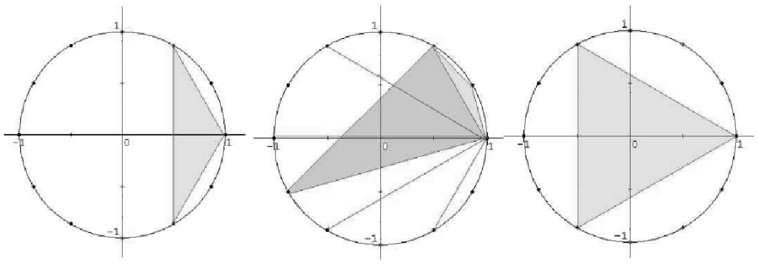
$m=5$, $n=1,\ 2,\ 4,\ 5$

에서 구하는 확률은 $\dfrac{6+6+4+4+4}{36}=\dfrac{24}{36}=\dfrac{2}{3}$

6) [정답] 68

[해설]

A, B, C는 그림과 같이 단위원을 12등분하는 점이다.



이등변삼각형인 경우는

(i) $\overline{AB}=\overline{AC}$인 경우 5가지

(ii) A가 이등변삼각형의 밑변의 꼭짓점인 경우 10가지

(iii) 정삼각형은 1가지인데 (i), (ii) 에서 3번 중복

따라서 이등변삼각형은 $5+10-2=13$이고,

모든 경우의 수는 ${}_{11}C_2=55$이다.

$\therefore\ \dfrac{q}{p}=\dfrac{13}{55},\ p+q=13+55=68$

7) [정답] ③

[해설]

주어진 조건에 따라 확률을 구해 보면

$P_2=\dfrac{10}{{}_{11}C_2}=\dfrac{2}{11},\ P_3=\dfrac{9}{{}_{11}C_3}=\dfrac{3}{55}$

$P_4=\dfrac{8}{{}_{11}C_4}=\dfrac{4}{165},\ P_5=\dfrac{7}{{}_{11}C_5}=\dfrac{1}{66}$

$P_6=\dfrac{6}{{}_{11}C_6}=\dfrac{1}{77},\ P_7=\dfrac{5}{{}_{11}C_7}=\dfrac{5}{{}_{11}C_4}=\dfrac{1}{66}=P_5$

$P_8=\dfrac{4}{{}_{11}C_8}=\dfrac{4}{{}_{11}C_3}=P_4,\ P_9=\dfrac{3}{{}_{11}C_9}=\dfrac{3}{{}_{11}C_2}=P_3$

$P_{10}=\dfrac{2}{{}_{11}C_{10}}=\dfrac{2}{{}_{11}C_1}=P_2\quad \therefore\ P_k=P_{12-k}$

따라서, ㄱ, ㄴ은 참이지만 최소값은 P_6이므로 ㄷ은 옳지 않다.

8) [정답] ②

[해설]

$a,\ c,\ e$는 두 개가 있으므로 뽑은 6개의 문자 중에 이들 세 문자가 몇 개가 들어있는가에 따라 나누어 고려하자.

전체 가능한 경우의 수는 ${}_{13}C_6=1716$(가지)

이다.

(i) 서로 다른 7개의 문자에서 6개를 선택하는 경우 :

${}_7C_6=7$(가지)

(ii) 서로 다른 7개의 문자에서 5개를 선택하고 $a,\ c,\ e$문자 중에 하나를 선택하는 경우 : ${}_7C_5\times 6$(가지)

여기서 $a,\ c,\ e$문자 6개 중에서 하나를 선택하는 방법은 모두 6가지임을 의미한다.

(iii) 서로 다른 7개의 문자에서 4개를 선택하고 $a,\ c,\ e$ 중에서 2개를 선택하는 경우 : ${}_7C_4\times 3\times 4$(가지)

여기서 뒤에 있는 3은 $a,\ c,\ e$ 중에서 2개의 문자를 선택하는 방법의 수를 의미하며, 4는 선택된 두 문자에서 선택할 수 있는 방법의 수를 의미한다. 예를 들면, $a,\ b$가 선택된 경우에 문자 a와 b는 각각 2개씩 있으므로 선택할 수 있는 방법은 4가지이다.

(iv) 서로 다른 7개의 문자에서 3개를 선택하고 $a,\ c,\ e$ 중에서 3개를 선택하는 경우 : ${}_7C_3\times 8$(가지)

$a,\ b,\ c$가 모두 한 번씩 선택되는 경우이고 a를 선택하는 방법이 2가지, b와 c를 선택하는 방법 또한 2가지이므로 선택하는 방법의 수는 8가지이다.

따라서 구하는 확률은

$\dfrac{7+(21\times 6)+(35\times 3\times 4)+(35\times 8)}{1716}=\dfrac{883}{1716}$

9) [정답] ⑤

[해설]

9개의 공 중에서 4개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는

$${}_9C_4=\frac{9\times 8\times 7\times 6}{4\times 3\times 2\times 1}=126$$

꺼낸 공에 적혀 있는 수 중 가장 큰 수를 M, 가장 작은 수를 m이라 하면 $7\le M+m\le 9$를 만족하는 경우의 수는 다음과 같다.

(i) $m=1,\ M=6$일 때

2, 3, 4, 5 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_4C_2=6$ (가지)

(ii) $m=1,\ M=7$일 때

2, 3, 4, 5, 6 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_5C_2=10$ (가지)

(iii) $m=1,\ M=8$일 때

2, 3, 4, 5, 6, 7 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_6C_2=15$ (가지)

(iv) $m=2,\ M=5$일 때

3, 4 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_2C_2=1$ (가지)

(V) $m=2,\ M=6$일 때

3, 4, 5 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_3C_2=3$ (가지)

(vi) $m=2$, $M=7$일 때

3, 4, 5, 6 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_4C_2=6$ (가지)

(vii) $m=3$, $M=6$일 때

4, 5 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_2C_2=1$ (가지)

이상에서 주어진 조건을 만족하는 경우의 수는

$6+10+15+1+3+6+1=42$ (가지)

따라서 구하는 확률은

$\frac{42}{126}=\frac{1}{3}$

10) [정답] ⑤

[해설]

주머니에서 임의로 5개의 공을 동시에 꺼내는 방법의 수는 ${}_{10}C_5=252$

i) 연속된 세 수가 $\{1, 2, 3\}$인 경우

4를 제외한 6개 중 2개를 선택하므로 ${}_6C_2=15$

ii) 연속된 세 수가 $\{8, 9, 10\}$인 경우

7을 제외한 6개 중 2개를 선택하므로 ${}_6C_2=15$

iii) 연속된 세 수가 $\{n+1, n+2, n+3\}$

$(n=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6)$인 경우

n과 $n+4$를 제외한 5개 중 2개를 선택하므로

$6\times{}_5C_2=60$

i), ii), iii)에 의하여 $n(A)=90$

따라서 $\mathrm{P}(A)=\frac{90}{252}=\frac{5}{14}$

11) [정답] ①

[해설]

$15=5\times3$이므로

5와 3의 배수 3, 6, 9 중 적어도 한 개가 뽑혀야 한다.

그리고 합이 홀수이므로 5 이외의 3개의 합은 짝수이다.

이제 5와 다른 합이 짝수인 경우의 수를 구하고 이 중에서 3의 배수가 뽑히지 않은 경우를 제거하여 원하는 경우의 수를 구하자.

ㄱ. 5을 제외한 홀수 1, 3, 7, 9/ 짝수 2, 4, 6, 8에서

각각 2개, 1개인 경우 ${}_4C_2\times{}_4C_1=24$

각각 0개, 3개인 경우 ${}_4C_3=4$

ㄴ. 3의 배수가 뽑히지 않은 경우는

홀수 1, 7 / 짝수 2, 4, 8에서

각각 2개, 1개인 경우 ${}_2C_2\times{}_3C_1=3$

각각 0개, 3개인 경우 1

따라서 조건을 만족하는 경우의 수는 $(24+4)-(3+1)=24$

구하려는 확률은 $\frac{24}{{}_9C_4}=\frac{24}{126}=\frac{4}{21}$

12) [정답] ②

[해설]

(i) $(x, y, z)=(6, 1, 2)$인 경우 총 9개의 공을 꺼내므로 전체 경우는 ${}_{12}P_9$이고,

(1) 빨간공을 6개 뽑으므로 ${}_6P_6$

(2) 파란공을 1개 뽑으므로 ${}_3P_1$

(3) 노란공을 2개 뽑으므로 ${}_3P_2$

(4) 뽑은 9개의 공을 나열하는 가짓수 $\frac{9!}{6!2!}$

(1)~(4)에서 경우의 수는 $9\times9!$

이때 ${}_{12}P_9={}_{12}C_9\times9!={}_{12}C_3\times9!$이므로 확률은 $\frac{9}{220}$이다,

(ii) 같은 방법으로

$(x, y, z)=(6, 2, 1)$일 확률은 $\frac{9}{220}$

(iii) $(x, y, z)=(6, 2, 2)$인 경우

10번째 시행은 반드시 빨간공이 나오므로 9번째 시행까지 $(x, y, z)=(5, 2, 2)$이다.

$(x, y, z)=(5, 2, 2)$일 확률은 $\frac{27}{110}$이고, 10번째 시행에서 빨간공이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이므로

$(x, y, z)=(6, 2, 2)$일 확률은 $\frac{9}{110}$이다.

위의 과정에서 $p=\frac{9}{220}$, $q=\frac{9}{110}$

$p+q=\frac{27}{220}$

13) [정답] 259

[해설]

① $a_1>a_2$, $a_2<a_3<a_4<a_5<a_6$

a_1을 2, 3, 4, 5, 6 중에서 하나 정하면 된다.

따라서 5가지

② $a_1<a_2$, $a_2>a_3$, $a_3<a_4<a_5<a_6$

a_1와 a_3는 a_2보다 작으므로 가능한 a_2는 3, 4, 5, 6이고 그 각각에 대하여 a_2보다 작은 a_1을 정하기만 하면 되는데, 각각 2, 3, 4, 5가지이므로 모두 14가지

③ $a_1 < a_2 < a_3$, $a_3 > a_4$, $a_4 < a_5 < a_6$

a_3보다 작은 것이 a_1, a_2, a_4이므로 가능한 a_3는 4, 5, 6이고 그 각각에 대하여 $a_1 < a_2$를 정하기만 하면된다.

따라서 ${}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 = 19$가지

④ $a_4 > a_5$인 경우는 ②를 반대로 대칭배열한다.

따라서 14가지

⑤ $a_5 > a_6$인 경우도 ①을 반대로 대칭배열한다. 따라서 5가지 모든 경우의 수는 6!이므로 구하는 확률은

$$\frac{5+14+19+14+5}{6!} = \frac{19}{240}$$

$\therefore\ 19 + 240 = 259$

14) [정답] ④

[해설]

5 개의 과일을 4 사람에게 나누어 주려면 먼저 4 개의 과일 꾸러미로 분할을 한다.

2개, 1개, 1개, 1개 로 먼저 분할하는 방법은

$${}_5C_2 \times {}_3C_1 \times {}_2C_1 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{3!}$$

다시 4 사람에게 분배하는 방법은

$${}_5C_2 \times {}_3C_1 \times {}_2C_1 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{3!} \times 4!$$

2 개를 받은 학생이 같은 종류의 과일을 받을 수 있는 경우의 수는

㉠ 과일 2개를 받은 학생의 경우 수: 4가지(학생 4명)

㉡ 과일의 종류: 사과로써 같을 때, 복숭아로써 같을 때

㉢ ㉠, ㉡ 이 결정될 때 나머지 3개의 과일이 나머지 3 학생에게 나누어 줄 수 있는 경우 수:3!

에서 2 개를 받은 학생이 같은 종류의 과일을 받을 수 있는 경우의 수 : $4 \times {}_3C_2 \times 3! + 4 \times {}_2C_2 \times 3!$

($\because$ 사과 2 개가 한 학생에게 분배되는 모든 경우:$4 \times {}_3C_2 \times 3!$복숭아 2 개가 한 학생에게 분배되는 모든 경우:$4 \times {}_2C_2 \times 3!$)

따라서 확률은 $\dfrac{4 \times {}_3C_2 \times 3! + 4 \times {}_2C_2 \times 3!}{{}_5C_2 \times {}_3C_1 \times {}_2C_1 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{3!} \times 4!} = \dfrac{2}{5}$

15) [정답] ③

[해설]

정의역 X, 공역 Y, $n(X) = 6$, $n(Y) = 3$에 대하여 전사함수가 될 확률을 구하는 문제이다.

따라서 $\dfrac{3^6 - {}_3C_2 \cdot 2^6 + {}_3C_1 \cdot 1^6}{3^6} = \dfrac{20}{27}$이다.

16) [정답] 13

[해설]

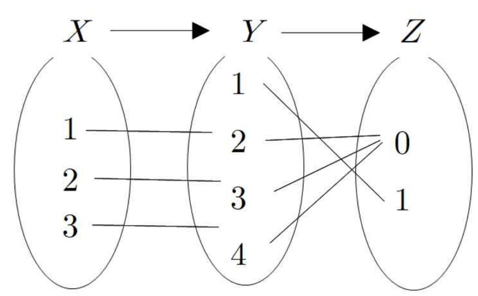
(가)를 만족하는 함수 f의 개수는

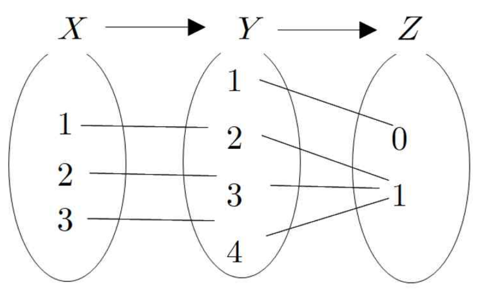
${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24 \cdots$㉠

(나)를 만족하는 함수 g의 개수는 $2^4 - 2 = 14$

또한, 합성함수 $g \circ f$의 개수는 $24 \times 14 = 336$

이 때, 합성함수 중에서 치역이 Z가 아닌 경우는 ㉠중의 하나를 선택할 때 다음과 같이 두 가지 경우가 있다.





$\therefore 24 \times 2 = 48$

따라서, 구하고자 하는 확률은

$1 - \dfrac{48}{336} = \dfrac{288}{336} = \dfrac{6}{7}$ $\therefore p + q = 13$

17) [정답] ③

[해설]

7개 동아리의 발표하는 순서를 정하는 경우의 수는 7!

(ⅰ) 수학 동아리 A가 수학 동아리 B보다 먼저 발표하는

경우

두 동아리 A, B를 같은 것으로 보고 순서를 정하는 경우의 수는 $\frac{7!}{2!}$

이 경우의 확률은 $\frac{\frac{7!}{2!}}{7!}=\frac{1}{2}$

(ii) 두 수학 동아리 사이에 과학 동아리 2개가 발표하는 경우

두 수학 동아리 사이에 발표할 과학 동아리 2개를 택하고 순서를 정하는 경우의 수는 $2\times{}_5\mathrm{P}_2=40$

네 동아리를 하나로 묶어 전체 순서를 정하는 경우의 수는 4!

이 경우의 확률은 $\frac{40\times4!}{7!}=\frac{4}{21}$

(iii) 수학 동아리 A가 수학 동아리 B보다 먼저 발표하고, 두 수학 동아리 사이에 과학 동아리 2개가 발표하는 경우

두 수학 동아리 사이에 발표할 과학 동아리 2개를 택하고 순서를 정하는 경우의 수는 ${}_5\mathrm{P}_2=20$

네 동아리를 하나로 묶어 전체 순서를 정하는 경우의 수는 4!

이 경우의 확률은 $\frac{20\times4!}{7!}=\frac{2}{21}$

(i), (ii), (iii)에서 확률의 덧셈정리에 의하여 구하는 확률은

$\frac{1}{2}+\frac{4}{21}-\frac{2}{21}=\frac{25}{42}$

18) [정답] ④

[해설]

전체 문자열의 개수는 $7\times7\times7=343$

e가 포함되지 않은 문자열의 개수는 $6\times6\times6=216$

문자열이 e를 반드시 포함하는 사건은 문자열이 e를 포함하는 사건의 여사건이므로

여사건의 확률에 의하여 구하는 확률은

$1-\frac{216}{343}=\frac{127}{343}$

19) [정답] ⑤

[해설]

모든 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 $5\times5=25$이다.

직선 $y=ax+b$가 곡선 $y=f(x)$와 만나지 않는 사건을 E라 하면 사건 E의 여사건 E^C는 직선 $y=ax+b$가 곡선 $y=f(x)$와 만나는 사건이다.

직선 $y=ax+b$와 곡선 $y=f(x)$가 만나기 위해서는 방정식 $-\frac{1}{2}x^2+3x=ax+b$가 실근을 가져야 한다.

이차방정식 $x^2+2(a-3)x+2b=0$에서

$\frac{D}{4}=(a-3)^2-2b\geq0$

위 부등식을 만족시키는 모든 순서쌍 $(a,\ b)$는

$(1,\ 1)$, $(1,\ 2)$, $(5,\ 1)$, $(5,\ 2)$

이므로 직선 $y=ax+b$와 곡선 $y=f(x)$가 서로 만날 확률은 $\frac{4}{25}$이므로 $\mathrm{P}(E^C)=\frac{4}{25}$

$\mathrm{P}(E)=1-\mathrm{P}(E^C)=1-\frac{4}{25}=\frac{21}{25}$

따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(E)=\frac{21}{25}$

20) [정답] 89

[해설]

방정식 $a+b+c=9$를 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는

$${}_3\mathrm{H}_9={}_{3+9-1}\mathrm{C}_9={}_{11}\mathrm{C}_2=\frac{11\times10}{2\times1}=55$$

순서쌍 (a, b, c) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍이 $a<2$ 또는 $b<2$인 사건을 A라 하면 사건 A의 여사건 A^C은 $a\geq2$이고 $b\geq2$인 사건이다.

$a=a'+2$, $b=b'+2$로 놓으면

$$(a'+2)+(b'+2)+c=9$$

$$a'+b'+c=5$$

이므로 방정식 $a'+b'+c=5$를 만족시키는 음이 아닌 정수 a', b', c의 모든 순서쌍 (a', b', c)의 개수는

$${}_3\mathrm{H}_5={}_{3+5-1}\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_2=\frac{7\times6}{2\times1}=21$$

이때 $\mathrm{P}(A^C)=\frac{21}{55}$이다.

그러므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{21}{55}=\frac{34}{55}$$

따라서 $p=55$, $q=34$이므로

$$p+q=55+34=89$$

21) [정답] ②

[해설]

3의 배수인 세 자리 자연수를 작은 수부터 차례로 나열하면 첫째항은 102, 끝항은 999이고, 공차가 3인 등차수열을 이룬다.

$999 = 102 + (n-1) \cdot 3$에서 $n = 300$이므로 3의 배수인 세 자리 자연수는 총 300개이다.

또한 3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이므로 어느 한 자리에 9가 포함된 3의 배수는 나머지 두 자리 수의 합이 3의 배수이다. 이때, 9를 제외한 두 자리 수를 순서쌍으로 나타내면

합이 0인 경우 (0, 0)

합이 3인 경우 (0, 3), (1, 2)

합이 6인 경우 (0, 6), (1, 5), (2, 4), (3, 3)

합이 9인 경우 (0, 9), (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5)

합이 12인 경우 (3, 9), (4, 8), (5, 7), (6, 6)

합이 15인 경우 (6, 9), (7, 8)

합이 18인 경우 (9, 9)

위의 각 경우에 9를 포함시켜 3의 배수인 세 자리의 자연수를 구하면

(i) (0, 0, 9), (9, 9, 9)인 경우: 900,999의 2개

(ii) (0, 9, 9)인 경우: 990,909의 2개

(iii) (0, 3, 9), (0, 6, 9)와 같이 0이 포함되고 각 자리 수가 다른 경우: $(2 \times 2 \times 1) \times 2 = 8$(개)

(iv) (1, 2, 9)와 같이 0이 포함되지 않고 각 자리 수가 다른 경우: 0이 포함되지 않고 각 자리 수가 다른 경우가 총 10가지이므로 $(3 \times 2 \times 1) \times 10 = 60$(개)

(v) (3, 3, 9)와 같이 같은 수가 2개 포함된 경우: 같은 수가 2개 포함된 경우가 총 4개이므로 $\frac{3!}{2!} \times 4 = 12$(개)

따라서 일의 자리의 수 또는 십의 자리의 수 또는 백의 자리의 수가 9인 자연수의 개수가 $2+2+8+60+12 = 84$이므로 구하는 확률은 $\frac{84}{300} = \frac{7}{25}$

22) [정답] 35

[해설]

전구가 n개 켜져 있을 경우 1열, 2열, 3열, 4열은 각각 n, $4n$, $16n$, $64n$의 수를 나타내고, 전광판이 나타내는 수가 짝수일 사건은 홀수인 사건의 여사건이다.

홀수일 확률은 1열에서 1개,

나머지 열 중에서 1개 켜질 때이므로 $\therefore \frac{{}_3C_1 \cdot {}_9C_1}{{}_{12}C_2} = \frac{9}{22}$

따라서, 구하는 확률은 $1 - \frac{9}{22} = \frac{13}{22}$ $\therefore p+q = 35$

23) [정답] 19

[해설]

방정식 $x+y+z=10$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는

$${}_3H_{10} = {}_{3+10-1}C_{10} = {}_{12}C_2 = \frac{12 \times 11}{2 \times 1} = 66$$

이 중에서 $(x-y)(y-z)(z-x) = 0$이 성립하려면 x, y, z 중에서 오직 두 개만 서로 같아야 한다.

그런데 $x=y$를 만족시키는 순서쌍은

$(0,\ 0,\ 10)$, $(1,\ 1,\ 8)$, $\cdots$, $(5,\ 5,\ 0)$

의 6개이므로 $(x-y)(y-z)(z-x) = 0$을 만족시키는 순서쌍의 개수는

${}_3C_2 \times 6 = 3 \times 6 = 18$

이다.

따라서 $(x-y)(y-z)(z-x) = 0$이 성립할 확률은

$\frac{18}{66} = \frac{3}{11}$

이므로 $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$이 성립할 확률은

$1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$

이다.

따라서 $p+q = 11+8 = 19$

24) [정답] 22

[해설]

6개의 공을 꺼내어 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!2!2!} = 90$

$m > n$이려면 $a_1 > a_4$또는 $a_1 = a_4$, $a_2 > a_5$이어야 한다.

(i) $a_1 > a_4$인 경우

3개의 수 1, 2, 3중 서로 다른 2개를 택하여 크기가 큰 수를 a_1로 놓으면 되므로 경우의 수는 ${}_3C_2 = 3$

위의 각각의 경우에 대하여 나머지 4개의 수는 위에서 택한 2개의 수가 각각 하나씩, 위에서 택하지 않은 수가 2개 있으므로 이것을 a_2, a_3, a_5, a_6으로 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!} = 12$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3 \times 12}{90} = \frac{2}{5}$

(ii) $a_1=a_4$, $a_2>a_5$인 경우

$a_1=a_4$인 수를 택하는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_1=3$

위의 각각의 경우에 대하여 남은 두 수 중 큰 수를 a_2로 놓으면 되므로 $a_2>a_5$인 경우의 수는 1

위의 각각의 경우에 대하여 남은 서로 다른 2개의 수를 a_3, a_6에 나열하는 경우의 수는 $2!=2$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{3\times1\times2}{90}=\dfrac{1}{15}$

(i), (ii)에서 두 사건은 서로 배반이므로 구하는 확률은

확률의 덧셈정리에 의하여 $\dfrac{2}{5}+\dfrac{1}{15}=\dfrac{7}{15}$

따라서 $p=15$, $q=7$이므로 $p+q=15+7=22$

25) [정답] ③

[해설]

$a+b+c=3n$을 만족시키는 자연수의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는

$$ {}_3\mathrm{H}_{3n-3}={}_{3n-1}C_{3n-3}={}_{3n-1}C_2=\frac{(3n-1)(3n-2)}{2}$$

$a>b$ 또는 $a>c$의 여사건은 $a\le b$이고 $a\le c$이다.

$a=k$일 때 $k\le b$, $k\le c$은 $b+c=3n-k$에서

$(b,\ c)=(k,\ 3n-2k)$, $(k+1,\ 3n-2k-1)$, $\cdots$, $(3n-2k,\ k)$

즉 $3n-3k+1$개 이다. 따라서 여사건의 개수는

$$\sum_{k=1}^{n}(3n-3k+1)=3n^2-\frac{3}{2}n(n+1)+n=\frac{1}{2}n(3n-1)$$

따라서 구하는 확률은

$$1-\frac{\frac{1}{2}n(3n-1)}{\frac{1}{2}(3n-1)(3n-2)}=1-\frac{n}{3n-2}=\frac{2n-2}{3n-2}$$

$n=2$일 때 $p=\dfrac{5\times4}{2}=10$,

$n=7$, $k=2$일 때 $q=21-6+1=16$

$n=4$일 때 $r=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$, $\quad\therefore pqr=10\times16\times\dfrac{3}{5}=96$

26) [정답] ②

[해설]

$\mathrm{P}(A)=\dfrac{4}{7}$, $\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{7}$, $\mathrm{P}(C)=\dfrac{1}{7}$

$\mathrm{P}(D)=\mathrm{P}(D\cap A)+\mathrm{P}(D\cap B)+\mathrm{P}(D\cap C)$

$=\mathrm{P}(D|A)\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(D|B)\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(D|C)\mathrm{P}(C)=\dfrac{11}{70}$

27) [정답] ③

[해설]

A검색대를 통과한 여학생수를 a라 하면, B검색대를 통과한 여학생수는 $7-a$이다. $p=P(A|\text{여})=\dfrac{a}{7}$

B검색대를 통과한 전체 학생수는 $3+(7-a)$

그 중 남학생수는 3이므로 $q=P(\text{남}|B)=\dfrac{3}{(10-a)}$

$p=q$이므로 $\dfrac{a}{7}=\dfrac{3}{10-a}$ $\therefore$ $a=7$ 또는 3

적어도 한 명의 여학생은 통과하였으므로 $a=3$

28) [정답] ③

[해설]

학생 A와 B가 서로 다른 구역의 좌석을 배정받는 사건을 T, 학생 C와 D가 같은 구역에 같은 열의 좌석을 배정받는 사건을 U라 하자.

$\mathrm{P}(T)=\dfrac{2\times(2\times3\times3!)}{5!}=\dfrac{3}{5}$

두 학생 A, B가 서로 다른 구역에 배정받을 때, 두 학생 C, D가 (나) 구역의 2열에 배정받아야 하므로

$\mathrm{P}(U\cap T)=\dfrac{2\times(2\times1\times2!)}{5!}=\dfrac{1}{15}$

따라서 $\mathrm{P}(U|T)=\dfrac{\mathrm{P}(U\cap T)}{\mathrm{P}(T)}=\dfrac{1}{9}$

29) [정답] 50

[해설]

갑이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을이 꺼낸 카드에 적힌 수보다 큰 사건을 E, 값이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을과 병이 꺼낸 카드에 적힌 수의 합보다 큰 사건을 F라 하면 구하는 확률은

$\mathrm{P}(F|E)=\dfrac{\mathrm{P}(E\cap F)}{\mathrm{P}(E)}$이다.

갑, 을, 병이 한 장씩 카드를 꺼내는 경우의 수는

$6\times3\times3=54$

갑, 을, 병이 꺼낸 카드에 적힌 수를 각각 a, b, c라 하면

$a\le b$인 경우를 순서쌍 $(a,\ b)$로 나타내면

$(1,\ 1)$, $(1,\ 2)$, $(1,\ 3)$, $(2,\ 2)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 3)$

의 6가지이므로

$\mathrm{P}(E)=1-\dfrac{6\times3}{54}=1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$

한편, $a>b+c$인 경우는

$a=3$, $b=1$일 때 $c=1$

$a=4$, $b=1$일 때 $c=1$, 2

$a=4$, $b=2$일 때 $c=1$

$a=5$, $b=1$일 때 $c=1$, 2, 3

$a=5$, $b=2$일 때 $c=1$, 2

$a=5$, $b=3$일 때 $c=1$

$a=6$, $b=1$일 때 $c=1$, 2, 3

$a=6$, $b=2$일 때 $c=1$, 2, 3

$a=6$, $b=3$일 때 $c=1$, 2

의 18가지 이므로

$\mathrm{P}(F\cap E)=\dfrac{18}{54}=\dfrac{1}{3}$

따라서

$$k=\mathrm{P}(F|E)=\frac{\mathrm{P}(E\cap F)}{\mathrm{P}(E)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}\text{ 이므로}$$

$100k=100\times\dfrac{1}{2}=50$

30) [정답] 43

[해설]

이 시행에서 $2m\ge n$인 사건을 A, 꺼낸 흰 공의 개수가 2인 사건을 B라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $m+n=3$이므로 $2m\ge n$, 즉 $2m\ge 3-m$에서

$m\ge1$이어야 한다.

(i) $m=1$, $n=2$일 확률은

$$\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_3}=\frac{18}{35}$$

(ii) $m=2$, $n=1$일 확률은

$$\frac{{}_3\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_7\mathrm{C}_3}=\frac{12}{35}$$

(iii) $m=3$, $n=0$일 확률은

$$\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_7\mathrm{C}_3}=\frac{1}{35}$$

(i), (ii) (iii)에서

$$\mathrm{P}(A)=\frac{18}{35}+\frac{12}{35}+\frac{1}{35}=\frac{31}{35}$$

(ii)에서 $\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{12}{35}$이므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{12}{35}}{\frac{31}{35}}=\frac{12}{31}$$

따라서 $p+q=31+12=43$

31) [정답] **46**

[해설]

꺼낸 공에 적힌 수가 같은 것이 있는 사건을 A라 하고, 검은 공이 2개인 사건을 B라 하자.

(i) $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$인 경우

즉, 꺼낸 공에 같은 수가 적힌 공이 있으면서 검은 색 공에 2개 있는 경우의 확률이므로

8개의 공 중에서 4개를 꺼내는 경우의 수는

${}_8\mathrm{C}_4=\dfrac{8!}{4!4!}=70$

① $(3,\ 3)$이 나오는 경우 ${}_3\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1=9$(가지)

② $(4,\ 4)$가 나오는 경우 ${}_3\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1=9$(가지)

③ $(3,\ 3)$, $(4,\ 4)$가 나오는 경우 1가지

$\therefore\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\dfrac{9+9-1}{70}=\dfrac{17}{70}$ …… ㉠

(ii) $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^c)$인 경우

즉, 꺼낸 공에 같은 수가 적힌 공이 있으면서 검은 색 공에 2개 있지 않는 경우의 확률이므로

8개의 공 중에서 4개를 꺼내는 경우의 수는

${}_8\mathrm{C}_4=\dfrac{8!}{4!4!}=70$

① $(3,\ 3)$이 나오는 경우

검은색이 3개인 경우 ${}_3\mathrm{C}_2=3$(가지)

흰색이 3개인 경우 ${}_3\mathrm{C}_2=3$(가지)

② (4, 4)가 나오는 경우

검은색이 3개인 경우 ${}_3\mathrm{C}_2=3$(가지)

흰색이 3개인 경우 ${}_3\mathrm{C}_2=3$(가지)

$$\therefore \mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^c)=\frac{6+6}{70}=\frac{12}{70} \qquad \cdots\cdots ㉡$$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(\mathrm{A})&=\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^c)\\&=\frac{17}{70}+\frac{12}{70}\ (\because ㉠, ㉡)\\&=\frac{29}{70}\end{aligned}$$

$$\therefore \mathrm{P}(\mathrm{B}\mid\mathrm{A})=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A})}=\frac{\frac{17}{70}}{\frac{29}{70}}=\frac{17}{29}$$

따라서 $p=29,\ q=17$이므로 $p+q=46$

32) [정답] ③

[해설]

이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가
같은 것이 있는 사건을 A,
꺼낸 공 중 검은 공이 2개인 사건을 B라 하면
구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이고,
이 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 수는
${}_8\mathrm{C}_4$이다.
이때 사건 A가 일어나는 경우는 수가 같은 것이
3만 있는 경우, 수가 같은 것이 4만 있는 경우,
3, 4가 적힌 흰 공과 3, 4가 적힌 검은 공을
동시에 꺼내는 경우로 나누어 생각할 수 있으므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A)&=\frac{{}_6\mathrm{C}_2-1}{{}_8\mathrm{C}_4}+\frac{{}_6\mathrm{C}_2-1}{{}_8\mathrm{C}_4}+\frac{1}{{}_8\mathrm{C}_4}\\&=\frac{14}{70}+\frac{14}{70}+\frac{1}{70}=\frac{29}{70}\end{aligned}$$

한편, 사건 A와 사건 B가 동시에 일어나는 경우는
수가 같은 것이 3만 있고 검은 공이 2개인 경우,
수가 같은 것이 4만 있고 검은 공이 2개인 경우,
3, 4가 적힌 흰 공과 3, 4가 적힌 검은 공을 동시에
꺼내는 경우로 나누어 생각할 수 있으므로

$$\begin{aligned}&\mathrm{P}(A\cap B)\\&=\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1-1}{{}_8\mathrm{C}_4}+\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1-1}{{}_8\mathrm{C}_4}+\frac{1}{{}_8\mathrm{C}_4}\\&=\frac{8}{70}+\frac{8}{70}+\frac{1}{70}=\frac{17}{70}\end{aligned}$$

따라서

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{17}{70}}{\frac{29}{70}}=\frac{17}{29}$$

33) [정답] **25**

[해설]

두 수의 곱이 모든 양의 약수의 개수가 3 이하인 사건을 X,
두 수의 합이 짝수인 사건을 Y라 하자.
사건 X를 만족시키는 경우는 두 수 중 하나가 1이거나 두 수가 같은 소수일 때이다.

(ⅰ) 두 수 중 하나가 1일 때

$$\frac{{}_1\mathrm{C}_1\times{}_{14}\mathrm{C}_1}{{}_{15}\mathrm{C}_2}=\frac{2}{15}$$

(ⅱ) 두 수가 같은 소수일 때

(1) 두 수가 2일 때

$$\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_{15}\mathrm{C}_2}=\frac{1}{105}$$

(2) 두 수가 3일 때

$$\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_{15}\mathrm{C}_2}=\frac{1}{35}$$

(3) 두 수가 5일 때

$$\frac{{}_5\mathrm{C}_2}{{}_{15}\mathrm{C}_2}=\frac{2}{21}$$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $\mathrm{P}(X)=\frac{4}{15}$

두 사건 X와 Y를 동시에 만족시키는 경우는
(ⅰ)에서 두 수가 1, 3이거나 두 수가 1, 5인 경우 또는
(ⅱ)인 경우이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X\cap Y)&=\frac{{}_1\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1+{}_1\mathrm{C}_1\times{}_5\mathrm{C}_1+{}_2\mathrm{C}_2+{}_3\mathrm{C}_2+{}_5\mathrm{C}_2}{{}_{15}\mathrm{C}_2}\\&=\frac{22}{105}\end{aligned}$$

$$\mathrm{P}(Y|X)=\frac{\mathrm{P}(X\cap Y)}{\mathrm{P}(X)}=\frac{11}{14}$$

따라서 $p+q=25$

34) [정답] 9

[해설]

$b-a\geq 5$인 사건을 E, $c-a\geq 10$인 사건을 F라 하면 구하는 확률은

$\mathrm{P}(F|E)=\dfrac{\mathrm{P}(E\cap F)}{\mathrm{P}(E)}$이다.

모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는

${}_{12}\mathrm{C}_3=220$

이때 $b-a\geq 5$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는
$(1, 6), (1, 7), (1, 8), \cdots, (1, 11)$
$(2, 7), (2, 8), \cdots, (2, 11)$
$\vdots$
$(6, 11)$
$a=1$일 때 c의 개수는 $6+5+4+3+2+1=21$
$a=2$일 때 c의 개수는 $5+4+3+2+1=15$
$a=3$일 때 c의 개수는 $4+3+2+1=10$
$a=4$일 때 c의 개수는 $3+2+1=6$
$a=5$일 때 c의 개수는 $2+1=3$
$a=6$일 때 c의 개수는 1
이므로 $b-a\geq 5$를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는
$21+15+10+6+3+1=56$
즉, $\mathrm{P}(E)=\dfrac{56}{220}=\dfrac{14}{55}$
한편, $b-a\geq 5$이고 $c-a\geq 10$인 경우는
$a=1$, $c=11$일 때
$b=6, 7, 8, 9, 10$
$a=1$, $c=12$일 때
$b=6, 7, 8, 9, 10, 11$
$a=2$, $c=12$일 때
$b=7, 8, 9, 10, 11$
이므로 $b-a\geq 5$이고 $c-a\geq 10$인 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는 $5+6+5=16$
즉, $\mathrm{P}(E\cap F)=\dfrac{16}{220}=\dfrac{4}{55}$
따라서

$$\mathrm{P}(F|E)=\frac{\mathrm{P}(E\cap F)}{\mathrm{P}(E)}$$
$$=\frac{\frac{4}{55}}{\frac{14}{55}}$$
$$=\frac{2}{7}$$

즉, $p=7$, $q=20$이므로 $p+q=7+2=9$

35) [정답] 48

[해설]
$n=3k$(k는 자연수)로 놓고 $k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ 를 차례대로 대입하여 판단하면
$n=3k$ 일 때 b가 3의 배수인 경우의 수는 $3+6+9\cdots+3k$
이 때 $a=b$인 경우의 수는 k개이므로 b가 3의 배수일 때 $a=b$인 확률은

$$\frac{k}{3+6+9+\cdots+3k}=\frac{1}{9}\text{이므로}$$
$$\frac{k}{3+6+9+\cdots+3k}=\frac{k}{3\left(\frac{k(k+1)}{2}\right)}=\frac{2}{3(k+1)}=\frac{1}{9}$$

$\therefore k=5$
그러므로 3의 배수 중 b가 3의 배수일 때 $a=b$인 확률이 $\dfrac{1}{9}$인 경우는 $n=15$일 때이다. 따라서 $n=15,16,17$일 때 확률이 $\dfrac{1}{9}$이다.

36) [정답] ②

[해설]
선택한 함수 f가 4 이하의 모든 자연수 n에 대하여 $f(2n-1)<f(2n)$인 사건을 A, $f(1)=f(5)$인 사건을 B라 하면
구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.
X에서 X로의 모든 함수의 개수는 8^8이다.
4 이하의 자연수 n에 대하여 $f(2n-1)<f(2n)$인 $f(2n-1)$과 $f(2n)$을 정하는 경우의 수는
${}_8\mathrm{C}_2=\dfrac{8\times7}{2\times1}=28$
4 이하의 모든 자연수 n에 대하여 $f(2n-1)<f(2n)$인 경우의 수는 28^4이므로
$\mathrm{P}(A)=\dfrac{28^4}{8^8}$
(ⅰ) $f(1)=f(5)$, $f(2)=f(6)$인 경우
$f(1)=f(5)<f(2)=f(6)$이므로 $f(1)$, $f(2)$, $f(5)$, $f(6)$을 정하는 경우의 수는 ${}_8\mathrm{C}_2$이고, $f(3)$과 $f(4)$, $f(7)$과 $f(8)$을 정하는 경우의 수는 각각 ${}_8\mathrm{C}_2$이므로
$f(2)=f(6)$인 경우의 수는 $({}_8\mathrm{C}_2)^3=28^3$이다.
(ⅱ) $f(1)=f(5)$, $f(2)\neq f(6)$인 경우
$f(1)=f(5)<f(2)<f(6)$ 또는
$f(1)=f(5)<f(6)<f(2)$이므로
$f(1)$, $f(2)$, $f(5)$, $f(6)$을 정하는 경우의 수는
$2\times{}_8\mathrm{C}_3=2\times\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=112$이고,
$f(3)$과 $f(4)$, $f(7)$과 $f(8)$을 정하는 경우의 수는 각각 ${}_8\mathrm{C}_2=28$이므로
$f(2)\neq f(6)$인 경우의 수는 112×28^2이다.
(ⅰ), (ⅱ)에 의해

$P(A\cap B)=\dfrac{28^3+112\times 28^2}{8^8}=\dfrac{140\times 28^2}{8^8}$

따라서 구하는 확률은

$P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\dfrac{140\times 28^2}{8^8}}{\dfrac{28^4}{8^8}}=\dfrac{140}{28^2}=\dfrac{5}{28}$

37) [정답] ②

[해설]

A학생이 이기는 경우는 세 가지

ⅰ) A:빨강-B:노랑 $\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{2}{25}$

ⅱ) A:노랑-B:파랑 $\dfrac{3}{5}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{12}{25}$

ⅲ) A:노랑-B:노랑 $\to A$:노랑-B:파랑

$\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{2}{4}\times 1=\dfrac{3}{50}$

합의 법칙에 의하여 $\dfrac{4+24+3}{50}=\dfrac{31}{50}$

38) [정답] ③

[해설]

$\dfrac{2}{5}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{2}{3}$

$=\dfrac{2}{5}+\dfrac{3}{25}+\dfrac{1}{50}=\dfrac{27}{50}$

39) [정답] ④

[해설]

임의로 한 상자를 택하는 확률 : $\dfrac{1}{n}$

상자에서 구슬 2개 꺼낼 때, 흰 구슬이 나올 확률

[상자1] 확률 : 0

[상자2] 확률 : $\dfrac{{}_2C_2}{{}_nC_2}$

[상자3] 확률 : $\dfrac{{}_3C_2}{{}_nC_2}$

⋮

[상자n] 확률 : $\dfrac{{}_nC_2}{{}_nC_2}$

$P_n=\dfrac{1}{n}\times\dfrac{{}_2C_2+{}_3C_2+\cdots+{}_nC_2}{{}_nC_2}=\dfrac{{}_{n+1}C_3}{n\cdot{}_nC_2}=\dfrac{n+1}{3n}$

$P_{10}=\dfrac{11}{30}$

40) [정답] 11

[해설]

카드에 붙어 있는 스티커의 수를 3으로 나눈 나머지를 (a,b,c)로 나타내기로 하자.

카드에 붙어 있는 스티커의 수를 3으로 나눈 나머지가 각각 (0, 1, 2) 이면 두 번의 시행으로는 (0, 0, 0) 또는 (1, 1, 1) 또는 (2, 2, 2)를 만들 수가 없다.

또한, 세 번의 시행으로 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $3\times 3\times 3=27$

이고 세 번의 시행에서 (0, 0, 0)이 되는 경우는

$(0,1,2)\to(0,2,2)\to(0,2,3)\to(0,3,3)$

$(0,1,2)\to(0,2,2)\to(0,3,2)\to(0,3,3)$

$(0,1,2)\to(0,1,3)\to(0,2,3)\to(0,3,3)$

의 3가지이고 (1, 1, 1) 또는 (2, 2, 2)가 될 수 있는 경우도 각각 3가지씩이다.

따라서 3번째 시행에서 사건 A가 일어나지 않을 확률은

$P(A^C)=1-\dfrac{3+3+3}{27}=\dfrac{2}{3}$

또한, 3번의 시행 후에는 모든 카드에 붙어 있는 스티커의 수를 3으로 나눈 나머지가 (0, 1, 2) 또는 (0, 0, 0) 또는 (1, 1, 1) 또는 (2, 2, 2) 이므로 4번째, 5번째 시행에서는 사건 A가 일어나지 않고 6번째 시행에서 사건 A가 일어날 확률은 같은 방법으로 생각하면 $\dfrac{1}{3}$이다. 따라서 구하고자 하는 확률은 $1\times 1\times\dfrac{2}{3}\times 1\times 1\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{9}$

$\therefore p+q=11$

41) [정답] 49

[해설]

[실행 3]까지 할 때, 상자 B의 흰 공의 개수가 홀수가

되려면

(i) [실행 2]에서 상자 B에서 검은 공 2개를 상자 A로 넣고 [실행 3]에서는 상자 A에서 검은 공 1개, 흰 공 1개를 상자 B로 넣는 경우 $\frac{{}_{10}C_2}{{}_{12}C_2}\times\frac{{}_8C_1\times{}_2C_1}{{}_{10}C_2}=\frac{8}{33}$

(ii) [실행 2]에서 상자 B에서 검은 공 1개, 흰 공 1개를 상자 A로 넣고 [실행 3]에서는 상자 A에서 흰 공 2개를 상자 B로 넣는 경우 $\frac{{}_{10}C_1\times{}_2C_1}{{}_{12}C_2}\times\frac{{}_9C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{8}{33}$

(i), (ii)에 의하여 $\frac{8}{33}+\frac{8}{33}=\frac{16}{33}$ 따라서 $p+q=49$

42) [정답] ③

[해설]

주사위 한 개를 던져서 나오는 눈의 수가

2 이하일 사건을 A라 하면 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3}$

3 이상일 사건을 B라 하면 $\mathrm{P}(B)=\frac{2}{3}$

3번째 시행에서 4가 적혀 있는 카드가 뒤집어질 경우는 다음과 같다.

(i) ABA 또는 ABB인 경우의 확률 :

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{9}$

(ii) AAB인 경우의 확률 :

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$

(iii) BAA 또는 BAB인 경우의 확률 :

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{9}$

따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 확률은

$\frac{2}{9}+\frac{2}{27}+\frac{2}{9}=\frac{14}{27}$

43) [정답] 78

[해설]

앞면이 보이도록 바닥에 놓여 있는 동전의 개수가 a,

뒷면이 보이도록 바닥에 놓여 있는 동전의 개수가 b일 때, (a, b)로 나타내기로 하면

최초의 상태는 $(3, 2)$이고 3번의 시행의 결과도 $(3, 2)$이다.

가능한 경우를 표를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

	시행		시행		시행		
(3, 2)	⇨	(3, 2)	⇨	(3, 2)	⇨	(3, 2)	(i)
				(5, 0)			(ii)
				(1, 4)			(iii)
	⇨	(5, 0)	⇨	(3, 2)	⇨		(iv)
	⇨	(1, 4)	⇨	(3, 2)	⇨		(v)
				(1, 4)			(vi)

(i)의 확률은

$$\frac{{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_5C_2}\times\frac{{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_5C_2}\times\frac{{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_5C_2}=\frac{27}{125}$$

(ii)의 확률은

$$\frac{{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_5C_2}\times\frac{{}_2C_2}{{}_5C_2}\times1=\frac{3}{50}$$

(iii)의 확률은

$$\frac{{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_5C_2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}\times\frac{{}_4C_2}{{}_5C_2}=\frac{27}{250}$$

(iv)의 확률은

$$\frac{{}_2C_2}{{}_5C_2}\times1\times\frac{{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_5C_2}=\frac{3}{50}$$

(v)의 확률은

$$\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}\times\frac{{}_4C_2}{{}_5C_2}\times\frac{{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_5C_2}=\frac{27}{250}$$

(vi)의 확률은

$$\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}\times\frac{{}_1C_1\times{}_4C_1}{{}_5C_2}\times\frac{{}_4C_2}{{}_5C_2}=\frac{18}{250}$$

(i)~(vi)에서

$p=\frac{27}{125}+\frac{3}{50}+\frac{27}{250}+\frac{3}{50}+\frac{27}{250}+\frac{18}{250}=\frac{78}{125}$

$\therefore\ 125p=78$

44) [정답] ③

[해설]

앞면이 보이도록 바닥에 놓여 있는 동전의 개수가 a,

뒷면이 보이도록 바닥에 놓여 있는 동전의 개수가 b일 때, (a, b)로 나타내기로 하면

최초의 상태는 (3, 2)이고 3번의 시행의 결과도 (3, 2)이다.

가능한 경우를 표를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

<table>
<tr><td></td><td>시행</td><td></td><td>시행</td><td></td><td>시행</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="6">(3, 2)</td><td rowspan="3">⇨</td><td rowspan="3">(3, 2)</td><td rowspan="3">⇨</td><td>(3, 2)</td><td rowspan="3">⇨</td><td rowspan="6">(3, 2)</td><td>(i)</td></tr>
<tr><td>(5, 0)</td><td>(ii)</td></tr>
<tr><td>(1, 4)</td><td>(iii)</td></tr>
<tr><td>⇨</td><td>(5, 0)</td><td>⇨</td><td>(3, 2)</td><td>⇨</td><td>(iv)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">⇨</td><td rowspan="2">(1, 4)</td><td rowspan="2">⇨</td><td>(3, 2)</td><td rowspan="2">⇨</td><td>(v)</td></tr>
<tr><td>(1, 4)</td><td>(vi)</td></tr>
</table>

(i)의 확률은

$$\frac{{}_2C_1 \times {}_3C_1}{{}_5C_2} \times \frac{{}_2C_1 \times {}_3C_1}{{}_5C_2} \times \frac{{}_2C_1 \times {}_3C_1}{{}_5C_2} = \frac{27}{125}$$

(ii)의 확률은

$$\frac{{}_2C_1 \times {}_3C_1}{{}_5C_2} \times \frac{{}_2C_2}{{}_5C_2} \times 1 = \frac{3}{50}$$

(iii)의 확률은

$$\frac{{}_2C_1 \times {}_3C_1}{{}_5C_2} \times \frac{{}_3C_2}{{}_5C_2} \times \frac{{}_4C_2}{{}_5C_2} = \frac{27}{250}$$

(iv)의 확률은

$$\frac{{}_2C_2}{{}_5C_2} \times 1 \times \frac{{}_2C_1 \times {}_3C_1}{{}_5C_2} = \frac{3}{50}$$

(v)의 확률은

$$\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2} \times \frac{{}_4C_2}{{}_5C_2} \times \frac{{}_2C_1 \times {}_3C_1}{{}_5C_2} = \frac{27}{250}$$

(vi)의 확률은

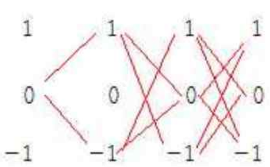
$$\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2} \times \frac{{}_1C_1 \times {}_4C_1}{{}_5C_2} \times \frac{{}_4C_2}{{}_5C_2} = \frac{18}{250}$$

(i)~(vi)에서 구하는 확률은

$$\frac{27}{125} + \frac{3}{50} + \frac{27}{250} + \frac{3}{50} + \frac{27}{250} + \frac{18}{250} = \frac{78}{125}$$

45) [정답] ③

[해설]



그림과 같이 줄을 따라 갈 때 마다 확률이 $\frac{1}{2}$이다.

ㄱ. $a_2 = 1$인 경우는 $0 \to 1$ 한가지 이므로 그 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

ㄴ. $a_3 = 1$인 경우는 $0 \to -1 \to 1$이므로 확률은 $\frac{1}{4}$이다.

$a_3 = -1$인 경우도 마찬가지로 확률은 $\frac{1}{4}$이다.

$a_4 = 0$인 경우는 $a_3 = -1$ 또는 $a_3 = 1$에서 온 것이므로

그 확률은 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$이다.

ㄷ. $a_9 = 0$일 확률이 p이면

$a_9 = 1$, $a_9 = -1$일 확률은 각각 $\frac{1-p}{2}$이다.

$a_{11} = 0$인 경우는 $a_9 \to a_{10} \to a_{11}$에서

$0 \to (-1) \to 0$, $0 \to (1) \to 0$, $1 \to (-1) \to 0$,

$(-1) \to 1 \to 0$이므로

확률은 $\frac{1}{4}p + \frac{1}{4}p + \frac{1}{4} \times \frac{1-p}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1-p}{2} = \frac{1+p}{4}$이다.

46) [정답] ⑤

[해설]

상자 A 에서 꺼낸 공이 적어도 파란 공을 한 개이상 포함하는 경우는 다음과 같이 2 가지이다.

i) 빨간 공 1개와 파란 공 2개를 꺼내는 경우에 상자 B 에서

한 개의 공을 꺼낼 때 파란 공이 나올 확률은

$$\frac{{}_4C_1\,{}_2C_2}{{}_6C_3} \times \frac{{}_2C_1}{{}_3C_1}$$

ii) 빨간 공 2개와 파란 공 1개를 꺼내는 경우에 상자 B 에서

한 개의 공을 꺼낼 때 파란 공이 나올 확률은

$$\frac{{}_4C_2\,{}_2C_1}{{}_6C_3} \times \frac{{}_1C_1}{{}_3C_1}$$

따라서 꺼낸 공이 파란 공일 때 상자 A 에서 상자 B 로 옮겨진 공 3 개가 빨간 공 2 개와 파란 공 1 개일 확률은

$$\frac{\left(\frac{{}_4C_2\,{}_2C_1}{{}_6C_3} \times \frac{{}_1C_1}{{}_3C_1}\right)}{\left(\frac{{}_4C_1\,{}_2C_2}{{}_6C_3} \times \frac{{}_2C_1}{{}_3C_1}\right) + \left(\frac{{}_4C_2\,{}_2C_1}{{}_6C_3} \times \frac{{}_1C_1}{{}_3C_1}\right)} = \frac{3}{5}$$

47) [정답] ①

[해설]

세 명의 용의자 A, B, C 중에서 진범이 A라고 가정하면 아래 표와 같이 3가지 경우가 가능하다.

경우	1	2	3
집중수사	A	C	B
과학수사팀	B	B	C
	C	A	A

1) 수사초점을 바꾸지 않는 경우에 진범일 확률 :
경우 1인 경우에 진범이 된다. 집중수사 대상은 임의로 선정한 것이므로 A가 선정될 확률은 $\frac{1}{3}$, 과학수사팀에서 한 명이 무혐의 결정을 받게 되는 경우가 2가지, 수사초점을 바꾸지 않을 확률은 $\frac{1}{2}$이므로
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2=\frac{1}{3}$

2) 수사초점을 바꾸는 경우에 진범일 확률 :
경우 2, 3에 진범이 된다. 각 경우의 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$ 이므로 수사초점을 바꾸는 경우의 확률은 $\frac{2}{3}$이다.

따라서, 수사초점을 바꾸는 것이 유리하다.

48) [정답] 34

[해설]
주사위를 한 번 던져서 5점 이상을 얻을 확률은
$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
주사위를 두 번 던져서 5점 이상을 얻을 확률은
$\frac{4}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{2}{9}$
따라서, 얻은 점수가 5점 이상일 때, 주사위를 한 번만 던졌을 확률은
$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{2}{9}}=\frac{3}{5}$$
$\therefore p^2+q^2=25+9=34$

49) [정답] ①

[해설]
주머니 A에 있는 검은 공의 개수가 주머니 B에 있는 검은 공의 개수보다 크므로 시행을 마친 후 두 주머니 안에 있는 검은 공의 수가 같으려면 주머니 A에서 적어도 하나의 검은 공을 꺼내어 주머니 B에 넣어야 한다.

(ⅰ) 주머니 A에서 검은 공 2개를 꺼내어 주머니 B에 넣는 경우
주머니 B에서 검은 공 1개, 흰 공 1개를 꺼내어 주머니 A에 넣어야 두 주머니에 있는 검은 공의 개수가 서로 같아진다. 이때의 확률은
$$\frac{{}_4C_2}{{}_6C_2}\times\frac{{}_4C_1\times{}_4C_1}{{}_8C_2}=\frac{8}{35}$$

(ⅱ) 주머니 A에서 흰 공 1개, 검은 공 1개를 꺼내어 주머니 B에 넣는 경우
주머니 B에서 흰 공 2개를 꺼내어 주머니 A에 넣어야 두 주머니에 있는 검은 공의 개수가 서로 같아진다.
이때의 확률은
$$\frac{{}_2C_1\times{}_4C_1}{{}_6C_2}\times\frac{{}_5C_2}{{}_8C_2}=\frac{4}{21}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\dfrac{\frac{8}{35}}{\frac{8}{35}+\frac{4}{21}}=\frac{6}{11}$

50) [정답] 41

[해설]
두 번 시행 후 주머니에 흰 공만 2개가 들어 있는 확률은 다음과 같이 분류할 수 있다.
(ⅰ) 첫 번째 시행에 검은 공 3개, 두 번째 시행에 검은 공 1개, 흰색 공 2개를 뽑는 경우
첫 번째 시행 후 남아 있는 공은 검은 공 1개, 흰색 공 2개다.
$$\frac{{}_4C_3}{{}_6C_3}\cdot\frac{{}_1C_1\cdot{}_2C_2}{{}_3C_3}=\frac{1}{5}$$
(ⅱ) 첫 번째 시행에 검은 공 2개, 흰색 공 1개를 뽑고 두 번째 시행에 검은 공 2개, 흰색 공 1개를 뽑는 경우
첫 번째 시행 후 남아 있는 공은 검은 공 2개, 흰색 공 2개다.
$$\frac{{}_4C_2\cdot{}_2C_1}{{}_6C_3}\cdot\frac{{}_2C_2\cdot{}_2C_1}{{}_4C_3}=\frac{3}{10}$$
(ⅲ) 첫 번째 시행에 검은 공 1개, 흰색 공 2개를 뽑고, 두 번째 시행에 검은 공 3개를 뽑는 경우
첫 번째 시행 후 남아 있는 공은 검은 공 3개, 흰색 공 2개다.
$$\frac{{}_4C_1\cdot{}_2C_2}{{}_6C_3}\cdot\frac{{}_3C_3}{{}_5C_3}=\frac{1}{50}$$
따라서 구하고자 하는 확률은
$$\frac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{5}+\frac{3}{10}+\frac{1}{50}}=\frac{30}{20+30+2}=\frac{15}{26}$$

따라서 $p=26,\ q=15$이므로 $p+q=41$

51) [정답] 17

[해설]

[실행 2]가 끝난 후 주머니 B에 흰 공이 남아 있지 않은 사건을 X, [실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공 중 흰 공이 2개인 사건을 Y라 하자.

(i) [실행 1]에서 동전의 앞면이 나오고, [실행 2] 가 끝난 후 주머니 B에 흰 공이 남아 있지 않은 경우
[실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공이 흰 공 2개이고, [실행 2]에서 주머니 A에 넣은 공이 흰 공 5개이거나 [실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공이 흰 공 1개와 검은 공 1개이고, [실행 2]에서 주머니 A에 넣은 공이 흰 공 4개와 검은 공 1개일 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_4C_2}\times\frac{{}_5C_5}{{}_6C_5}+\frac{1}{2}\times\frac{{}_3C_1\times{}_1C_1}{{}_4C_2}\times\frac{{}_4C_4\times{}_2C_1}{{}_6C_5}$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{24}+\frac{1}{12}=\frac{1}{8}$$

(ii) [실행 1]에서 동전의 뒷면이 나오고, [실행 2]가 끝난 후 주머니 B에 흰 공이 남아 있지 않은 경우
[실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공이 흰 공 2개와 검은 공 1개이고, [실행 2]에서 주머니 A에 넣은 공이 흰 공 5개일 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{{}_3C_2\times{}_1C_1}{{}_4C_3}\times\frac{{}_5C_5}{{}_7C_5}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{21}=\frac{1}{56}$$

(i), (ii)에서

$$\mathrm{P}(X)=\frac{1}{8}+\frac{1}{56}=\frac{8}{56}=\frac{1}{7}$$

$$\mathrm{P}(X\cap Y)=\frac{1}{24}+\frac{1}{56}=\frac{10}{168}=\frac{5}{84}$$

그러므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(Y|X)=\frac{\mathrm{P}(X\cap Y)}{\mathrm{P}(X)}=\frac{\frac{5}{84}}{\frac{1}{7}}=\frac{5}{12}$$

따라서 $p=12,\ q=5$이므로
$p+q=17$

52) [정답] 73

[해설]

차량이 자가용일 사건을 A, 목격자가 자가용이라 증언할 사건을 B라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(A|B)$이다. 이 때,

$\mathrm{P}(A|B)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}$ 이고

$\mathrm{P}(B)=0.8\times0.9+0.2\times0.1=0.74$

$\mathrm{P}(A\cap B)=0.8\times0.9=0.72$

이므로 구하는 확률은 $\dfrac{72}{74}=\dfrac{36}{37}$

$p=37,\ q=36$ 이므로 $p+q=73$

53) [정답] 33

[해설]

4 학년 생도 수를 a라 하면 여행 3 개월 전에 희망지역을 변경한 생도 수는 표와 같다.

희망지역	유럽	미국	아시아
최초 희망자 수	$\frac{3}{10}a$	$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{5}a$
변경한 희망자 수	$0.15\times\frac{3}{10}a$	$0.05\times\frac{1}{2}a$	$0.35\times\frac{1}{5}a$

따라서, 여행지역을 변경한 생도 1 명을 임의로 택할 때, 그 생도가 최초에 미국 지역을 택했을 확률은

$$\frac{q}{p}=\frac{\frac{5}{100}\times\frac{1}{2}a}{\left(\frac{15}{100}\times\frac{3}{10}a\right)+\left(\frac{5}{100}\times\frac{1}{2}a\right)+\left(\frac{35}{100}\times\frac{1}{5}a\right)}$$

$$=\frac{25}{45+25+70}$$

$$=\frac{5}{28}$$

따라서,

$p+q=5+28=33$

54) [정답] ①

[해설]

구입후 \ 구입전	소형차	중대형차	계
소형차	x	z	60%
중대형차	y	w	40%

$x:z=60:40$ 이므로

$x+z=60(\%)x=36(\%),\ y:w=20:80$ 이므로 $,z=24(\%)$

$y+w=40(\%)y=8(\%),w=32(\%)$

중대형차를 구입한 사건을 A, 소형차를 타던 사건을 B라

하면 $\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A})=\dfrac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A})}=\dfrac{\frac{24}{100}}{\frac{56}{100}}=\dfrac{3}{7}$

55) [정답] ③

[해설]

	확률과 통계 배움	확률과 통계 배우지 않음	계
통계학성적이 A학점	$6a$	$2a$	$8a$
통계학성적이 A학점이아님	$24a$	$18a$	$42a$
계	$30a$	$20a$	$50a$

$\therefore\ \dfrac{6a}{8a}=\dfrac{3}{4}$

[다른 풀이]
입교전 확률과 통계를 배우는 사건을 A, 확률과통계 과목에서 A학점을 받을 사건을 B, 사관학교 생도생 수를 a라 두면

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{P(A\cap B)}{P(A\cap B)+P(A\cap B^c)}$$

$$=\frac{\frac{3}{5}a\cdot\frac{2}{10}a}{\frac{3}{5}a\cdot\frac{2}{10}a+\frac{2}{5}a\cdot\frac{1}{10}a}=\frac{3}{4}$$

56) [정답] ①

[해설]

우선 감염되었다고 진단되는 컴퓨터의 대수를 구하면, 바이러스에 감염된 컴퓨터를 감염되었다고 진단한 경우가 $200\times0.94=188$ (대)이고, 감염되지 않은 컴퓨터를 감염된 것으로 진단한 경우가 $300\times0.02=6$ (대)이므로 총 194 (대)이다. 따라서 감염되었다고 진단한 컴퓨터에서 임의로 한 개를 택하였을 때, 그 컴퓨터가 감염된 컴퓨터일 확률은

$$\frac{188}{188+6}=\frac{188}{194}=\frac{94}{97}$$

57) [정답] ③

[해설]

투표 전 \ 투표 결과	갑에게 투표	을에게 투표
갑 지지	0.28	0.42
을 지지	0.15	0.15
계	0.43	0.57

을에게 투표한 학생이 선택된 사건을 C, 투표 전과 후에 지지했던 후보를 바꾸지 않은 학생이 선택된 사건을 D라 하면, 구하고자 하는 확률은

$$P(D|C)=\frac{P(C\cap D)}{P(C)}=\frac{0.15}{0.42+0.15}=\frac{5}{19}$$

58) [정답] ④

[해설]

정보 x가 1의 송신신호로 바뀌는 사건을 A라 하고 송신신호가 수신신호 1로 전송되는 사건을 B라 할 때, 구하는 확률은 P(A|B)이다. 주어진 조건에 의해서

$\mathrm{P}(\mathrm{A}^C)=0.4=\dfrac{2}{5}$, $\mathrm{P}(\mathrm{A})=0.6=\dfrac{3}{5}$

$\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A}^C)=0.05=\dfrac{1}{20}$, $\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A})=0.95=\dfrac{19}{20}$이므로

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{B})=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{B})}=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+\mathrm{P}(\mathrm{A}^C\cap\mathrm{B})}$$

$$=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A})}{\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{A}^C)\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A}^C)}$$

$$=\frac{\frac{3}{5}\times\frac{19}{20}}{\frac{3}{5}\times\frac{19}{20}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{20}}=\frac{57}{59}$$

59) [정답] ②

[해설]

사건 X가 일어날 확률 $\mathrm{P}(X)$는

(ⅰ) ㉡을 지나는 경우

표에 의하여 확률은 $\dfrac{1}{3}$

(ⅱ) ㉣을 지나는 경우

㉣을 지나기 위해서는 ㉠을 지나야 하므로

표에 의하여 확률은 $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{6}$

(ⅲ) ㉤을 지나는 경우

(ⅱ)와 같은 방법으로 $\frac{1}{6}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의해서

$$\mathrm{P}(\mathrm{X})=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$$

두 사건 X, Y가 동시에 일어날 확률 $\mathrm{P}(\mathrm{X}\cap\mathrm{Y})$는

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}\cap\mathrm{Y})=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$$

따라서

$$\mathrm{P}(\mathrm{Y}\,|\,\mathrm{X})=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{X}\cap\mathrm{Y})}{\mathrm{P}(\mathrm{X})}=\frac{1}{2}$$

60) [정답] 7

[해설]

A 팀이 우승하였을 때 (가)에서 이겼을 확률은

$$\frac{\frac{3}{16}}{\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}}=\frac{3}{4}\quad\therefore\ p+q=4+3=7$$

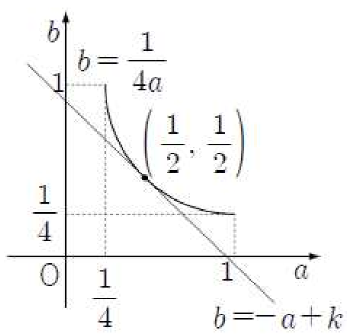
61) [정답] ⑤

[해설]

$P(A)=a$, $P(B)=b$라 하면 A와 B가 서로 독립이므로
$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=ab$이다.

따라서, $ab=\frac{1}{4}\,(0<a\le 1,\ 0<b\le 1)$이다.

또한, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$이므로 $a+b=k$이다.



$\therefore 1\le k\le\frac{5}{4}$

62) [정답] ④

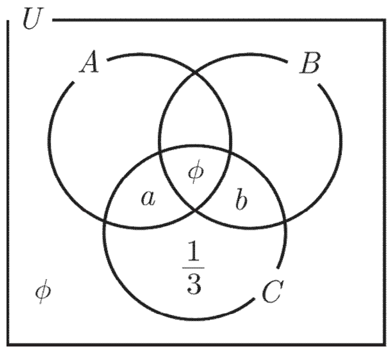
[해설]

조건 (다)에 의해서

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})\cdot\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$이므로

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$$

조건 (가), (나)에 맞게 벤다이어그램을 그리면 다음과 같다.



$A\cup B=\frac{2}{3}$, $C=\frac{2}{3}\qquad\therefore\ a+b=\frac{1}{3}$

조건 (가)에 의해서

$(A\cup B)^C=C-(A\cup B)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$이고

조건 (나)에 의해서

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})+\mathrm{P}(\mathrm{B}\cap\mathrm{C})=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$이므로

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{C})+\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{C})=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})+\mathrm{P}(\mathrm{B}\cap\mathrm{C})}{\mathrm{P}(\mathrm{C})}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}$$

63) [정답] 12

[해설]

k의 값에 따른 확률을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

k	1	2	3	4	5	6	7
P(A)	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$
P(B)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$를 만족할 때, 두 사건 A, B가 서로 독립이므로 이를 만족하는 상수 k의 값은 2, 4, 6이다.
따라서 모든 k의 값의 합은 12이다.

64) [정답] 8

[해설]

$A=\{1,3,5\}$이므로 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$

(ⅰ) $m=1$일 때, $B=\{1\}$이므로

$A\cap B=\{1\}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{6}$

따라서 $\mathrm{P}(A\cap B)\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이므로 두 사건 A와 B는 서로 독립이 아니다.

(ⅱ) $m=2$일 때 $B=\{1,2\}$이므로

$A\cap B=\{1\}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$

따라서 $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{6}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

즉, 두 사건 A와 B는 서로 독립이다.

(ⅲ) $m=3$일 때, $B=\{1,3\}$이므로

$A\cap B=\{1,3\}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{3}$

따라서 $\mathrm{P}(A\cap B)\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이므로 두 사건 A와 B는 서로 독립이 아니다.

(ⅳ) $m=4$일 때, $B=\{1,2,4\}$이므로

$A\cap B=\{1\}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{6}$

따라서 $\mathrm{P}(A\cap B)\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이므로 두 사건 A와 B는 서로 독립이 아니다.

(ⅴ) $m=5$일 때, $B=\{1,5\}$이므로

$A\cap B=\{1,5\}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{3}$

따라서 $\mathrm{P}(A\cap B)\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이므로 두 사건 A와 B는 서로 독립이 아니다.

(ⅵ) $m=6$일 때 $B=\{1,2,3,6\}$이므로

$A\cap B=\{1,3\}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{2}{3}$

따라서 $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{3}$이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

즉, 두 사건 A와 B는 서로 독립이다.

(ⅰ)~(ⅵ)에 의하여 모든 m의 값의 합은 $2+6=8$

65) [정답] ⑤

[해설]

ㄱ. $\mathrm{P}(\mathrm{E})=\frac{1}{2}$ 이므로

$I(E)=-\log_2\mathrm{P}(\mathrm{E})=-\log_2\frac{1}{2}=1$ (참)

ㄴ. 두 사건A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})$

$\therefore\ I(A\cap B)=-\log_2\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=-\log_2\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})$

$=-\{\log_2\mathrm{P}(\mathrm{A})+\log_2\mathrm{P}(\mathrm{B})\}$

$=-\log_2\mathrm{P}(\mathrm{A})-\log_2\mathrm{P}(\mathrm{B})=I(A)+I(B)$ (참)

ㄷ. $2I(A\cup B)=-2\log_2\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=-\log_2\{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})\}^2$

$I(A)+I(B)=-\log_2\mathrm{P}(\mathrm{A})-\log_2\mathrm{P}(\mathrm{B})=-\log_2\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})$

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})\geqq\mathrm{P}(\mathrm{A})>0$, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})\geqq\mathrm{P}(\mathrm{B})>0$

이므로 $\{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})\}^2\geqq\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})$

$\therefore\ \log_2\{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})\}^2\geqq\log_2\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})$

$-\log_2\{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})\}^2\leqq-\log_2\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})$

$\therefore\ 2I(A\cup B)\leqq I(A)+I(B)$ (참)

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

66) [정답] ④

[해설]

갑과 을이 각각 동전을 던지면 경우의 수는

$\{(\mathrm{T},\mathrm{T}),\ (\mathrm{H},\mathrm{T}),\ (\mathrm{T},\mathrm{H}),\ (\mathrm{H},\mathrm{H})\}$

ⅰ) (T,T) 일 때,

갑과 을의 위치가 A, F 이고 거리가 1 이므로

$\therefore\ p_1=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

ⅱ) (H,T) 일 때,

을의 위치는 F 이고 을의 위치는 G 가 되어야 거리가 1 이므로

$\therefore\ p_2=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$

ⅲ) (T,H) 일 때,

갑의 위치는 A 이고 을의 위치는 G 가 되어야 거리가 1 이므로

$\therefore\ p_3=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$

ⅳ) (H,H) 일 때,

① 갑의 위치가 B 이면 을의 위치는 A 또는 G 가 되어야 거리가 1 이고

② 갑의 위치가 G 이면 을의 위치는 A 또는 E가 되어야 거리가 1 이고

③ 갑의 위치가 F 이면 을의 위치는
A 또는 G 또는 E 가 되어야 거리가 1 이고

$\therefore\ p_4=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times7=\dfrac{7}{36}$

그러므로 구하고자하는 확률 p 는

$$\begin{aligned}p&=p_1+p_2+p_3+p_4\\&=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{7}{36}\\&=\frac{22}{36}\\&=\frac{11}{18}\end{aligned}$$

67) [정답] 13

[해설]

네 팀이 짝지어서 경기를 치르게 되는 경우는

(A,B) , (A,C) , (A,D) , (B,C) , (B,D) , (C,D) 의 6(가지)

(i) 전승팀이 존재할 확률 :

A가 전승팀이 될 확률은

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times1\times1\times1=\dfrac{1}{8}$ 이고, 네 팀이므로 전승팀이

존재할 확률은 $\dfrac{1}{8}\times4=\dfrac{1}{2}$

(ii) 전패팀이 존재할 확률 : $\dfrac{1}{2}$

(iii) (전승,전패)가 동시에 존재할 확률 :

(A,B)가 (전승,전패)일 확률은

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times1=\dfrac{1}{32}$ 이므로 (전승,전패)가 동시에

존재할 확률은 $\dfrac{1}{32}\times{}_4\mathrm{C}_2\times2=\dfrac{12}{32}=\dfrac{3}{8}$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{8}=\dfrac{5}{8}$

$\therefore m+n=8+5=13$

68) [정답] ③

[해설]

$y=3$ 인 사건을 A, $z=1$ 인 사건을 B 라고 하면

$\mathrm{P}(A)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{9}$, $\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{9}$ 이고

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{81}$ 이므로

$\therefore\ \mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{25}{81}$

69) [정답] 35

[해설]

투입된 공이 A, B, C, D에 도달할 확률은 각각 $\dfrac{1}{2^2}$이다.

네 곳 모두 켜지려면 한 곳은 세 번, 세 곳은 각각 한 번씩 공이 도달해야 한다. 여섯 개의 공이 A에 세 개 B, C, D에 각각 한 개씩 도달하는 경우의 수는 A, A, A, B, C, D를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $\dfrac{6!}{3!}$ 이고 이 중 네 개의 공이 A, B, C, D에 각각 한 개씩 도달하여 네 번째 공 만에 게임이 끝나는 경우인 $4!$ 가지가 제외되어야 한다.

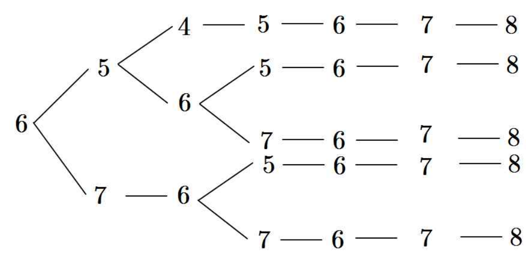
B, C, D에 세 개의 공이 도달하는 경우도 마찬가지이므로

구하는 확률은 $4\left(\dfrac{6!}{3!}-4!\right)\times\left(\dfrac{1}{2^2}\right)^6=\dfrac{3}{32}$

70) [정답] ③

[해설]

상자 B에 들어 있는 공의 개수가 6번째 시행 후 처음으로 8이 되는 경우를 직접 세어보면



의 5가지이다.

전체 경우의 수는 $2^6=64$이므로 구하는 확률은 $\dfrac{5}{64}$

[다른 풀이]

동전을 던져서 앞면과 뒷면이 나오는 확률은 $\dfrac{1}{2}$

상자 B에 들어 있는 공의 개수가 6번째 시행 후 처음으로

8이 되어야 하므로 반드시 5번째 시행 후에는 7, 4번째 시행 후에는 6이어야 한다.

4번째 시행 후에 6이 되기 위해서는 앞면과 뒷면이 각각 2번씩 나와야 하고, 첫 번째와 두 번째 모두 앞면이 나오는 경우를 제외해야 하므로 구하는 확률은

$$\left\{({}_4C_2-1)\times\left(\frac{1}{2}\right)^4\right\}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{5}{64}$$

71) [정답] **135**

[해설]

한 번의 시행 결과로 나타나는 경우의 확률은 다음과 같다.

① A가 가진 공의 개수가 1개 늘어가는 경우 :
A가 던진 주사위의 눈의 수가 짝수이고 B가 던진 주사위의 눈의 수가 홀수이므로 확률은 $\frac{1}{4}$

② A가 가진 공의 개수의 변화가 없는 경우 :
A, B가 던진 주사위의 눈의 수가 모두 짝수이거나 모두 홀수이므로 확률은 $\frac{1}{2}$

③ A가 가진 공의 개수가 1개 줄어드는 경우 :
A가 던진 주사위의 눈의 수가 홀수이고 B가 던진 주사위의 눈의 수가 짝수이므로 확률은 $\frac{1}{4}$

한편, 4번째 시행 후 센 공의 개수가 처음으로 6이 되는 경우는 4번째 시행에서 ①이 일어나고 3번째 시행에서는 ① 또는 ②가 일어나야 한다.

(ⅰ) 3번째 시행에서 ①이 일어나는 경우
첫 번째, 두 번째 시행에서 ①, ③이 일어나거나 두 시행 모두 ②가 일어나야 하므로

$$\left\{2!\times\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{32}$$

(ⅱ) 3번째 시행에서 ②가 일어나는 경우
첫 번째, 두 번째 시행에서 ①, ②가 일어나야 하므로

$$\left({}_2C_1\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$

그러므로 구하는 확률은 $\left(\frac{3}{32}+\frac{1}{8}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{7}{128}$

따라서 $p=128$, $q=7$이므로 $p+q=135$

72) [정답] **47**

[해설]

5개의 수의 곱이 6의 배수가 되기 위해서 2와 3은 1번 이상은 나와야 한다.

따라서 1이 나오는 경우가 최대 3번이다.

전체 경우의 수는 $3^5=243$(가지)

(ⅰ) 1이 0번 나오는 경우
2와 3이 나올 수 있는 경우의 수는 2^5
2나 3만 나오는 2가지 경우를 제외해야 하므로
$\therefore 2^5-2=30$(가지)

(ⅱ) 1이 1번 나오는 경우
1이 나오는 경우의 수 ${}_5C_1$
2와 3이 나올 수 있는 경우의 수는 2^4
2나 3만 나오는 2가지 경우를 제외해야 하므로
$2^4-2=14$(가지)
$\therefore\ 14\times5=70$(가지)

(ⅲ) 1이 2번 나오는 경우
1이 나오는 경우의 수 ${}_5C_2=10$
2와 3이 나올 수 있는 경우의 수는 2^3
2나 3만 나오는 2가지 경우를 제외해야 하므로
$2^3-2=6$(가지)
$\therefore\ 6\times10=60$(가지)

(ⅳ) 1이 3번 나오는 경우
1이 나오는 경우의 수 ${}_5C_3=10$
2와 3이 나올 수 있는 경우의 수는 2^2
2나 3만 나오는 2가지 경우를 제외해야 하므로
$2^2-2=2$(가지)
$\therefore\ 2\times10=20$(가지)

(ⅰ)~(ⅳ)에서 이 시행을 5번 반복하여 확인한 5개의 수의 곱이 6의 배수가 되는 경우의 수는
$30+70+60+20=180$(가지)

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{180}{243}=\frac{20}{27}$

따라서 $p=27$, $q=20$이므로 $p+q=47$

73) [정답] ④

[해설]

$a=1\ b=0$인 경우: ${}_4C_1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{4}{6}\right)^3=\frac{16}{81}$

$a=2\ b=1$인 경우: $\frac{4!}{2!}\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{4}{6}\right)^1=\frac{1}{27}$

위의 두가지 이외에는 나타나지 않으므로 구하는 모든 확률의 합은 $\frac{16}{81}+\frac{1}{27}=\frac{19}{81}$

74) [정답] ①

[해설]

A 대학교에 합격하려면 수시모집에서 합격하거나,
수시모집에서 불합격하고 정시모집에서 합격해야 하므로 한 학생이 A 대학교에 합격할 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$이다.

따라서 3 명 중 2 명이 합격할 확률은

${}_3C_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{9}$이다.

75) [정답] 182

[해설]
가위바위보를 한 번 할 때,
지호가 사탕을 2개 받는 경우는 가위바위보에서 이긴 경우이므로 확률은 $\frac{1}{3}$이고
사탕을 1개 받는 경우는 가위바위보에서 비기거나 지는 경우이므로 확률은 $\frac{2}{3}$이다.
게임에서 사탕을 2번 받는 횟수를 a, 1번 받는 횟수를 b라 할 때, $2a+b=5$에서 $(a,\ b)=(2,\ 1),\ (1,\ 3),\ (0,\ 5)$이다.
(i) $(a,\ b)=(2,\ 1)$인 경우 확률은

$${}_3C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{9}$$

(ii) $(a,\ b)=(1,\ 3)$인 경우 확률은

$${}_4C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{32}{81}$$

(iii) $(a,\ b)=(0,\ 5)$인 경우 확률은

$${}_5C_0\left(\frac{2}{3}\right)^5=\frac{32}{243}$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$$\frac{2}{9}+\frac{32}{81}+\frac{32}{243}=\frac{182}{243}$$

[다른 풀이]

가위바위보를 한 번 할 때,
지호가 사탕을 2개 받는 경우는 가위바위보에서 이긴 경우이므로 확률은 $\frac{1}{3}$이고
사탕을 1개 받는 경우는 가위바위보에서 비기거나 지는 경우이므로 확률은 $\frac{2}{3}$이다.
지호가 받은 사탕의 총 개수가 n개인 경우가 생길 확률을 a_n이라 할 때, 지호가 받은 사탕의 총 개수가 $n+2$개인 경우는 사탕을 $n+1$개 가지고 있는 상태에서 가위바위보에서 비기거나 질 때, 또는 사탕을 n개 가지고 있는 상태에서 가위바위보에서 이기는 경우이므로 다음 점화식이 성립한다.

$$a_{n+2}=\frac{1}{3}a_n+\frac{2}{3}a_{n+1}$$

$a_{n+2}-a_{n+1}=-\frac{1}{3}(a_{n+1}-a_n)$이므로

$\{a_{n+1}-a_n\}$은 공비가 $-\frac{1}{3}$인 등비수열을 이룬다.

$a_1=\frac{2}{3},\ a_2=\frac{1}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{7}{9}$이므로

$$a_5=a_1+\sum_{k=1}^{4}\{a_{k+1}-a_k\}=\frac{2}{3}+\frac{\frac{1}{9}\left\{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^4\right\}}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}=\frac{182}{243}$$

$\therefore\ k=182$

76) [정답] ①

[해설]

앞면은 H, 뒷면을 T 로 나타내기로 하자.

(i) 앞면이 3 번 나오는 경우
H 3 개와 T 4 개를 일렬로 나열하는 경우의 수는
${}_7C_3=35$
H 가 이웃하지 않는 경우의 수는
${}_5C_3=10$
즉 조건 (나)를 만족시킬 확률은
$(35-10)\times\left(\frac{1}{2}\right)^7$

(ii) 앞면이 4 번 나오는 경우
H 4 개와 T 3 개를 일렬로 나열하는 경우의 수는
${}_7C_4=35$
H 가 이웃하지 않는 경우의 수는
1
즉 조건 (나)를 만족시킬 확률은

$(35-1)\times\left(\frac{1}{2}\right)^7$

(iii) 앞면이 5번 이상 나오는 경우
조건 (나)를 항상 만족시키므로
이 경우의 확률은

$({}_7C_5+{}_7C_6+{}_7C_7)\times\left(\frac{1}{2}\right)^7$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$(25+34+29)\times\left(\frac{1}{2}\right)^7=\frac{88}{128}=\frac{11}{16}$

77) [정답] 251

[해설]

주사위를 한 번 던질 때, 3의 배수의 눈의 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이고 3의 배수가 아닌 눈이 나올 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$이다.

따라서 주사위를 한 번 던질 때,

주머니 A에서 공을 꺼낼 확률은 $\frac{1}{3}$이고

주머니 B에서 공을 꺼낼 확률은 $\frac{2}{3}$이다.

주어진 조건을 만족시키는 경우는
주머니 A에서 흰 구슬을 1개씩 2번 꺼내고,
주머니 B에서 검은 구슬을 1개씩 2번 꺼내는 경우이다.
주사위 4번을 던지는 시행 중 주머니 A와 B에서 각각 2개씩의 구슬을 꺼낼 확률은

${}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$

주머니 A에서 공을 꺼내는 두 번의 시행에서 모두 흰 구슬을 꺼낼 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$

주머니 B에서 공을 꺼내는 두 번의 시행에서 모두 검은 구슬을 꺼낼 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{8}{27}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{8}{243}$

$\therefore\ p=243,\ q=8\quad\therefore\ p+q=251$

78) [정답] ①

[해설]

동전 A를 세 번 던져 나온 3개의 수의 합은 3, 4, 5, 6 중 하나이고, 동전 B를 네 번 던져 나온 4개의 수의 합은 12, 13, 14, 15, 16 중 하나이다.

(i) 7개의 수의 합이 19인 경우
두 동전 A, B를 각각 던졌을 때 나온 수의 합을 각각 a, b라 하면 7개의 수의 합이 19인 경우를 순서쌍 (a, b)로 나타내면 다음과 같다.
(3, 16), (4, 15), (5, 14), (6, 13)
이때의 확률은

$${}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\times{}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^3\times{}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^4$$
$$+{}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)^3\times{}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_3C_0\left(\frac{1}{2}\right)^3\times{}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^4$$
$$=\left(\frac{1}{2}\right)^7+12\times\left(\frac{1}{2}\right)^7+18\times\left(\frac{1}{2}\right)^7+4\times\left(\frac{1}{2}\right)^7$$
$$=\frac{35}{128}$$

(ii) 7개의 수의 합이 20인 경우
두 동전 A, B를 각각 던졌을 때 나온 수의 합을 각각 a, b라 하면 7개의 수의 합이 20인 경우를 순서쌍 (a, b)로 나타내면 다음과 같다.
(4, 16), (5, 15), (6, 14)
이때의 확률은

$${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^3\times{}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)^3\times{}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^4$$
$$+{}_3C_0\left(\frac{1}{2}\right)^3\times{}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^4$$
$$=3\times\left(\frac{1}{2}\right)^7+12\times\left(\frac{1}{2}\right)^7+6\times\left(\frac{1}{2}\right)^7$$
$$=\frac{21}{128}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{35}{128}+\frac{21}{128}=\frac{7}{16}$

79) [정답] ⑤

[해설]

(i) 주머니에서 3이 나오는 경우

주머니에서 3이 나올 확률은 $\frac{2}{5}$,

3이 나오면 주사위를 3번 던지므로 처음 나온 주사위 눈을 a, 두 번째 나온 주사위 눈을 b, 세 번째 나온 주사위 눈을 c라 두면

$a+b+c=10$

㉠ $(a,\ b,\ c)=(6,\ 3,\ 1)$, $(5,\ 4,\ 1)$, $(5,\ 3,\ 2)$일 때, $3!=6$(가지) 즉, 총 경우의 수는 $6\times3=18$(가지)

㉡ $(a,\ b,\ c)=(6,\ 2,\ 2)$, $(4,\ 4,\ 2)$, $(4,\ 3,\ 3)$일 때,

$\frac{3!}{2!}=3$(가지) 즉, 총 경우의 수는 $3\times3=9$(가지)

㉠, ㉡에서 총 경우의 수는 27가지이므로 구하는 확률은

$\frac{2}{5}\times\frac{27}{6^3}$

(ii) 주머니에서 4가 나오는 경우

주머니에서 4가 나올 확률은 $\frac{3}{5}$,

4가 나오면 주사위를 4번 던지므로 처음 나온 주사위 눈을 a, 두 번째 나온 주사위 눈을 b, 세 번째 나온 주사위 눈을 c, 네 번째 나온 주사위 눈을 d라 두면

$a+b+c+d=10$

㉠ $(a,\ b,\ c,\ d)=(6,\ 2,\ 1,\ 1)$, $(5,\ 3,\ 1,\ 1)$, $(5,\ 2,\ 2,\ 1)$일 때,

$\frac{4!}{2!}=12$(가지) 즉, 총 경우의 수는 $12\times3=36$(가지)

㉡ $(a,\ b,\ c,\ d)=(4,\ 4,\ 1,\ 1)$, $(3,\ 3,\ 2,\ 2)$일 때,

$\frac{4!}{2!\times2!}=6$(가지) 즉, 총 경우의 수는 $6\times2=12$(가지)

㉢ $(a,\ b,\ c,\ d)=(4,\ 2,\ 2,\ 2)$, $(3,\ 3,\ 3,\ 1)$일 때,

$\frac{4!}{3!}=4$(가지) 즉, 총 경우의 수는 $4\times2=8$(가지)

㉣ $(a,\ b,\ c,\ d)=(4,\ 3,\ 2,\ 1)$일 때 $4!=24$(가지)

㉠~㉣에서 총 경우의 수는 80가지이므로 구하는 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{80}{6^4}$

(i), (ii)에서 이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 10점일 확률은

$$\frac{2}{5}\times\frac{27}{6^3}+\frac{3}{5}\times\frac{80}{6^4}=\frac{47}{540}$$

80) [정답] 587

[해설]

다음과 같이 꺼낸 공에 적힌 수가 3인 경우와 4인 경우로 나누어 생각해 보자.

(i) 꺼낸 공에 적힌 수가 3인 경우 : 주머니에서 꺼낸 공에 적힌 수가 3일 확률은 $\frac{2}{5}$

이때 주사위를 세 번 던져서 나오는 세 눈의 수의 합이 10인 경우는 순서를 생각하지 않으면 6, 3, 1 또는 6, 2 ,2 또는 5, 4, 1 또는 5, 3, 2 또는 4, 4, 2 또는 4, 3, 3이고, 각 경우의 수를 고려하면 이때의 확률은

$$\left(3!+\frac{3!}{2!}+3!+3!+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!}\right)\times\left(\frac{1}{6}\right)^3=27\times\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{8}$$

그러므로 이 경우의 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{20}$

(ii) 꺼낸 공에 적힌 수가 4인 경우 : 주머니에서 꺼낸 공에 적힌 수가 4일 확률은 $\frac{3}{5}$

이때 주사위를 네 번 던져서 나오는 네 눈의 수의 합이 10인 경우는 순서를 생각하지 않으면 6, 2, 1, 1 또는 5, 3, 1, 1 또는 5, 2, 2, 1 또는 4, 4, 1, 1 또는 4, 3, 2, 1 또는 4, 2, 2, 2 또는 3, 3, 3, 1 또는 3, 3, 2, 2이고, 각 경우의 수를 고려하면 이때의 확률은

$$\left(\frac{4!}{2!}+\frac{4!}{2!}+\frac{4!}{2!}+\frac{4!}{2!2!}+4!+\frac{4!}{3!}+\frac{4!}{3!}+\frac{4!}{2!2!}\right)\times\left(\frac{1}{6}\right)^4$$

$$80\times\left(\frac{1}{6}\right)^4=\frac{5}{81}$$

그러므로 이 경우의 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{5}{81}=\frac{1}{27}$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은 $\frac{1}{20}+\frac{1}{27}=\frac{47}{540}$이고,

$p=540$, $q=47$이므로 $p+q=587$

81) [정답] 41

[해설]

오른쪽으로 이동(→)할 확률은 $\frac{1}{2}$, 왼쪽으로 이동(←)할 확률은 $\frac{1}{3}$, 위로 이동(↑)할 확률은 $\frac{1}{6}$이고, →3번, ←1번, ↑1번 이동해야 하므로

$$\frac{5!}{3!}\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{36}\quad\therefore\ p+q=41$$

82) [정답] ②

[해설]

가능한 경우의 수는 6가지

첫 번째 경우 : $A_1\to A_2\to A_1\to A_2\to A_3\to A_4$

두 번째 경우 : $A_1 \to A_2 \to A_3 \to A_2 \to A_3 \to A_4$

세 번째 경우 : $A_1 \to A_6 \to A_1 \to A_2 \to A_3 \to A_4$

네 번째 경우 : $A_1 \to A_6 \to A_1 \to A_6 \to A_5 \to A_4$

다섯 번째 경우: $A_1 \to A_6 \to A_5 \to A_6 \to A_5 \to A_4$

여섯 번째 경우: $A_1 \to A_2 \to A_1 \to A_6 \to A_5 \to A_4$

$\therefore \frac{1}{2^5} \times 6 = \frac{3}{16}$

83) [정답] ④

[해설]

바둑돌이 5회 이동으로 A지점으로 이동하는 것은

i) 왼쪽 3회, 오른쪽 1회, 아래쪽1회로 이동하는 경우

$\frac{5!}{3!}\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{10}{3^5}$

ii) 왼쪽 2회, 아래쪽 2회, 위쪽1회로 이동하는 경우

$\frac{5!}{2! \cdot 2!}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{5}{2^2 \cdot 3^4}$

i), ii)에 의하여 $\frac{10}{3^5} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^4} = \frac{55}{972}$

84) [정답] 323

[해설]

다섯 번 중에서 규칙 1 이 일어난 회수를 a, 규칙 2 가 일어난 회수를 b 로 나타내면 x 축의 양의 방향으로 이동한 크기는 $a+2b$, y 축의 양의 방향으로 이동한 크기는 $2a+b$ 이다.

따라서 원점에서 다섯 번 이동으로 점 $(8,\ 7)$ 에 도달하기 위해서

$a+2b=8$, $2a+b=7$ $\therefore$ $a=2,\ b=3$

즉, 규칙 1 이 두 번, 규칙 2 가 3 번 일어나야 한다. 규칙 1 과 규칙 2 가 일어나는 순서를 고려하면 가능한 경우의 수는 $\frac{5!}{2! \times 3!} = 10$ 가지, 각 경우의 확률이

$\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3$ 이므로 구하는 확률은

$10 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{80}{243}$

$\therefore$ $p=243,\ q=80$

$\therefore$ $p+q=323$

85) [정답] 13

[해설]

점 P 가 원점으로 다시 돌아오는 경우는 (짝, 짝, 홀, 홀)이 배열되는 경우: $\frac{4!}{2!\,2!} = 6$ (가지),

이 때, 점 A(1) 을 들러 왔을 경우는

(짝, ×, ×, ×): $\frac{3!}{2!} = 3$ (가지), (홀, 짝, 짝, 홀) : 1 (가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{3+1}{6} = \frac{2}{3}$ 이고 $a^2+b^2=13$

86) [정답] ③

[해설]

y 좌표가 처음으로 3 이 되는 경우는

① 점 A 가 (0, 2) 에 있을 때 동전의 뒷면이 나오는 경우

② 점 A 가 (1, 2) 에 있을 때 동전의 뒷면이 나오는 경우

③ 점 A 가 (2, 2) 에 있을 때 동전의 뒷면이 나오는 경우

이다. 이때, 점 A 의 x 좌표가 1 인 경우는 ②의 경우이다.

①의 경우의 확률은 ${}_2C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

②의 경우의 확률은 ${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$

③의 경우의 확률은 ${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \frac{1}{2} = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{\frac{3}{16}}{\frac{1}{8}+\frac{3}{16}+\frac{3}{16}} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{8}$$

87) [정답] 191

[해설]

$a_5+b_5 \geq 7$인 사건을 A, $a_k=b_k$인 자연수 $k\,(1 \leq k \leq 5)$가 존재하는 사건을 B라 하자.

사건 A가 일어나는 경우는

$a_5+b_5=7=2+2+1+1+1$

$a_5+b_5=8=2+2+2+1+1$

$a_5+b_5=9=2+2+2+2+1$

$a_5+b_5=10=2+2+2+2+2$

이고 주사위의 눈의 수가 5 이상일 확률은 $\frac{1}{3}$, 4 이하일 확률은 $\frac{2}{3}$이므로

(ⅰ) $a_5+b_5=7$일 확률은

$_5C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3=10\times\frac{8}{3^5}$

(ⅱ) $a_5+b_5=8$일 확률은

$_5C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2=10\times\frac{4}{3^5}$

(ⅲ) $a_5+b_5=9$일 확률은

$_5C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^1=5\times\frac{2}{3^5}$

(ⅳ) $a_5+b_5=10$일 확률은

$_5C_5\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{1}{3^5}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에 의하여

$\mathrm{P}(A)=10\times\frac{8}{3^5}+10\times\frac{4}{3^5}+5\times\frac{2}{3^5}+\frac{1}{3^5}$

또한, 사건 $A\cap B$인 경우는 (ⅰ), (ⅱ)의 경우 3번째 시행까지 5 이상의 눈의 수가 1번, 4 이하의 눈의 수가 2번 일어나야 하고 (ⅲ), (ⅳ)의 경우는 사건 $A\cap B$은 일어나지 않는다.

$\mathrm{P}(A\cap B)={}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2\times{}_2C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)+{}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$=3\times\frac{16}{3^5}+3\times\frac{4}{3^5}$

그러므로, 구하는 확률은

$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$

$=\frac{3\times\frac{16}{3^5}+3\times\frac{4}{3^5}}{10\times\frac{8}{3^5}+10\times\frac{4}{3^5}+5\times\frac{2}{3^5}+\frac{1}{3^5}}$

$=\frac{48+12}{80+40+10+1}$

$=\frac{60}{131}$

이므로

$p=131,\ q=60$

따라서, $p+q=131=60=191$

88) [정답] 133

[해설]

정육면체 모양의 상자를 한 번 던져 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 수가 각각 1,2일 확률은 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$이다.

$a_1+a_2+a_3>a_4+a_5+a_6$일 사건을 A, $a_1=a_4=1$일 사건을 B라 하자.

$a_1+a_2+a_3>a_4+a_5+a_6\geq 3$

(Ⅰ) $a_1+a_2+a_3=4$인 경우

$a_1+a_2+a_3=4$일 확률은 $_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)$

$a_4+a_5+a_6=3$일 확률은 $_3C_0\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{3^3}$

그러므로 $_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{3^3}=\frac{6}{3^6}$

(Ⅱ) $a_1+a_2+a_3=5$인 경우

$a_1+a_2+a_3=5$일 확률은

$_3C_2\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2 3\leq a_4+a_5+a_6\leq 4$일 확률은

$_3C_0\left(\frac{1}{3}\right)^3+{}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{7}{3^3}$

그러므로 $_3C_2\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{7}{3^3}=\frac{84}{3^6}$

(Ⅲ) $a_1+a_2+a_3=6$인 경우

$a_1+a_2+a_3=6$일 확률은 $_3C_3\left(\frac{2}{3}\right)^3$

$3\leq a_4+a_5+a_6\leq 5$일 확률은

$_3C_0\left(\frac{1}{3}\right)^3+{}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)+{}_3C_2\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{19}{3^3}$

그러므로 $_3C_3\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\frac{19}{3^3}=\frac{152}{3^6}$

(Ⅰ), (Ⅱ), (Ⅲ)에 의하여

$\mathrm{P}(A)=\frac{6}{3^6}+\frac{84}{3^6}+\frac{152}{3^6}=\frac{242}{3^6}$

$a_1=a_4=1$이면 $a_2+a_3>a_5+a_6\geq 2$이다.

(i) $a_1=a_4=1$이고 $a_2+a_3=3$인 경우

$a_1=a_4=1$일 확률은 $_2C_0\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$a_2+a_3=3$일 확률은 $_2C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3^2}$

$a_5+a_6=2$일 확률은 $_2C_0\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$

그러므로 $\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{4}{3^2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{4}{3^6}$

(ii) $a_1=a_4=1$이고 $a_2+a_3=4$인 경우

$a_1=a_4=1$일 확률은 ${}_2C_0\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$a_2+a_3=4$일 확률은 ${}_2C_2\left(\frac{2}{3}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2$

$2\le a_5+a_6\le 3$일 확률은 ${}_2C_0\left(\frac{1}{3}\right)^2+{}_2C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{3^2}$

그러므로 $\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{5}{3^2}=\frac{20}{3^6}$

(i), (ii)에 의하여

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{4}{3^6}+\frac{20}{3^6}=\frac{24}{3^6}$

$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{24}{242}=\frac{12}{121}$

따라서 $p=121$, $q=12$이므로 $p+q=133$

89) [정답] 49

[해설]

주어진 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수인 사건을 A, 주사위의 1의 눈이 한 번만 나오는 사건을 B라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

(i) 사건 A가 일어날 확률

주어진 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수인 경우는 주사위를 3번 던질 때 홀수의 눈이 나오는 횟수가 1 또는 3이어야 하므로

$${}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2+{}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$$

(ii) 사건 $A\cap B$가 일어날 확률

주어진 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수이면서 주사위의 1의 눈이 한 번만 나오는 경우는

1의 눈이 한 번, 짝수의 눈이 두 번

또는 1의 눈이 한 번, 3 또는 5의 눈이 두 번

나오는 경우이므로

$${}_3C_1\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2+{}_3C_1\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{13}{72}$$

(i), (ii)에서 구하는 조건부확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{13}{72}}{\frac{1}{2}}=\frac{13}{36}$$

이므로 $p+q=36+13=49$

90) [정답] 21

[해설]

$f(1)=f(3)=f(5)=-1$,

$f(2)=f(4)=f(6)=2$

짝수의 눈이 나온 횟수를 X, 홀수의 눈이 나온 횟수를 Y라 하면 던진 횟수는 5이므로 $X+Y=5\cdots\cdots$㉠

$f(n_1)+f(n_2)+f(n_3)+f(n_4)+f(n_5)=4$이므로

$2X-Y=4\cdots\cdots$㉡

㉠과 ㉡을 연립하면 $X=3$, $Y=2$

5번 중 주사위의 눈이 짝수가 3번, 홀수가 2번 나올 확률은

${}_5C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{16}$

$\therefore\ a+b=5+16=21$

91) [정답] ②

[해설]

$$\mathrm{P}(k)={}_{100}C_k\left(\frac{1}{3}\right)^k\left(\frac{2}{3}\right)^{100-k}\quad(k=0,1,2,\cdots,100)$$

$$\sum_{k=1}^{50}\{\mathrm{P}(2k-1)-\mathrm{P}(2k)\}$$

$$=\{\mathrm{P}(1)-\mathrm{P}(2)\}+\{\mathrm{P}(3)-\mathrm{P}(4)\}+\cdots+\{\mathrm{P}(99)-\mathrm{P}(100)\}$$

$$={}_{100}C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^{99}-{}_{100}C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^{98}+{}_{100}C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^{97}$$

$$-\cdots+{}_{100}C_{99}\left(\frac{1}{3}\right)^{99}\left(\frac{2}{3}\right)-{}_{100}C_{100}\left(\frac{1}{3}\right)^{100}$$

$$=-\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right)^{100}+\left(\frac{2}{3}\right)^{100}=\left(\frac{2}{3}\right)^{100}-\left(\frac{1}{3}\right)^{100}$$

92) [정답] ②

[해설]

$0\le m\le 3$, $0\le n\le 3$이고 $m+n=3$

이므로

$|m-n|=3$ 또는 $|m-n|=1$

그런데 $i^{|m-n|}=-i$이므로

$|m-n|=3$

즉, $m=3$, $n=0$ 또는 $m=0$, $n=3$

이므로 구하고자 하는 확률은

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3+\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{1}{64}+\frac{27}{64}=\frac{7}{16}$$

93) [정답] ④

[해설]

한 번 시행에서 주머니 A에 흰 공이 들어 있을 확률 p_1 이라 두면

$p_1=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ 이다. n번 시행 후 주머니A에 흰 공이 들어 있을 확률을 p_n 이라 두면 $(n+1)$ 번 시행 후 주머니A에 흰 공이 들어 있을 확률 p_{n+1}은

$$p_{n+1}=p_n\times\frac{2}{3}+(1-p_n)\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}p_n+\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow\ \left(p_{n+1}-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}\left(p_n-\frac{1}{2}\right)$$

이므로 수열 $\left\{p_n-\frac{1}{2}\right\}$ 은 첫째항은 $p_1-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$ 이고 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열이므로

$$p_n-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\Leftrightarrow p_n=\frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}+\frac{1}{2}$$

$$\therefore\ p_4=\frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{3}\right)^3+\frac{1}{2}=\frac{41}{81}$$

94) [정답] ②

[해설]

ㄱ. $\mathrm{P}_2=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ (참)

ㄴ. 짝수 번을 이동하면 말은 A 또는 D에 도착하게 된다. 말이 $(2n+2)$번째에 처음으로 D에 도착하려면 처음 2번을 이동한 후 A에 있고 그 이후 $2n$번을 이동하여 처음으로 D에 도착해야 하므로 $\mathrm{P}_{2n+2}=\frac{1}{2}P_{2n}$ (참)

ㄷ. $\mathrm{P}_{2\mathrm{n}-1}=0$ $(n=1,2,3,\cdots)$이므로

$$\therefore\ \sum_{k=1}^{10}\mathrm{P}_k=\mathrm{P}_2+\mathrm{P}_4+\mathrm{P}_6+\mathrm{P}_8+\mathrm{P}_{10}$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}=\frac{31}{32}\ (\text{거짓})$$