[확통] [04통계] 교사평경 최근 3개년

05 확통 07 이산확률분포

02 이산확률변수의 평균과 표준편차

02 평균1 (표)

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 25

1. 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-1	0	1	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$\frac{1}{2}a$	$\frac{3}{2}a$	1

$\mathrm{E}(X)$의 값은?

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

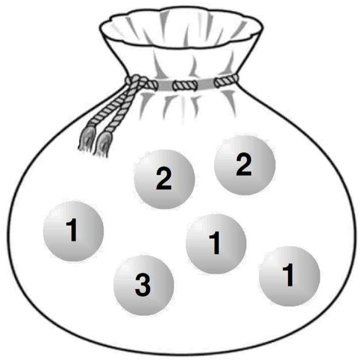
05 확통 07 이산확률분포

02 이산확률변수의 평균과 표준편차

04 평균3 (확률분포 구하기)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 13

2. 주머니에 1, 1, 1, 2, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 두 수의 차를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X)$의 값은?



① $\frac{14}{15}$ ② 1 ③ $\frac{16}{15}$
④ $\frac{17}{15}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

05 확통 07 이산확률분포

02 이산확률변수의 평균과 표준편차

05 표준편차1 (표)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 29

3. 두 이산확률변수 X, Y의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	3	5	7	9	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	c	b	a	1

Y	1	3	5	7	9	계
$\mathrm{P}(Y=y)$	$a+\frac{1}{20}$	b	$c-\frac{1}{10}$	b	$a+\frac{1}{20}$	1

$\mathrm{V}(X)=\frac{31}{5}$일 때, $10\times\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오.

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 27

4. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	a	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	1

$\sigma(X)=\mathrm{E}(X)$일 때, $\mathrm{E}(X^2)+\mathrm{E}(X)$의 값은? (단, $a>1$)

① 29 ② 33 ③ 37
④ 41 ⑤ 45

05 확통 07 이산확률분포

02 이산확률변수의 평균과 표준편차

08 평균과 표준편차 (빈 칸 넣기)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 16

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 16

5. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 하자. $a+b+c$의 값을 확률변수 X라 할 때, 다음은 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$를 구하는 과정이다.

> $3 \le a+b+c \le 18$이므로 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 3, 4, 5, $\cdots$, 18이다.
>
> a, b, c가 각각 6 이하의 자연수이므로 $7-a$, $7-b$, $7-c$는 각각 6 이하의 자연수이다.
>
> $3 \le k \le 18$인 자연수 k에 대하여 $a+b+c=k$일 확률 $\mathrm{P}(X=k)$와 $(7-a)+(7-b)+(7-c)=k$일 확률 $\mathrm{P}(X=3\times\boxed{\text{(가)}}-k)$는 서로 같다.
>
> 그러므로 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$는
>
> $$\begin{aligned}\mathrm{E}(X) &= \sum_{k=3}^{18}\{k\times\mathrm{P}(X=k)\} \\ &= 3\times\mathrm{P}(X=3)+4\times\mathrm{P}(X=4)+5\times\mathrm{P}(X=5) \\ &\quad +\cdots+17\times\mathrm{P}(X=17)+18\times\mathrm{P}(X=18) \\ &= \boxed{\text{(나)}}\times\sum_{k=3}^{10}\mathrm{P}(X=k)\end{aligned}$$
>
> 이때, 확률질량함수의 성질에 의하여
>
> $\sum_{k=3}^{18}\mathrm{P}(X=k)=1$이므로
>
> $\sum_{k=3}^{10}\mathrm{P}(X=k)=\boxed{\text{(다)}}$ 이다.
>
> 따라서 $\mathrm{E}(X)=\boxed{\text{(나)}}\times\boxed{\text{(다)}}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $\dfrac{p+q}{r}$의 값은?

① 49 ② $\dfrac{105}{2}$ ③ 56

④ $\dfrac{119}{2}$ ⑤ 63

05 확통 07 이산확률분포

03 aX+b의 평균과 표준편차

02 aX+b의 평균2 (표)

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 24

6. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$\dfrac{a}{2}$	$\dfrac{a}{3}$	1

$\mathrm{E}(11X+2)$ 의 값은?

① 18 ② 19 ③ 20

④ 21 ⑤ 22

05 확통 07 이산확률분포

03 aX+b의 평균과 표준편차

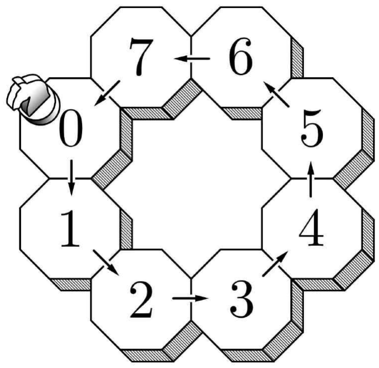
04 aX+b의 평균4 (확률분포 구하기)

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 29

7. 그림과 같이 8개의 칸에 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 말판이 있고, 숫자 0이 적혀 있는 칸에 말이 놓여 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나오는 눈의 수가 3 이상이면 말을 화살표 방향으로 한 칸 이동시키고, 나오는 눈의 수가 3보다 작으면 말을 화살표 반대 방향으로 한 칸 이동시킨다.

위의 시행을 4회 반복한 후 말이 도착한 칸에 적혀 있는 수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(36X)$의 값을 구하시오.



05 확통 07 이산확률분포

03 aX+b의 평균과 표준편차

06 aX+b의 표준편차2 (표)

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 25

8. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-3	0	a	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$\mathrm{E}(X)=-1$일 때, $\mathrm{V}(aX)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 12 ② 15 ③ 18
④ 21 ⑤ 24

05 확통 07 이산확률분포

03 aX+b의 평균과 표준편차

08 aX+b의 표준편차4 (확률분포 구하기)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 26

9. 주머니 속에 숫자 1, 2, 3, 4가 각각 하나씩 적혀 있는 4개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이 과정을 2번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 a, b라 하자. $a-b$의 값을 확률변수 X라 할 때, 확률변수 $Y=2X+1$의 분산 $\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오.

05 확통 07 이산확률분포

03 aX+b의 평균과 표준편차

09 X의 제곱의 평균1 (공식)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 15

10. 이산확률변수 X가 가지는 값은 1, 2, 3, 4이고, 이산확률변수 Y가 가지는 값은 1, 4, 9, 16이고

$$\mathrm{P}(X=k)=\mathrm{P}(Y=k^2)\ (k=1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

이다. $\mathrm{E}(X)=6$, $\mathrm{V}(X)=1$일 때, $\mathrm{E}(Y)$의 값은?

① 33 ② 34 ③ 35
④ 36 ⑤ 37

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 26

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 27

11. 두 이산확률변수 X, Y의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=\mathrm{x})$	a	b	c	d	1

Y	11	21	31	41	합계
$\mathrm{P}(Y=y)$	a	b	c	d	1

$\mathrm{E}(X)=2$, $\mathrm{E}\left(X^2\right)=5$일 때, $\mathrm{E}(Y)+\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오.

05 확통

07 이산확률분포

04 이항분포

02 이항분포2 (평균과 분산의 공식)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 23

12. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{3}\right)$을 따르고 $\mathrm{V}(X)=200$일 때, $\mathrm{E}(X)$의 값을 구하시오.

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 예비 확률과 통계 23

13. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(80, \frac{1}{8}\right)$을 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 23

14. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(60,\ \frac{1}{4}\right)$을 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15
④ 20 ⑤ 25

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 23

15. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(60,\ \frac{5}{12}\right)$를 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은?

① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

05 확통

07 이산확률분포

04 이항분포

04 이항분포4 (aX+b의 평균과 분산의 공식)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 23

16. 이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르는 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{V}(2X+1)=15$일 때, n의 값을 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 24

17. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(36,\ \frac{2}{3}\right)$를 따른다.

$$\mathrm{E}(2X-a)=\mathrm{V}(2X-a)$$

를 만족시키는 상수 a의 값을 구하시오.

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 11월 24

18. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{3}\right)$을 따르고 $\mathrm{V}(2X)=40$일 때, n의 값은?

① 30 ② 35 ③ 40
④ 45 ⑤ 50

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 24

19. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{3}\right)$을 따르고 $\mathrm{E}(3X-1)=17$일 때, $\mathrm{V}(X)$의 값은?

① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$
④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

05 확통 07 이산확률분포

04 이항분포

05 이항분포5 (aX+b의 평균과 분산의 활용)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 11

20. 어느 사관생도가 1회의 사격을 하여 표적에 명중시킬 확률이 $\frac{4}{5}$이다. 이 사관생도가 20회의 사격을 할 때, 표적에 명중시키는 횟수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{V}\left(\frac{1}{4}X+1\right)$의 값은? (단, 이 사관생도가 매회 사격을 하는 시행은 독립시행이다.)

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 17

21. 좌표평면의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 2이하이면 점 P를 x축의 양의 방향으로 3만큼, 3이상이면 점 P를 y축의 양의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

이 시행을 15번 반복하여 이동된 점 P와 직선 $3x+4y=0$사이의 거리를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X)$의 값은?

① 13 ② 15 ③ 17

④ 19 ⑤ 21

05 확통

08 정규분포

01 확률밀도함수

02 확률밀도함수3 (함수의 대칭성 또는 주기성 활용)

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 5

22. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 8$이고, X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 직선 $x=4$에 대하여 대칭이다.

$$3\mathrm{P}(2 \le \mathrm{X} \le 4) = 4\mathrm{P}(6 \le \mathrm{X} \le 8)$$

일 때, $\mathrm{P}(2 \le \mathrm{X} \le 6)$ 의 값은?

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$

④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

05 확통

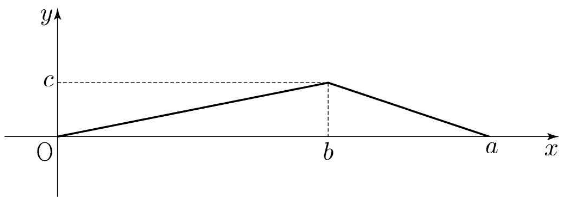
08 정규분포

01 확률밀도함수

03 확률밀도함수2 (확률)

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 11월 확률과 통계 28

23. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le a$이고, X의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같다.



$\mathrm{P}(X \le b) - \mathrm{P}(X \ge b) = \frac{1}{4}$, $\mathrm{P}(X \le \sqrt{5}) = \frac{1}{2}$일 때, $a+b+c$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.)

① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$

④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 29

24. 두 연속확률변수 X와 Y가 갖는 값의 범위는 각각 $0 \le X \le a$, $0 \le Y \le a$이고, X와 Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. $0 \le x \le a$인 모든 실수 x에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$는

$$f(x) = b,\ g(x) = \mathrm{P}(0 \le X \le x)$$

이다. $\mathrm{P}(0 \le Y \le c) = \frac{1}{2}$일 때, $(a+b) \times c^2$의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 상수이다.)

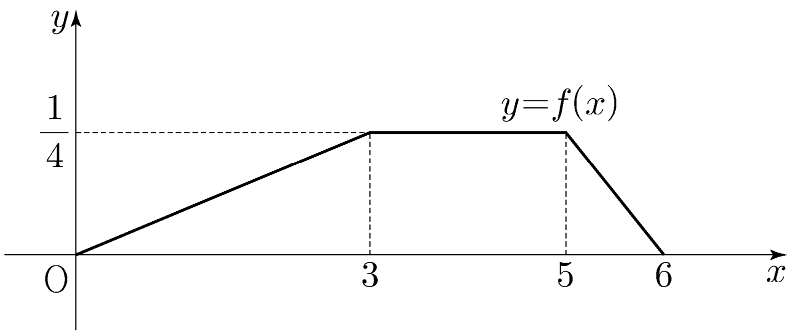
05 확통 08 정규분포

01 확률밀도함수

04 확률밀도함수4 (활용)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 11월 29

25. 두 연속확률변수 X와 Y가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 6$, $0 \le Y \le 6$이고, X와 Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$이다. 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 그림과 같다.



$0 \le x \le 6$인 모든 x에 대하여

$$f(x)+g(x)=k \ (k\text{는 상수})$$

를 만족시킬 때, $\mathrm{P}(6k \le Y \le 15k)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

05 확통 08 정규분포

03 정규분포의 표준화

05 확률관계식1 (변수 1개)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 예비 확률과 통계 26

26. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 10^2)$을 따르고

$$\mathrm{P}(X \le 50)=0.2119$$

일 때, m의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.6	0.2257
0.7	0.2580
0.8	0.2881
0.9	0.3159

① 55 ② 56 ③ 57
④ 58 ⑤ 59

05 확통 08 정규분포

03 정규분포의 표준화

06 확률관계식2 (변수2개)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 16

27. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ \sigma^2)$을 따른다. 확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)$일 때, $f(x)$와 두 확률변수 X, Y가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+10)=f(20-x)$이다.

(나) $\mathrm{P}(X \geq 17)=\mathrm{P}(Y \leq 17)$

$\mathrm{P}(X \leq m+\sigma)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $\sigma>0$)

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.9104
④ 0.9332 ⑤ 0.9772

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 12

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 19

28. 확률변수 X는 평균이 8, 표준편차가 3인 정규분포를 따르고, 확률변수 Y는 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다. 두 확률변수 X, Y가

$$\mathrm{P}(4 \leq X \leq 8)+\mathrm{P}(Y \geq 8)=\frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때, $\mathrm{P}\left(Y \leq 8+\frac{2\sigma}{3}\right)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.8351 ② 0.8413 ③ 0.9332
④ 0.9772 ⑤ 0.9938

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 14

29. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 2^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(2m,\ \sigma^2)$을 따른다.

$$\mathrm{P}(X \le 8) + \mathrm{P}(Y \le 8) = 1$$

을 만족시키는 m과 σ에 대하여 $\mathrm{P}(Y \le m+4) = 0.3085$일 때, $\mathrm{P}(X \le \sigma)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1359
④ 0.1587 ⑤ 0.2857

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 28

30. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 2^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따른다. 상수 a에 대하여 두 확률변수 X, Y가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $Y = 3X - a$
(나) $\mathrm{P}(X \le 4) = \mathrm{P}(Y \ge a)$

$\mathrm{P}(X \ge 9)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0668
③ 0.1587 ④ 0.2417
⑤ 0.3085

05 확통 08 정규분포

03 정규분포의 표준화

07 확률관계식3 (실생활)

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 25

31. 어느 인스턴트 커피 제조 회사에서 생산하는 A제품 1개의 중량은 평균이 9, 표준편차가 0.4인 정규분포를 따르고, B제품 1개의 중량은 평균이 20, 표준편차가 1인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산한 A제품 중에서 임의로 선택한 1개의 중량이 8.9 이상 9.4 이하일 확률과 B제품 중에서 임의로 선택한 1개의 중량이 19 이상 k 이하일 확률이 서로 같다. 상수 k의 값은? (단, 중량의 단위는 g이다.)

① 19.5 ② 19.75 ③ 20
④ 20.25 ⑤ 20.5

05 확통 08 정규분포

03 정규분포의 표준화

08 확률관계식4 (실생활. 커트라인문제)

[출처] 2020 모의_공공 경찰대 고3 07월 3

32. 어느 대학에서 신입생 50명을 모집하는데 5000명이 지원하였다. 지원자 5000명의 입학 시험점수는 평균이 63.7점이고 표준편차가 10점인 정규분포를 따르며, 94.6점 이상인 학생들을 대상으로 장학금을 지급한다고 한다. 아래 표준정규분포표를 이용하려 구한 이 대학에 입학하기 위한 최저 점수를 a라 하고, 장학금을 받는 학생 수를 b라 할 때, $a+b$의 값은?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.96	0.475
2.33	0.490
2.75	0.497
3.09	0.499

① 92 ② 94 ③ 96
④ 98 ⑤ 100

05 확통 08 정규분포

03 정규분포의 표준화

10 확률밀도함수의 해석

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 13

33. 확률변수 X는 평균이 m, 표준편차가 4인 정규분포를 따르고, 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(8) > f(14),\ f(2) < f(16)$$

을 만족시킨다. m이 자연수일 때, $\mathrm{P}(X \le 6)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668

④ 0.1525 ⑤ 0.1587

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 18

34. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m_1, \sigma_1{}^2\right)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m_2, \sigma_2{}^2\right)$을 따르고, 확률변수 X, Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$이다. $\sigma_1 = \sigma_2$이고 $f(24) = g(28)$일 때, 확률변수 X, Y는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(m_1 \le X \le 24) + \mathrm{P}(28 \le Y \le m_2) = 0.9544$

(나) $\mathrm{P}(Y \ge 36) = 1 - \mathrm{P}(X \le 24)$

$\mathrm{P}(18 \le X \le 21)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.3830 ② 0.5328 ③ 0.6247

④ 0.6826 ⑤ 0.7745

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 17

35. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 5^2)$을 따르고,

확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 5^2)$을 따른다. 두 확률변수 X, Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 만나는 점의 x좌표를 k라 하자. $\mathrm{P}(Y \le 2k)$의 값을 다음 정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $m \ne 10$)

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.8413 ③ 0.9104

④ 0.9332 ⑤ 0.9772

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 27

36. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(8,\ 2^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(12,\ 2^2)$을 따르고, 확률변수 X와 Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$와 $g(x)$이다.

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 x좌표를 a라 할 때, $\mathrm{P}(8 \le Y \le a)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.1359 ② 0.1587

③ 0.2417 ④ 0.2857

⑤ 0.3085

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 29

37. 서로 다른 두 자연수 a, b에 대하여 두 확률변수 X, Y가 각각 정규분포 $\mathrm{N}(a,\ \sigma^2)$, $\mathrm{N}(2b-a,\ \sigma^2)$을 따른다. 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$와 확률변수 Y의 확률밀도함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오.

(가) $\mathrm{P}(X \le 11) = \mathrm{P}(Y \ge 11)$
(나) $f(17) < g(10) < f(15)$

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 28

38. 정규분포를 따르는 두 확률변수 X, Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, 모든 실수 x에 대하여

$$g(x) = f(x+6)$$

이다. 두 확률변수 X, Y와 상수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(X \le 11) = \mathrm{P}(Y \ge 23)$
(나) $\mathrm{P}(X \le k) + \mathrm{P}(Y \le k) = 1$

다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 $\mathrm{P}(X \le k) + \mathrm{P}(Y \ge k)$의 값이 0.1336일 때, $\mathrm{E}(X) + \sigma(Y)$의 값은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① $\frac{41}{2}$ ② 21 ③ $\frac{43}{2}$ ④ 22 ⑤ $\frac{45}{2}$

05 확통
09 통계적 추정

01 모평균과 표본평균

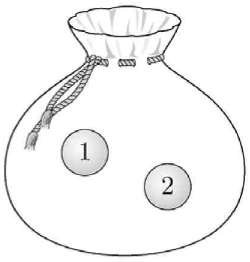
01 모평균과 표본평균1 (표본평균의 확률)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 예비 확률과 통계 30

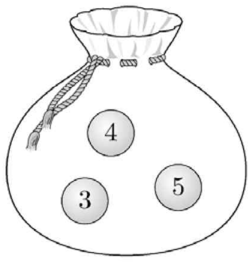
39. 주머니 A에는 숫자 1, 2가 하나씩 적혀 있는 2개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 숫자 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있다. 다음의 시행을 3번 반복하여 확인한 세 개의 수의 평균을 $\overline{X}$라 하자.

> 두 주머니 A, B 중 임의로 선택한 하나의 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 꺼낸 주머니에 다시 넣는다.

$\mathrm{P}(\overline{X}=2)=\dfrac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



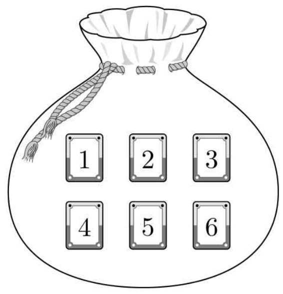
A



B

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 29

40. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 카드에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복하여 확인한 네 개의 수의 평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}\left(\overline{X}=\dfrac{11}{4}\right)=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



05 확통

09 통계적 추정

01 모평균과 표본평균

02 모평균과 표본평균2 (모집단의 분포와 표본평균의 분포의 관계)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 23

41. 모평균이 15이고 모표준편차가 8인 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{E}(\overline{\mathrm{X}})+\sigma(\overline{\mathrm{X}})$ 의 값을 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 6

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 11

42. 정규분포 $\mathrm{N}(20, 5^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균은 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{E}(\overline{X})+\sigma(\overline{X})$의 값은?

① $\frac{91}{4}$ ② $\frac{89}{4}$ ③ $\frac{87}{4}$

④ $\frac{85}{4}$ ⑤ $\frac{83}{4}$

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 23

43. 표준편차가 12인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 36인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\sigma(\overline{X})$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

05 확통 09 통계적 추정

01 모평균과 표본평균

05 모평균과 표본평균5 (실생활에서 표본평균의 분포)

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 30

44. 주머니에 12개의 공이 들어 있다. 이 공들 각각에는 숫자 1, 2, 3, 4 중 하나씩이 적혀 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복하여 확인한 4개의 수의 합을 확률변수 X라 할 때, 확률변수 X는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(X=4)=16\times\mathrm{P}(X=16)=\dfrac{1}{81}$

(나) $\mathrm{E}(X)=9$

$\mathrm{V}(X)=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

05 확통 09 통계적 추정

02 표본평균의 확률분포

02 표본평균의 정규분포2 (정규분포조건에서 확률)

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 27

45. 평균이 100, 표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자.

$\mathrm{P}(98\le\overline{X}\le 102)=0.9876$일 때, σ의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① 2 ② $\dfrac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\dfrac{7}{2}$ ⑤ 4

05 확통 09 통계적 추정

02 표본평균의 확률분포

03 표본평균의 정규분포3 (실생활. 확률 구하기)

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 25

46. 어느 회사에서 근무하는 직원들의 일주일 근무 시간은 평균이 42시간, 표준편차가 4시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 근무하는 직원 중에서 임의추출한 4명의 일주일 근무 시간의 표본평균이 43시간 이상일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587
④ 0.3085 ⑤ 0.3413

05 확통 09 통계적 추정

02 표본평균의 확률분포

04 표본평균의 정규분포4 (실생활. 확률조건)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 12

47. 어느 제과 공장에서 생산하는 과자 1상자의 무게는 평균이 104g, 표준편차가 4g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 과자 중 임의추출한 4상자의 무게의 표본평균이 ag 이상이고 106g 이하일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면 0.5328이다. 상수 a의 값은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 99 ② 100 ③ 101
④ 102 ⑤ 103

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 12

48. 어느 회사에서 일하는 플랫폼 근로자의 일주일 근무시간은 평균이 m시간, 표준편차가 5시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 일하는 플랫폼 근로자 중에서 임의추출한 36명의 일주일 근무시간의 표본평균이 38시간 이상일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 값이 0.9332일 때, m의 값은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 38.25 ② 38.75 ③ 39.25
④ 39.75 ⑤ 40.25

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 14

49. 어느 지역의 신생아의 출생 시 몸무게 X가 정규분포를 따르고

$$\mathrm{P}(X \ge 3.4) = \frac{1}{2},\ \mathrm{P}(X \le 3.9) + \mathrm{P}(Z \le -1) = 1$$

이다. 이 지역 신생아 중에서 임의추출한 25명의 출생 시 몸무게의 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}(\overline{X} \ge 3.55)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

(단, 몸무게의 단위는 kg이고, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.)

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
④ 0.1587 ⑤ 0.3413

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 27

50. 지역 A에 살고 있는 성인들의 1인 하루 물 사용량을 확률변수 X, 지역 B에 살고 있는 성인들의 1인 하루 물 사용량을 확률변수 Y라 하자. 두 확률변수 X, Y는 정규분포를 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 두 확률변수 X, Y의 평균은 각각 220과 240이다.
> (나) 확률변수 Y의 표준편차는 확률변수 X의 표준편차의 1.5배이다.

지역 A에 살고 있는 성인 중 임의추출한 n명의 1인 하루 물 사용량의 표본평균을 $\overline{X}$, 지역 B에 살고 있는 성인 중 임의추출한 $9n$명의 1인 하루 물 사용량의 표본평균을 $\overline{Y}$라 하자. $\mathrm{P}(\overline{X} \le 215) = 0.1587$일 때, $\mathrm{P}(\overline{Y} \ge 235)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 물 사용량의 단위는 L이다.)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.8185
④ 0.8413 ⑤ 0.9772

05 확통

09 통계적 추정

03 모평균의 추정

03 신뢰구간3 (관계식 해석)

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 11월 확률과 통계 27

51. 어느 회사에서 생산하는 샴푸 1개의 용량은 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 샴푸 중에서 16개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $746.1 \le m \le 755.9$이다. 이 회사에서 생산하는 샴푸 중에서 n개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구하는 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $a \le m \le b$일 때, $b-a$의 값이 6 이하가 되기 위한 자연수 n의 최솟값은? (단, 용량의 단위는 mL이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$로 계산한다.)

① 70 ② 74 ③ 78
④ 82 ⑤ 86

05 확통 09 통계적 추정

03 모평균의 추정

04 신뢰구간4 (신뢰구간의 길이)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 11월 27

52. 어느 자동차 회사에서 생산하는 전기 자동차의 1회 충전 주행 거리는 평균이 m이고 표준편차가 σ인 정규분포를 따르다고 한다.
이 자동차 회사에서 생산한 전기 자동차 100대를 임의추출하여 얻은 1회 충전 주행 거리의 표본평균이 $\overline{x_1}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이다.
이 자동차 회사에서 생산한 전기 자동차 400대를 임의추출하여 얻은 1회 충전 주행 거리의 표본평균이 $\overline{x_2}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $c \le m \le d$이다.
$\overline{x_1} - \overline{x_2} = 1.34$이고 $a = c$일 때, $b-a$의 값은? (단, 주행 거리의 단위는 km이고 Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$로 계산한다.)

① 5.88 ② 7.84 ③ 9.80
④ 11.76 ⑤ 13.72

05 확통 09 통계적 추정

03 모평균의 추정

05 신뢰구간5 (표본의 크기)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 14

53. 어느 방위산업체에서 생산하는 방독면 1개의 무게는 평균이 m, 표준편차가 50인 정규분포를 따른다고 한다. 이 방위산업체에서 생산하는 방독면 중에서 n개를 임의추출하여 얻은 방독면 무게의 표본평균이 1740이었다. 이 결과를 이용하여 이 방위산업체에서 생산하는 방독면 1개의 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1720.4 \le m \le a$이다. $n+a$의 값은?
(단, 무게의 단위는 g이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.)

① 1772.6 ② 1776.6 ③ 1780.6
④ 1784.6 ⑤ 1788.6

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 25

54. 어느 회사가 생산하는 약품 한 병의 무게는 평균이 mg, 표준편차가 1g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사가 생산한 약품 중 n병을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \le m \le b$이다. $100(b-a)=49$일 때, 자연수 n의 값을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$로 계산한다.)

[확통] [04통계] 교사평경 최근 3개년(빠른 정답)

확통 3개년 2022.12.29

1. [정답] ②
2. [정답] ①
3. [정답] 78
4. [정답] ⑤
5. [정답] ③

6. [정답] ③
7. [정답] 80
8. [정답] ③
9. [정답] 10
10. [정답] ⑤

11. [정답] 121
12. [정답] 300
13. [정답] ①
14. [정답] ③
15. [정답] ④

16. [정답] 15
17. [정답] 16
18. [정답] ④
19. [정답] ④
20. [정답] ①

21. [정답] ③
22. [정답] ③
23. [정답] ④
24. [정답] 5
25. [정답] 31

26. [정답] ④
27. [정답] ④
28. [정답] ④
29. [정답] ④
30. [정답] ⑤

31. [정답] ④
32. [정답] ①
33. [정답] ⑤
34. [정답] ②
35. [정답] ⑤

36. [정답] ①
37. [정답] 25
38. [정답] ④
39. [정답] 71
40. [정답] 175

41. [정답] 19
42. [정답] ④
43. [정답] ②
44. [정답] 23
45. [정답] ⑤

46. [정답] ④
47. [정답] ⑤
48. [정답] ③
49. [정답] ③
50. [정답] ⑤

51. [정답] ②
52. [정답] ②
53. [정답] ④
54. [정답] 64

[확통] [04통계] 교사평경 최근 3개년(해설)

확통 3개년 2022.12.29

1) [정답] ②

[해설]

주어진 확률분포표에서 $a+\frac{1}{2}a+\frac{3}{2}a=3a=1$

$$\therefore a=\frac{1}{3}$$

따라서 $\mathrm{E}(X)=(-1)\times a+\times\frac{1}{2}a+1\times\frac{3}{2}a=\frac{1}{2}a=\frac{1}{6}$

2) [정답] ①

[해설]

주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 두 수의 차를 확률변수 X라 하므로

(ⅰ) $X=0$일 때. 둘 다 1이거나 2인 경우이므로

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}=0)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2+{}_2\mathrm{C}_2}{{}_6\mathrm{C}_2}=\frac{4}{15}$$

(ⅱ) $X=1$일 때, 1과 2 또는 2와 3인 경우이므로

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}=1)=\frac{3\times2+2\times1}{{}_6\mathrm{C}_2}=\frac{8}{15}$$

(ⅲ) $X=2$일 때, 1과 3인 경우이므로

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)=\frac{3\times1}{{}_6\mathrm{C}_2}=\frac{3}{15}$$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{4}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$	1

따라서 평균 $\mathrm{E}(X)$는

$$\mathrm{E}(\mathrm{X})=0\times\frac{4}{15}+1\times\frac{8}{15}+2\times\frac{3}{15}=\frac{14}{15}$$

3) [정답] 78

[해설]
확률변수 X가 갖는 값이 $X=5$에 대하여 확률분포가 대칭이므로

$$\mathrm{E}(X)=5$$

또 $\mathrm{V}(X)=\frac{31}{5}$이므로 $\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{31}{5}$에서

$$\mathrm{E}(X^2)=25+\frac{31}{5}$$

이때,

$$\mathrm{E}(X^2)=1^2\times a+3^2\times b+5^2\times c+7^2\times b+9^2\times a$$
$$=82a+58b+25c$$

이므로 $82a+58b+25c=25+\frac{31}{5}$ …… ㉠

한편, 확률변수 Y가 갖는 값이 $Y=5$에 대하여 확률분포가 대칭이므로 $\mathrm{E}(Y)=5$이고,

$$\mathrm{E}(Y^2)=1^2\times\left(a+\frac{1}{20}\right)+3^2\times b+5^2\times\left(c-\frac{1}{10}\right)$$
$$+7^2\times b+9^2\times\left(a+\frac{1}{20}\right)$$
$$=82a+58b+25c+\frac{1}{20}-\frac{5}{2}+\frac{81}{20}$$
$$=82a+58b+25c+\frac{8}{5}$$

㉠에서 $\mathrm{E}(Y^2)=25+\frac{31}{5}+\frac{8}{5}=25+\frac{39}{5}$

따라서 $\mathrm{V}(Y)=\mathrm{E}(Y^2)-\{\mathrm{E}(Y)\}^2=25+\frac{39}{5}-5^2=\frac{39}{5}$이므로

$$10\times\mathrm{V}(Y)=10\times\frac{39}{5}=78$$

4) [정답] ⑤

[해설]

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{1}{2}+a\times\frac{2}{5}=\frac{4a+5}{10}$

$\sigma(X)=\mathrm{E}(X)$의 조건에서 양변을 제곱하면 $\mathrm{V}(X)=\{\mathrm{E}(X)\}^2$

한편, $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$이므로

$\{\mathrm{E}(X)\}^2=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

이를 정리하면 $2\{\mathrm{E}(X)\}^2=\mathrm{E}(X^2)$이다.

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{10}+1^2\times\frac{1}{2}+a^2\times\frac{2}{5}=\frac{4a^2+5}{10}$

$2\{\mathrm{E}(X)\}^2=\mathrm{E}(X^2)$의 식에 각각 대입하면

$\frac{4a^2+5}{10}=2\times\left(\frac{4a+5}{10}\right)^2$

$\frac{4a^2+5}{10}=2\times\frac{16a^2+40a+25}{100}$

$20a^2+25=16a^2+40a+25$

$a=10\ \ (a>0)$

$\mathrm{E}(X^2)=\frac{405}{10},\ \mathrm{E}(X)=\frac{45}{10}$

$\therefore\ \mathrm{E}(X^2)+\mathrm{E}(X)=\frac{405}{10}+\frac{45}{10}=45$

5) [정답] ③

[해설]

$1\le a\le 6$이면 $1\le 7-a\le 6$

$a,\ b,\ c$가 각각 6 이하의 자연수이므로 $7-a,\ 7-b,\ 7-c$는 각각 6 이하의 자연수이다.

$3\le k\le 18$인 자연수 k에 대하여 $a+b+c=k$를 만족시키는 6 이하의 자연수 $a,\ b,\ c$의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는

$(7-a)+(7-b)+(7-c)=k$

즉, $a+b+c=3\times 7-k$를 만족시키는 6 이하의 자연수 $a,\ b,\ c$의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수와 같다.

그러므로 $3\le k\le 18$인 자연수 k에 대하여 $a+b+c=k$일 확률 $\mathrm{P(X=k)}$와 $(7-a)+(7-b)+(7-c)=k$일 확률 $\mathrm{P}(\mathrm{X}=3\times\boxed{7}-\mathrm{k})$는 서로 같다.

즉, $\mathrm{P(X=3)=P(X=18)}$
$\mathrm{P(X=4)=P(X=17)}$
$\mathrm{P(X=5)=P(X=16)}$
$\vdots$
$\mathrm{P(X=10)=P(X=11)}$

그러므로 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E(X)}$는

$$\begin{aligned}\mathrm{E(X)}&=\sum_{k=3}^{18}\{k\times\mathrm{P(X=k)}\}\\&=3\times\mathrm{P(X=3)}+4\times\mathrm{P(X=4)}+5\times\mathrm{P(X=5)}\\&\quad+\cdots+17\times\mathrm{P(X=17)}+18\times\mathrm{P(X=18)}\\&=(3+18)\times\mathrm{P(X=3)}+(4+17)\times\mathrm{P(X=4)}\\&\quad+\cdots+(10+11)\times\mathrm{P(X=10)}\\&=\boxed{21}\times\sum_{k=3}^{10}\mathrm{P(X=k)}\end{aligned}$$

이때, 확률질량함수의 성질에 의하여 $\displaystyle\sum_{k=3}^{18}\mathrm{P(X=k)}=1$이고,

$\displaystyle\sum_{k=3}^{10}\mathrm{P(X=k)}=\sum_{\mathrm{k}=11}^{18}\mathrm{P(X=k)}$이므로 $\displaystyle\sum_{k=3}^{10}\mathrm{P(X=k)}=\boxed{\frac{1}{2}}$이다.

$$\mathrm{E(X)}=\boxed{21}\times\boxed{\frac{1}{2}}$$

$$p=7,\ q=21,\ r=\frac{1}{2}$$

따라서 $\dfrac{p+q}{r}=2\times(7\times 21)=56$

6) [정답] ③

[해설]
확률의 총합이 1이므로

$a+\dfrac{a}{2}+\dfrac{a}{3}=1,\ \dfrac{11}{6}a=1\qquad\therefore a=\dfrac{6}{11}$

$\mathrm{E}(X)=1\times a+2\times\dfrac{a}{2}+3\times\dfrac{a}{3}=3a=\dfrac{18}{11}$이므로

$\mathrm{E}(11X+2)=11\mathrm{E}(X)+2=20$

7) [정답] 80

[해설]
3이상의 눈이 나오는 횟수를 x라 하면 3보다 작은 경우는 $4-x$번이다.
x에 따른 확률변수 X값은 다음 표와 같다.

x	0	1	2	3	4
X	4	6	0	2	4

이때 $x=k$일 때의 확률은 ${}_4\mathrm{C}_k\left(\dfrac{2}{3}\right)^k\left(\dfrac{1}{3}\right)^{4-k}={}_4\mathrm{C}_k\cdot\dfrac{2^k}{3^4}$이므로

확률변수 X에 대한 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	2	4	6	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{24}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{17}{81}$	$\frac{8}{81}$	1

$\therefore \mathrm{E}(36X)=\dfrac{36}{81}(64+68+48)=\dfrac{4}{9}\times 180=80$

8) [정답] ③

[해설]

$\mathrm{E}(X)=(-3)\times\dfrac{1}{2}+0\times\dfrac{1}{4}+a\times\dfrac{1}{4}=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{a}{4}$

$-\dfrac{3}{2}+\dfrac{a}{4}=-1$에서 $a=2$

$\mathrm{V}(X)=(-3+1)^2\times\dfrac{1}{2}+(0+1)^2\times\dfrac{1}{4}+(2+1)^2\times\dfrac{1}{4}$

$=\dfrac{9}{2}$

따라서 $\mathrm{V}(2X)=2^2\times\mathrm{V}(X)=4\times\dfrac{9}{2}=18$

9) [정답] 10

[해설]

$a-b$의 값이 확률변수 X이므로 X가 가질 수 있는 값은

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

확률변수 X의 확률분포는 다음 표와 같다.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	1

$$\mathrm{E(X)}=(-3)\times\frac{1}{16}+(-2)\times\frac{2}{16}+(-1)\times\frac{3}{16}+0\times\frac{4}{16}+1\times\frac{3}{16}+2\times\frac{2}{16}+3\times\frac{1}{16}=0$$

$$\mathrm{E(X^2)}=(-3)^2\times\frac{1}{16}+(-2)^2\times\frac{2}{16}+(-1)^2\times\frac{3}{16}+0^2\times\frac{4}{16}+1^2\times\frac{3}{16}+2^2\times\frac{2}{16}+3^2\times\frac{1}{16}=\frac{5}{2}$$

$$\mathrm{V(X)}=\mathrm{E(X^2)}-\{\mathrm{E(X)}\}^2=\frac{5}{2}$$

따라서 $\mathrm{V(Y)}=\mathrm{V(2X+1)}=4\times\mathrm{V(X)}=10$

10) [정답] ⑤

[해설]

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(Y)&=\mathrm{E}(X^2)\\&=\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2\\&=1+6^2\\&=37\end{aligned}$$

11) [정답] **121**

[해설]

$\mathrm{E}(X)=2,\ \mathrm{E}(X^2)=5$에서

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-(\mathrm{E}(X))^2=5-2^2=1$

한편 $Y=10X+1$이므로

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(10X+1)=10\mathrm{E}(X)+1=21$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(10X+1)=10^2\mathrm{V}(X)=100$

$\therefore \mathrm{E}(Y)+\mathrm{V}(Y)=21+100=121$

12) [정답] **300**

[해설]

$\mathrm{V}(X)=n\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}n=200$에서 $n=900$

따라서 $\mathrm{E}(X)=900\times\frac{1}{3}=300$

13) [정답] ①

[해설]

$\mathrm{E}(X)=80\times\frac{1}{8}=10$

14) [정답] ③

[해설]

$\mathrm{E}(X)=60\times\frac{1}{4}=15$

15) [정답] ④

[해설]

이항분포 $\mathrm{B}\left(60,\ \frac{5}{12}\right)$를 따르는 확률변수 X의 평균은

$\mathrm{E}(X)=60\times\frac{5}{12}=25$

16) [정답] **15**

[해설]

$\mathrm{V}(X)=n\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{n}{4}$

$\mathrm{V}(2X+1)=2^2\times\mathrm{V}(X)=n$

따라서 $n=15$

17) [정답] **16**

[해설]

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(36,\ \frac{2}{3}\right)$를 따르므로

$\mathrm{E(X)}=24,\ \mathrm{V(X)}=8$

$\mathrm{E}(2X-a)=2\mathrm{E(X)}-\mathrm{a}=48-\mathrm{a}$

$\mathrm{V}(2X-a)=4\mathrm{V(X)}=32$이므로 $48-a=32$

따라서 $a=16$

18) [정답] ④

[해설]

$\mathrm{V}(X)=n\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}n$

이므로

$\mathrm{V}(2X)=4\mathrm{V}(X)=4\times\frac{2}{9}n=\frac{8}{9}n=40$

따라서, $n=45$

19) [정답] ④

[해설]

이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\ \frac{1}{3}\right)$에서 $\mathrm{E}(X)=n\times\frac{1}{3}=\frac{n}{3}$

$\mathrm{V}(X)=n\times\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{2n}{9}$

$\mathrm{E}(3X-1)=3\mathrm{E}(X)-1=3\times\frac{n}{3}-1=17$

$n=18$

따라서 $\mathrm{V}(X)=\frac{2\times18}{9}=4$

20) [정답] ①

[해설]

어느 사관생도가 1회의 사격을 하여 표적에 명중시킬 확률이 $\frac{4}{5}$이고, 이 사관생도가 20회의 사격을 할 때, 표적에 명중시키는 횟수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(20,\ \frac{4}{5}\right)$를 따른다.

따라서 $\mathrm{E(X)}=20\times\frac{4}{5}=16$, $\mathrm{V(X)}=16\times\frac{1}{5}=\frac{16}{5}$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{V}\left(\frac{1}{4}\mathrm{X}+1\right)&=\frac{1}{16}\mathrm{V(X)}\\&=\frac{1}{16}\times\frac{16}{5}\\&=\frac{1}{5}\end{aligned}$$

21) [정답] ③

[해설]

주사위를 15번 던져서 2 이하의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 Y라 하면 확률변수 Y는 이항분포 $\mathrm{B}\left(15,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(Y)=15\times\frac{1}{3}=5$

이때 원점에 있던 점 P가 이동된 점의 좌표는

$(3Y,\ 15-Y)$

이고, 이 점과 직선 $3x+4y=0$사이의 거리 X는

$X=\frac{|3\times3Y+4\times(15-Y)|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|5Y+60|}{5}=Y+12$

따라서

$\mathrm{E}(X)=\mathrm{E}(Y+12)$

$=\mathrm{E}(Y)+12$

$=5+12=17$

22) [정답] ③

[해설]

확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 직선 $x=4$에 대하여 대칭이므로

$$\mathrm{P}(2\le\mathrm{X}\le4)=\mathrm{P}(4\le\mathrm{X}\le6)$$

$\mathrm{P}(2\le\mathrm{X}\le4)=\mathrm{P}(4\le\mathrm{X}\le6)=k$

…… ㉠

라 하면 $\mathrm{P}(6\le\mathrm{X}\le8)=\frac{1}{2}-\mathrm{k}$

조건에서 $3\mathrm{P}(2\le\mathrm{X}\le4)=4\mathrm{P}(6\le\mathrm{X}\le8)$이므로

$$3k=4\left(\frac{1}{2}-k\right)$$

$$\therefore k=\frac{2}{7}$$

㉠에서

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(2\le\mathrm{X}\le6)&=\mathrm{P}(2\le\mathrm{X}\le4)+\mathrm{P}(4\le\mathrm{X}\le6)\\&=2k\\&=\frac{4}{7}\end{aligned}$$

23) [정답] ④

[해설]

$\mathrm{P}(0\le X\le a)=1$이므로 확률변수 X의 확률밀도함수의 그래프로부터

$\frac{1}{2}ac=1, \quad ac=2$ …… ㉠

한편, $\mathrm{P}(0\le X\le a)=\mathrm{P}(X\le b)+\mathrm{P}(X\ge b)=1$이고

$\mathrm{P}(X\le b)-\mathrm{P}(X\ge b)=\frac{1}{4}$이므로

$\mathrm{P}(X\le b)=\frac{5}{8},\ \mathrm{P}(X\ge b)=\frac{3}{8}$

따라서 확률변수 X의 확률밀도함수의 그래프로부터

$\frac{1}{2}\times b\times c=\frac{5}{8}, \quad bc=\frac{5}{4}$ …… ㉡

$\mathrm{P}(X\le b)>\frac{1}{2}$이므로 $\quad 0<\sqrt{5}<b$

이때 두 점 $(0,0)$, (b,c)를 지나는 직선의 방정식은

$y=\frac{c}{b}x$

이므로 $\mathrm{P}(X\le \sqrt{5})=\frac{1}{2}$에서

$\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\left(\frac{c}{b}\times\sqrt{5}\right)=\frac{5c}{2b}=\frac{1}{2}$

$b=5c$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하면

$a=4,\ b=\frac{5}{2},\ c=\frac{1}{2}$

$\therefore\ a+b+c=4+\frac{5}{2}+\frac{1}{2}=7$

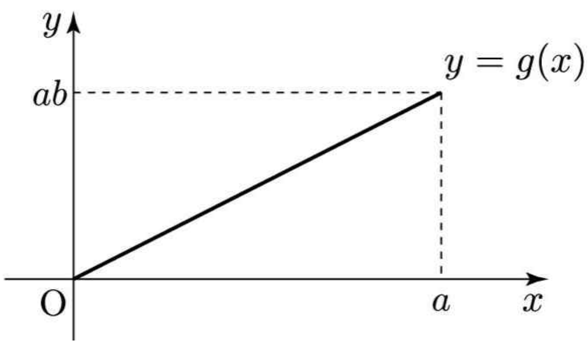
24) [정답] 5

[해설]

확률밀도함수의 성질에 의하여

$\mathrm{P}(0\le X\le a)=1$에서 $ab=1$ ……㉠

$g(x)=\mathrm{P}(0\le X\le x)=bx$



확률밀도함수의 성질에 의하여

$\mathrm{P}(0\le Y\le a)=\frac{1}{2}\times a\times ab=\frac{a^2b}{2}=1$ ……㉡

두 식 ㉠, ㉡을 연립하면 $a=2,\ b=\frac{1}{2}$

그러므로 $g(x)=\frac{1}{2}x$에서

$\mathrm{P}(0\le Y\le c)=\frac{1}{2}\times c\times\frac{c}{2}=\frac{c^2}{4}=\frac{1}{2},\ c^2=2$

따라서 $(a+b)\times c^2=\left(2+\frac{1}{2}\right)\times 2=5$

25) [정답] 31

[해설]

$0\le x\le 6$인 모든 실수 x에 대하여

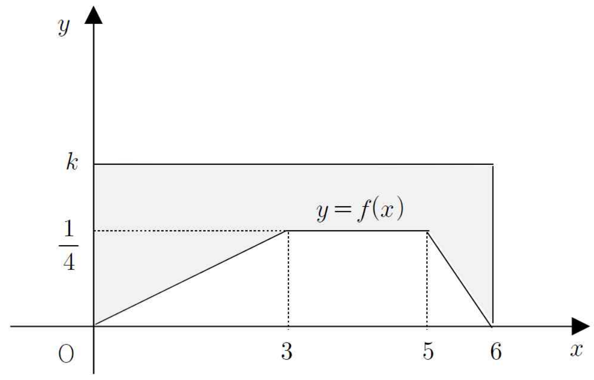
$f(x)+g(x)=k$ (k는 상수)

이므로

$g(x)=k-f(x)$

이때, $0\le Y\le 6$이고 확률밀도함수의 정의에 의하여

$g(x)=k-f(x)\ge 0$ 즉, $k\ge f(x)$이므로 그림과 같이 세 직선 $x=0$, $x=6$, $y=k$ 및 함수 $y=f(x)$의 그래프로 둘러싸인 색칠된 부분의 넓이는 1이다.



또한, $0\le x\le 6$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이도 1이므로

$k\times 6=2$

따라서, $k=\frac{1}{3}$

이때,

$\mathrm{P}(6k\le Y\le 15k)=\mathrm{P}(2\le Y\le 5)$

이고 이 값은 세 직선 $x=2$, $x=5$, $y=\frac{1}{3}$ 및 함수 $y=f(x)$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이와 같고,

$0\le x\le 3$에서 $f(x)=\frac{1}{12}x$이므로

$\mathrm{P}(6k\le Y\le 15k)$

$=\mathrm{P}(2\le Y\le 5)$

$=\left[\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\times\{f(2)+f(3)\}\times 1\right]+\left(\frac{1}{3}\times 2-\frac{1}{4}\times 2\right)$

$=\left\{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)\right\}+\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{3}{24}+\frac{1}{6}$

$=\frac{7}{24}$

따라서, $p=24,\ q=7$이므로

$p+q=31$

26) [정답] ④

[해설]

정규분포

$0.2119 = \mathrm{P}(Z \le -0.8)$이므로

$\dfrac{50-m}{10} = -0.8$, $\therefore m = 58$

27) [정답] ④

[해설]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+10) = f(20-x)$이므로 좌우대칭인 값이다.

즉, 평균을 m이라 하면 $m-(20-x) = x+10-m$을 만족한다.

따라서 $m = 15$

즉, 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 4^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ \sigma^2)$을 따른다.

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

(나)조건에서

$\mathrm{P}(X \ge 17) = \mathrm{P}(Y \le 17)$을 만족하므로

$$\frac{17-15}{4} = -\frac{20-17}{\sigma}$$

$\therefore \sigma = 6$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(X \le 15+6) &= \mathrm{P}\left(Z \le \frac{21-15}{4}\right)\\ &= \mathrm{P}(Z \le 1.5)\\ &= 0.5 + 0.4332\\ &= 0.9332\end{aligned}$$

28) [정답] ④

[해설]

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(8, 3^2)$을 따르고 확률변수 Y가 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르므로 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따르는 확률변수를 Z라 하면

$\mathrm{P}(4 \le X \le 8) + \mathrm{P}(Y \ge 8)$

$= \mathrm{P}\left(\dfrac{4-8}{3} \le Z \le \dfrac{8-8}{3}\right) + \mathrm{P}\left(Z \ge \dfrac{8-m}{\sigma}\right)$

$= \mathrm{P}\left(-\dfrac{4}{3} \le Z \le 0\right) + \mathrm{P}\left(Z \ge \dfrac{8-m}{\sigma}\right)$

$= \mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{4}{3}\right) + \mathrm{P}\left(Z \ge \dfrac{8-m}{\sigma}\right) = \dfrac{1}{2}$

그러므로 $\dfrac{8-m}{\sigma} = \dfrac{4}{3}$, $m = 8 - \dfrac{4\sigma}{3}$

따라서

$\mathrm{P}\left(Y \le 8 + \dfrac{2\sigma}{3}\right) = \mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{8 + \dfrac{2\sigma}{3} - \left(8 - \dfrac{4\sigma}{3}\right)}{\sigma}\right)$

$= \mathrm{P}(Z \le 2)$

$= \dfrac{1}{2} + \mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$

$= 0.5 + 0.4772 = 0.9772$

29) [정답] ④

[해설]

$\mathrm{P}(Y \le m+4) = \mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{4-m}{\sigma}\right) = 0.3085$

$\mathrm{P}\left(Z \le -\dfrac{1}{2}\right) = 0.3085$

$\dfrac{4-m}{\sigma} = -\dfrac{1}{2}$ …… ㉠

$\mathrm{P}(X \le 8) + \mathrm{P}(Y \le 8) = 1$에서

$\mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{8-m}{2}\right) + \mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{8-2m}{2}\right) = 1$

$\dfrac{8-m}{2} = -\dfrac{8-2m}{\sigma}$

㉠에서 $-\dfrac{8-2m}{\sigma} = 1$이므로 $\dfrac{8-m}{2} = 1$이고 $m = 6$, $\sigma = 4$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X \le \sigma) &= \mathrm{P}\left(Z \le \frac{4-6}{2}\right)\\ &= \mathrm{P}(Z \le -1)\\ &= 0.1587\end{aligned}$$

30) [정답] ⑤

[해설]

조건 (가)에서 $Y = 3X - a$이므로

$\mathrm{E}(Y) = \mathrm{E}(3X-a) = 3\mathrm{E}(X) - a = 3m - a$

$m = 3m - a$에서 $a = 2m$

$\sigma(Y) = \sigma(3X-a) = 3\sigma(X) = 6$

$$\mathrm{P}(X \le 4) = \mathrm{P}\left(Z \le \frac{4-m}{2}\right)$$

$$\mathrm{P}(Y \ge a) = \mathrm{P}(Y \ge 2m) = \mathrm{P}\left(Z \ge \frac{m}{6}\right)$$

조건 (나)에 의하여 $\frac{4-m}{2} = -\frac{m}{6}$에서 $m=6$

그러므로 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(6,\ 6^2)$을 따른다.
따라서

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(Y \ge 9) &= \mathrm{P}\left(Z \ge \frac{9-6}{6}\right)\\ &= \mathrm{P}(Z \ge 0.5)\\ &= \mathrm{P}(Z \ge 0) - \mathrm{P}(0 \le Z \le 0.5)\\ &= 0.5 - 0.1915\\ &= 0.3085\end{aligned}$$

31) [정답] ④

[해설]
제품 A의 중량의 확률변수를 X,
제품 B의 중량의 확률변수를 Y라 하자.
A제품 중에서 임의로 선택한 1개의 중량이
8.9 이상 9.4 이하일 확률은
$\mathrm{P}(8.9 \le X \le 9.4) = \mathrm{P}(-0.25 \le Z \le 1)$이다.
B제품 중에서 임의로 선택한 1개의 중량이
19 이상 k 이하일 확률은
$\mathrm{P}(19 \le \mathrm{Y} \le k) = \mathrm{P}\left(-1 \le \mathrm{Z} \le \frac{k-20}{1}\right)$
에서 $\mathrm{P}(-0.25 \le \mathrm{Z} \le 1)$와 같은 값이어야 한다.
$\mathrm{P}\left(-1 \le \mathrm{Z} \le \frac{k-20}{1}\right) = \mathrm{P}(-1 \le \mathrm{Z} \le 0.25)$
$\therefore\ k = 20 + 0.25 = 20.25$

32) [정답] ①

[해설]

평균이 63.7점이고 표준편차가 10점인 정규분포를 따르므로

$\mathrm{N}(63.7,\ 10^2)$이 된다.

신입생 50명을 모집하는데 5000명이 지원했으므로 경쟁률이 100 : 1 즉, 합격하려면 상위 1%이내가 되어야 한다.

$$\mathrm{P}(\mathrm{X} \ge \mathrm{a}) = 0.01$$

따라서 $\mathrm{P}(\mathrm{Z} \ge 2.33) = 0.5 - 0.490 = 0.01$이므로

$$a = 63.7 + 2.33 \times 10 = 87$$

94.6점 이상인 학생들을 대상으로 장학금을 지급하므로

$x = 94.6$에 대하여 $z = \frac{94.6 - 63.7}{10} = 3.09$이므로 장학생은

지원자의 상위 0.1%이므로 $b=5$

$$\therefore\ a+b = 87+5 = 92$$

33) [정답] ⑤

[해설]

확률밀도함수 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $x=m$에 대하여 대칭이다.

(ⅰ) $f(8) > f(14)$에서 $m < \frac{8+14}{2}$, 즉 $m < 11$

(ⅱ) $f(2) < f(16)$에서 $m > \frac{2+16}{2}$, 즉 $m > 9$

(ⅰ), (ⅱ)에서 m은 자연수이므로 $m=10$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X \le 6) &= \mathrm{P}\left(Z \le \frac{6-10}{4}\right)\\ &= \mathrm{P}(Z \le -1)\\ &= 0.5 - \mathrm{P}(0 \le Z \le 1)\\ &= 0.1587\end{aligned}$$

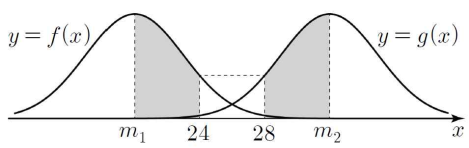
34) [정답] ②

[해설]

표준편차가 같은 정규분포곡선의 모양은 항상 일정하다.
확률변수 X, Y는 표준편차가 같은 정규분포를 따르고,

조건 (가)에 의하여 $m_1 < 24 < 28 < m_2$, $f(24) = g(28)$인

확률밀도함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프의 개형은 다음과 같다.



$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$라 하자.

$$\mathrm{P}(\mathrm{m}_1 \le \mathrm{X} \le 24) = \mathrm{P}(28 \le \mathrm{Y} \le \mathrm{m}_2) = 0.4772$$

$$\mathrm{P}\left(0 \le \mathrm{Z} \le \frac{24-\mathrm{m}_1}{\sigma}\right) = \mathrm{P}\left(\frac{28-\mathrm{m}_2}{\sigma} \le \mathrm{Z} \le 0\right) = 0.4772$$

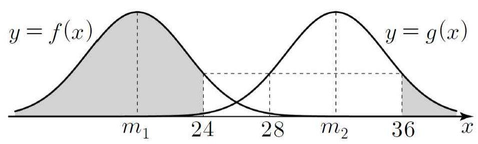
$$\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le 2) = \mathrm{P}(-2 \le Z \le 0) = 0.4772$$

이므로 $\dfrac{24-m_1}{sigam}=2,\ \dfrac{28-m_2}{\sigma}=-2$

$24-m_1=2\sigma,\ m_2-28=2\sigma$ …… ㉠

조건 (나)에 의하여

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(\mathrm{Y}\ge 36)&=1-\mathrm{P}(\mathrm{X}\le 24)\\&=1-\mathrm{P}(\mathrm{Z}\le 2)\\&=\mathrm{P}(\mathrm{Z}\ge 2)\end{aligned}$$



$\dfrac{36-m_2}{\sigma}=2,\ 36-m_2=2\sigma$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $m_2-28=36-m_2$

$m_2=32$이므로 $\sigma=2,\ m_1=20$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(18\le \mathrm{X}\le 21)&=\mathrm{P}(-1\le Z\le 0.5)\\&=0.3413+0.1915\\&=0.5328\end{aligned}$$

35) [정답] ⑤

[해설]

확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 5^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(\mathrm{m},\ 5^2)$이다.

두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 만나는 점의 x좌표가 k이므로

k는 평균 10과 m의 중점이다.

따라서 $2k=m+10$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(\mathrm{Y}\le 2\mathrm{k})&=\mathrm{P}(\mathrm{Y}\le \mathrm{m}+10)\\&=\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}\le \frac{\mathrm{m}+10-\mathrm{m}}{5}\right)\\&=\mathrm{P}(\mathrm{Z}\le 2)\\&=0.5+\mathrm{P}(0\le \mathrm{Z}\le 2)\\&=0.5+0.4772\\&=0.9772\end{aligned}$$

36) [정답] ①

[해설]

두 확률변수 X와 Y는 모두 정규분포를 따르고 표준편차가 같으므로 함수 $y=f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동하면 함수 $y=g(x)$의 그래프와 일치한다. 따라서 $g(x)=f(x-4)$이다.

두 함수 $y=f(x),\ y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 x좌표가 a이므로

$f(a)=g(a)=f(a-4)$

$y=f(x)$의 그래프는 직선 $x=8$에 대하여 대칭이므로

$\dfrac{a+(a-4)}{2}=8$

$a=10$

$\mathrm{P}(8\le Y\le a)=\mathrm{P}(8\le Y\le 10)$

$=\mathrm{P}\left(\dfrac{8-12}{2}\le Z\le \dfrac{10-12}{2}\right)$

$=\mathrm{P}(-2\le Z\le -1)$

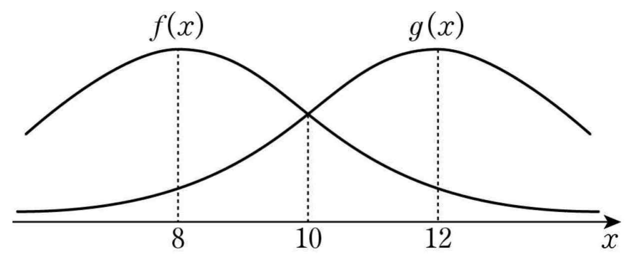
$=\mathrm{P}(1\le Z\le 2)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le 2)-\mathrm{P}(0\le Z\le 1)$

$=0.4772-0.3413$

$=0.1359$

[참고]



37) [정답] 25

[해설]

조건 (가)에서

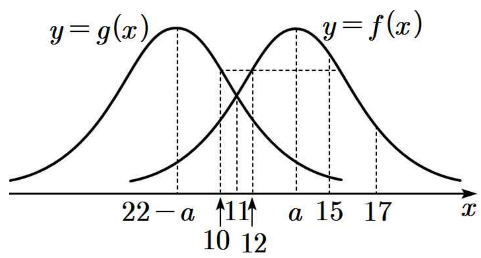
$\mathrm{P}(X\le 11)=\mathrm{P}\left(Z\ge \dfrac{11-a}{\sigma}\right)$

$\mathrm{P}(Y\ge 11)=\mathrm{P}\left(Z\ge \dfrac{11-2b+a}{\sigma}\right)$

$\mathrm{P}(X\le 11)=\mathrm{P}(Y\ge 11)$이므로

$\dfrac{11-a}{\sigma}+\dfrac{11-2b+a}{\sigma}=0$ $\quad\therefore b=11$

확률변수 X의 평균이 a, 확률변수 Y의 평균이 $22-a$이고, 두 확률변수 $X,\ Y$의 표준편차가 같으므로 두 확률밀도함수 $f(x),\ g(x)$는 $x=11$에 대하여 대칭인 함수이다.



$g(10)=f(12)$이므로 조건 (나)에서

$f(17)<g(10)=f(12)<f(15)$

$|15-a|<a-12<17-a$

$\frac{27}{2}<a<\frac{29}{2}$ $\quad\therefore a=14$

$\therefore a+b=14+11=25$

38) [정답] ④

[해설]
곡선 $y=g(x)$는 곡선 $y=f(x)$를 x축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 것이므로 두 확률변수 X, Y의 표준편차는 같다.
확률변수 X의 평균을 m, 표준편차를 σ라 하면
확률변수 Y의 평균은 $m-6$, 표준편차는 σ이다.
표준정규분포를 따르는 확률변수 Z에 대하여
조건 (가)에서
$\mathrm{P}(X\le 11)=\mathrm{P}(Y\ge 23)$
$\mathrm{P}\left(Z\le \frac{11-m}{\sigma}\right)=\mathrm{P}\left(Z\ge \frac{29-m}{\sigma}\right)$
$\frac{11-m}{\sigma}=-\frac{29-m}{\sigma}$에서 $m=20$
조건 (나)에서
$\mathrm{P}(X\le k)+\mathrm{P}(Y\le k)=1$
$\mathrm{P}\left(Z\le \frac{k-20}{\sigma}\right)+\mathrm{P}\left(Z\le \frac{k-14}{\sigma}\right)=1$
$\frac{k-20}{\sigma}=-\frac{k-14}{\sigma}$에서 $k=17$
$\mathrm{P}(X\le 17)+\mathrm{P}(Y\ge 17)$
$=\mathrm{P}\left(Z\le -\frac{3}{\sigma}\right)+\mathrm{P}\left(Z\ge \frac{3}{\sigma}\right)$
$=2\times\mathrm{P}\left(Z\ge \frac{3}{\sigma}\right)$
$\mathrm{P}(X\le 17)+\mathrm{P}(Y\ge 17)=0.1336$에서
$\mathrm{P}\left(Z\ge \frac{3}{\sigma}\right)=0.0668$
표준정규분포표에서
$\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)=0.4332$, 즉 $\mathrm{P}(Z\ge 1.5)=0.0668$
$\frac{3}{\sigma}=1.5$에서 $\sigma=2$
따라서 $\mathrm{E}(X)+\sigma(Y)=m+\sigma=20+2=22$

39) [정답] 71

[해설]

모집단의 분포는

X	1	2	3	4	5	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

$\overline{X}=\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)=2$인 경우는

$(x_1,\ x_2,\ x_3)=(1,1,4),\ (1,4,1),\ (4,1,1)$

$(1,2,3),\ (1,3,2),\ \cdots,\ (3,2,1)$

$(2,2,2)$

이므로 구하는 확률은

$3\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)+6\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{7}{64}$

$\therefore p+q=64+7=71$

40) [정답] 175

[해설]
각 시행에서 뽑힌 숫자를 $x_i(1\le i\le 4)$라 하면
$\overline{X}=\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4}=\frac{11}{4}$이므로 $x_1+x_2+x_3+x_4=11$이다.
$1\le x_i\le 6(1\le i\le 4)$이므로
$x_i{}'=x_i-1(1\le i\le 4)$이라 두면 $0\le x_i{}'\le 5$이고,
$x_1{}'+x_2{}'+x_3{}'+x_4{}'=7$이다.
이 꼴을 만족하는 순서쌍 $(x_1{}',\ x_2{}',\ x_3{}',\ x_4{}')$의 경우의 수는
${}_4\mathrm{H}_7$이다.
$0\le x_i{}'\le 5$이어야 하므로 $x_i{}'\ge 6$인 경우의 수는
${}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{H}_1$이다.
따라서 $x_1+x_2+x_3+x_4=11$, $1\le x_i\le 6(1\le i\le 4)$을
만족하는 경우의 수는
${}_4\mathrm{H}_7-{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{H}_1=120-16=104$
이므로 구하는 확률은 $104\times\frac{1}{6^4}=\frac{13}{162}$
따라서 $p+q=162+13=175$
[다른 풀이]
$\overline{X}=\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4}=\frac{11}{4}$이므로 $x_1+x_2+x_3+x_4=11$이다.
총 네 수의 합이 11이 되는 경우의 수는 다음과 같다.
(6, 3, 1, 1), (6, 2, 2, 1)
(5, 4, 1, 1), (5, 3, 2, 1), (5, 2, 2, 2)
(4, 4, 2, 1), (4, 3, 3, 1), (4, 3, 2, 2)
(3, 3, 3, 2)
위 숫자들의 조합은

(a, a, a, b)2가지, (a, a, b, c)6가지, (a, b, c, d)1가지이다.

(i) (a, a, a, b)를 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{3!}=4$가지

따라서 (3, 3, 3, 2), (5, 2, 2, 2)의 확률은 $2\times\frac{4}{6^4}$

(ii) (a, a, b, c)를 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!}=12$가지

따라서 (6, 3, 1, 1), (6, 2, 2, 1), (5, 4, 1, 1), (4, 4, 2, 1), (4, 3, 3, 1), (4, 3, 2, 2)의 확률은 $6\times\frac{12}{6^4}$

(iii) (a, b, c, d)를 나열하는 경우의 수는 $4!=24$가지

따라서 (5, 3, 2, 1)의 확률은 $\frac{24}{6^4}$

$\therefore\ \mathrm{P}\left(\overline{X}=\frac{11}{4}\right)=\frac{8+72+24}{6^4}=\frac{13}{162}$

$\therefore\ p+q=175$

[다른 풀이]

각 시행에서 뽑은 수를 X_1, X_2, X_3, X_4라 하면,

$\overline{X}=\frac{X_1+X_2+X_3+X_4}{4}=\frac{11}{4}$이므로

$X_1+X_2+X_3+X_4=11$

가능한 경우는

$6+3+1+1=6+2+2+1$

$=5+4+1+1+=5+3+2+1=5+2+2+2$

$=4+4+2+1=4+3+3+1=4+3+2+2=3+3+3+2$

가 존재하고,

○○○◆꼴의 경우 뽑는 순서 정하는 경우 4가지이므로

4×2

○○△꼴의 경우 뽑는 순서 정하는 경우는 $\frac{4!}{2!}$이므로

$\frac{4!}{2!}\times6=72$

$5+3+2+1$의 경우 모두 다르므로, 뽑는 순서 정하는 경우는 $4!$이므로

$4!\times1=24$

따라서 $8+72+24=104$

구하는 확률은 $\frac{104}{6^4}=\frac{13}{162}=\frac{q}{p}$

따라서 $p+q=162+13=175$

41) [정답] 19

[해설]

평균이 15이고 모표준편차가 8인 모집단에서 크기가 4이므로

$\mathrm{E(X)}=15$, $\sigma(\mathrm{X})=8$, $n=4$

$\therefore \mathrm{E}(\overline{\mathrm{X}})+\sigma(\overline{\mathrm{X}})=\mathrm{E(X)}+\frac{\sigma(\mathrm{X})}{\sqrt{\mathrm{n}}}$

$=15+\frac{8}{\sqrt{4}}$

$=19$

42) [정답] ④

[해설]

정규분포 $\mathrm{N}(20, 5^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 16이므로

$\mathrm{E}(X)=20$, $\sigma(X)=5$

따라서 $\mathrm{E}(\overline{X})=\mathrm{E}(X)$, $\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma(X)}{\sqrt{16}}$ 이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=20$, $\sigma(\overline{X})=\frac{5}{4}$

$\therefore \mathrm{E}(\overline{X})+\sigma(\overline{X})=20+\frac{5}{4}=\frac{85}{4}$

43) [정답] ②

[해설]

모표준편차가 12이고 표본의 크기가 36이므로

$\sigma(\overline{X})=\frac{12}{\sqrt{36}}=\frac{12}{6}=2$

44) [정답] 23

[해설]

주머니에서 임의로 꺼낸 한 개의 공에 적혀 있는 수를 확률변수 Y라 할 때, 확률변수 Y의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

Y	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(Y=y)$	a	b	c	d	1

$X=4$인 경우는 4개의 수가 모두 1이어야 하므로

$\mathrm{P}(X=4)=a^4$

$a^4=\frac{1}{81}$에서 $0\le a\le1$이므로 $a=\frac{1}{3}$

$X=16$인 경우는 4개의 수가 모두 4이어야 하므로

$\mathrm{P}(X=16)=d^4$

$16d^4=\frac{1}{81}$에서 $0\le d\le1$이므로 $d=\frac{1}{6}$

$a+b+c+d=1$이므로

$b+c=\frac{1}{2}$ …… ㉠

확인한 4개의 수의 표본평균을 $\overline{Y}$라 하면

$X=4\overline{Y}$이다.

$\mathrm{E}(X)=\mathrm{E}(4\overline{Y})=4\mathrm{E}(\overline{Y})=4\mathrm{E}(Y)$

$=4\left(\frac{1}{3}+2b+3c+\frac{4}{6}\right)=4(1+2b+3c)$

$\mathrm{E}(X)=9$에서 $4(1+2b+3c)=9$이므로

$2b+3c=\frac{5}{4}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $b=\frac{1}{4}$, $c=\frac{1}{4}$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{V}(4\overline{Y})=16\mathrm{V}(\overline{Y})=4\mathrm{V}(Y)$

$=4[\mathrm{E}(Y^2)-\{\mathrm{E}(Y)\}^2]$

$=4\left\{\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{4}+\frac{9}{4}+\frac{16}{9}\right)-\left(\frac{9}{4}\right)^2\right\}$

$=4\left(\frac{25}{4}-\frac{81}{16}\right)=\frac{19}{4}$

따라서 $p=4$, $q=19$이므로 $p+q=23$

45) [정답] ⑤

[해설]

확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(100,\ \sigma^2)$을 따른다.

표본평균 $\overline{X}$는 크기가 25이므로 $\overline{X}\sim\mathrm{N}\left(100,\ \left(\frac{\sigma}{5}\right)^2\right)$

따라서

$$\mathrm{P}(98\le\overline{X}\le 102)=2\mathrm{P}(0\le Z\le\frac{10}{\sigma})=0.9876$$

$$\therefore \mathrm{P}(0\le Z\le\frac{10}{\sigma})=0.4938$$

표준정규분포표에서 $\frac{10}{\sigma}=\frac{5}{2}$이므로 $\sigma=4$

46) [정답] ④

[해설]

근무 시간은 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(42,\ 4^2)$을 따르므로 $n=4$일 때의 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(42,\ 2^2)$을 따른다.

$\therefore \mathrm{P}(\overline{X}\ge 43)=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{43-42}{2}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\ge 0.5)$

$=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 0.5)$

$=0.5-0.1915$

$=0.3085$

47) [정답] ⑤

[해설]

정규분포 $\mathrm{N}(104,\ 4^2)$을 따르는 모집단에서 임의추출한 과자 4상자의 무게의 표본평균을 $\overline{X}$라 하면 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(104,\ \frac{4^2}{4}\right)$ 즉, $\mathrm{N}(104,\ 2^2)$을 따른다.

그러므로 확률변수 $Z=\frac{\overline{X}-104}{2}$는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1^2)$을 따른다.

$$\mathrm{P}(a\le\overline{X}\le 106)=\mathrm{P}\left(\frac{a-104}{2}\le Z\le 1\right)$$

$\mathrm{P}(-.5\le Z\le 1)=0.5328$이므로 $\frac{a-104}{2}=-.5$

따라서 $a=103$

48) [정답] ③

[해설]

어느 회사에서 일하는 플랫폼 근로자의 일주일 근무 시간은 평균이 m시간, 표준편차가 5시간인 정규분포를 따르므로 확률변수 X는 $\mathrm{N}(\mathrm{m},\ 5^2)$이다.

<표준정규분포표>

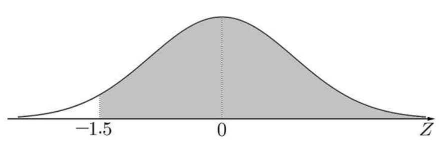
z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

그런데, 36명을 임의추출한 정규분포 $\overline{X}$는 크기가 $n=36$이므로 $\mathrm{N}\left(\mathrm{m},\ \left(\frac{5}{6}\right)^2\right)$을 따른다.

근무시간의 표본평균이 38시간 이상 일 확률이 0.9332이므로

$$\mathrm{P}(\overline{\mathrm{X}}\ge 38)=0.9332$$

즉, $\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{38-\mathrm{m}}{\frac{5}{6}}\right)=0.9332$



즉, 위의 정규분포곡선에서 $\frac{38-m}{\frac{5}{6}}=-\frac{3}{2}$이 성립하므로

$38-m=-\frac{5}{4}$ $\qquad\therefore m=39.25$

49) [정답] ③

[해설]

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따른다고 하면

$\mathrm{P}(X \geq 3.4) = \dfrac{1}{2}$이므로 $m = 3.4$

$\mathrm{P}(Z \leq -1) = \mathrm{P}(Z \geq 1)$이므로 $\mathrm{P}(X \leq 3.9) + \mathrm{P}(Z \geq 1) = 1$에서

$\mathrm{P}(X \geq 3.9) = \mathrm{P}(Z \geq 1)$

이때 $Z = \dfrac{X - 3.4}{\sigma}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

$$\mathrm{P}(X \geq 3.9) = \mathrm{P}\left(Z \geq \frac{3.9 - 3.4}{\sigma}\right) = \mathrm{P}\left(Z \geq \frac{0.5}{\sigma}\right)$$

즉, $\dfrac{0.5}{\sigma} = 1$이므로 $\sigma = 0.5$

따라서 $\mathrm{E}(\overline{X}) = 3.4$, $\sigma(\overline{X}) = \dfrac{0.5}{\sqrt{25}} = 0.1$이므로 확률변수 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(3.4,\ 0.1^2)$을 따르고

$Z = \dfrac{\overline{X} - 3.4}{0.1}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(\overline{X} \geq 3.55) &= \mathrm{P}\left(Z \geq \frac{3.55 - 3.4}{0.1}\right)\\ &= \mathrm{P}(Z \geq 1.5)\\ &= 0.5 - \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1.5)\\ &= 0.5 - 0.4332\\ &= 0.0668\end{aligned}$$

50) [정답] ⑤

[해설]

확률변수 X의 표준편차를 a라 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(220,\ a^2)$을 따른다.

확률변수 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(220,\ \left(\dfrac{a}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르고,

$Z = \dfrac{\overline{X} - 220}{\dfrac{a}{\sqrt{n}}}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다. 이때,

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(\overline{X} \leq 215) &= \mathrm{P}\left(Z \leq \frac{215 - 220}{\dfrac{a}{\sqrt{n}}}\right)\\ &= \mathrm{P}\left(Z \leq -\frac{5\sqrt{n}}{a}\right)\\ &= \mathrm{P}\left(Z \geq \frac{5\sqrt{n}}{a}\right)\\ &= 0.5 - \mathrm{P}\left(0 \leq Z \leq \frac{5\sqrt{n}}{a}\right)\end{aligned}$$

$0.5 - \mathrm{P}\left(0 \leq Z \leq \dfrac{5\sqrt{n}}{a}\right) = 0.1587$에서

$\mathrm{P}\left(0 \leq Z \leq \dfrac{5\sqrt{n}}{a}\right) = 0.3413$이므로 $\dfrac{5\sqrt{n}}{a} = 1$

$$\frac{a}{\sqrt{n}} = 5 \qquad \cdots\cdots \text{㉠}$$

한편, 조건 (나)에서 확률변수 Y의 표준편차는 $\dfrac{3a}{2}$이므로

확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}\left(240,\ \left(\dfrac{3a}{2}\right)^2\right)$을 따른다.

확률변수 $\overline{Y}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(240,\ \left(\dfrac{\frac{3a}{2}}{3\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르고, ㉠에서

$\dfrac{\frac{3a}{2}}{3\sqrt{n}} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{a}{\sqrt{n}} = \dfrac{5}{2}$이므로 $Z = \dfrac{\overline{Y} - 240}{\frac{5}{2}}$으로 놓으면

확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

따라서

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(\overline{Y} \geq 235) &= \mathrm{P}\left(Z \geq \frac{235 - 240}{\frac{5}{2}}\right)\\ &= \mathrm{P}(Z \geq -2)\\ &= \mathrm{P}(-2 \leq Z \leq 0) + 0.5\\ &= \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2) + 0.5\\ &= 0.4772 + 0.5\\ &= 0.9772\end{aligned}$$

51) [정답] ②

[해설]

이 회사에서 생산하는 샴푸 1개의 용량을 $X(\mathrm{mL})$라 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따른다.

표본의 크기가 16일 때의 표본평균을 $\overline{x_1}$이라 하면 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$$\overline{x_1} - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{16}} \leq m \leq \overline{x_1} + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{16}}$$

이므로

$$2 \times 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{16}} = 755.9 - 746.1$$

$$\sigma = 10$$

표본의 크기가 n일 때의 표본평균을 $\overline{x_2}$라 하면 모평균 m에

대한 신뢰도 99%의 신뢰구간은

$$\overline{x_2}-2.58\times\frac{10}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x_2}+2.58\times\frac{10}{\sqrt{n}}$$

이므로

$$b-a=2\times2.58\times\frac{10}{\sqrt{n}}=\frac{51.6}{\sqrt{n}}$$

따라서 $\frac{51.6}{\sqrt{n}}\le6$에서

$$\sqrt{n}\ge\frac{51.6}{6}=8.6$$

$$n\ge8.6^2=73.96$$

따라서 자연수 n의 최솟값은 74이다.

52) [정답] ②

[해설]

전기 자동차 100대를 임의추출하여 얻은 1회 충전 주행 거리의 표본평균이 $\overline{x_1}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$$\overline{x_1}-1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{100}}\le m\le\overline{x_1}+1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{100}}$$

$$\overline{x_1}-1.96\times\frac{\sigma}{10}\le m\le\overline{x_1}+1.96\times\frac{\sigma}{10}$$

전기 자동차 400대를 임의추출하여 얻은 1회 충전 주행 거리의 표본평균이 $\overline{x_2}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간은

$$\overline{x_2}-2.58\times\frac{\sigma}{\sqrt{400}}\le m\le\overline{x_2}+2.58\times\frac{\sigma}{\sqrt{400}}$$

$$\overline{x_2}-2.58\times\frac{\sigma}{20}\le m\le\overline{x_2}+2.58\times\frac{\sigma}{20}$$

이때, $a=c$에서

$$\overline{x_1}-1.96\times\frac{\sigma}{10}=\overline{x_2}-2.58\times\frac{\sigma}{20}$$

이고 $\overline{x_1}-\overline{x_2}=1.34$이므로

$$\overline{x_1}-\overline{x_2}=1.96\times\frac{\sigma}{10}-2.58\times\frac{\sigma}{20}$$

$$=0.67\times\frac{\sigma}{10}=1.34$$

$$\sigma=\frac{1.34\times10}{0.67}=20$$

따라서,

$$b-a=2\times1.96\times\frac{\sigma}{10}$$

$$=2\times1.96\times2$$

$$=7.84$$

53) [정답] ④

[해설]

어느 방위산업체에서 생산하는 방독면 1개의 무게는 평균이 m, 표준편차가 50인 정규분포를 따르므로 $\mathrm{N}(\mathrm{m},\ 50^2)$

이 방위산업체에서 생산하는 방독면 중에서 n개를 임의추출하여 얻은 방독면 무게의 표본평균이 1740이므로

$$m=1740$$

따라서 $\mathrm{N}\left(1740,\ \left(\frac{50}{\sqrt{\mathrm{n}}}\right)^2\right)$을 따른다.

방독면 1개의 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1720.4\le m\le a$이므로

$$1740-1.96\times\frac{50}{\sqrt{n}}=1720.4.$$

$$1740+1.96\times\frac{50}{\sqrt{n}}=a$$

$$\therefore n=25,\ a=1759.6$$

$$\therefore n+a=1784.6$$

54) [정답] **64**

[해설]

모표준편차가 1이고 표본의 크기가 n일 때, 표본평균을 $\overline{x}$라 하면 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$$\overline{x}-1.96\times\frac{1}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+1.96\times\frac{1}{\sqrt{n}}$$

$100(b-a)=100\times2\times1.96\times\frac{1}{\sqrt{n}}=49$에서 $n=64$