[확통] [03확률] 교사평경 최근 3개년

05 확통 04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

01 수학적 확률1 (경우의 수 - 단순확률, 케이스 분류 포함)

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 8

1. 네 개의 수 1, 3, 5, 7 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 a라 하고, 네 개의 수 4, 6, 8, 10 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 b라 하자. $1<\frac{b}{a}<4$일 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 24

2. 네 개의 수 1, 3, 5, 7 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 a라 하고, 네 개의 수 2, 4, 6, 8 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 b라 하자. $a\times b>31$일 확률은?

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 27

3. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b라 하자. 이차부등식

$$ax^2+2bx+a-3\le 0$$

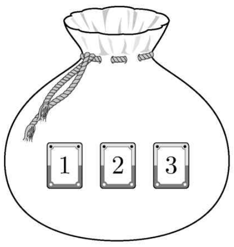
의 해가 존재할 확률은?

① $\frac{7}{9}$ ② $\frac{29}{36}$ ③ $\frac{5}{6}$
④ $\frac{31}{36}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

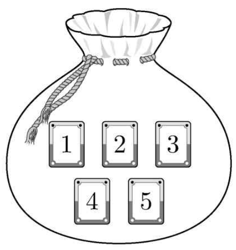
[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 06월 확률과 통계 24

4. 주머니 A에는 1부터 3까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 3장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있다.
두 주머니 A, B에서 각각 카드를 임의로 한 장씩 꺼낼 때, 꺼낸 두 장의 카드에 적힌 수의 차가 1일 확률은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{7}{15}$
④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$



A



B

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 28

5. 1부터 10까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택된 세 개의 수의 곱이 5의 배수이고 합은 3의 배수일 확률은?

① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{11}{60}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{13}{60}$

05 확통

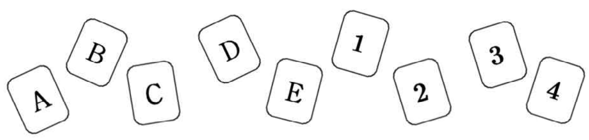
04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

02 수학적 확률2 (순열 이용)

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 9

6. 문자 A, B, C, D, E가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드와 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다. 이 9장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 문자 A가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에 각각 숫자가 적혀 있는 카드가 놓일 확률은?



① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

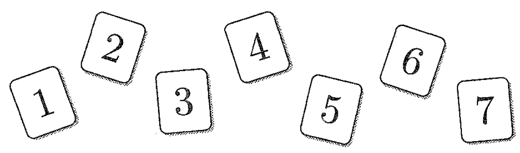
[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 17

7. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은?

(가) 4가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에는 각각 4보다 큰 수가 적혀 있는 카드가 있다.
(나) 5가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에는 각각 5보다 작은 수가 적혀 있는 카드가 있다.

① $\frac{1}{28}$ ② $\frac{1}{14}$ ③ $\frac{3}{28}$

④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{5}{28}$



[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 06월 확률과 통계 25

8. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 선택할 때, 선택한 수가 3500보다 클 확률은?

① $\frac{9}{25}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{11}{25}$

④ $\frac{12}{25}$ ⑤ $\frac{13}{25}$

05 확통 04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

03 수학적 확률3 (조합 이용)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 29

9. 그림은 여섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 여섯 장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 장의 카드 중 왼쪽 카드에 적힌 수가 오른쪽 카드에 적힌 수보다 큰 경우가 한 번만 나타난 예이다.

1	2	4	3	5	6

이 여섯 장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 장의 카드 중 왼쪽 카드에 적힌 수가 오른쪽 카드에 적힌 수보다 큰 경우가 한 번만 나타날 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 16

10. 집합 $\{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$의 원소의 개수가 4인 부분집합 중 임의로 하나의 집합을 택하여 X라 할 때, 집합 X가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

집합 X의 서로 다른 세 원소의 합은 항상 3의 배수가 아니다.

① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{5}{14}$

④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

05 확통 04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

04 수학적 확률4 (중복순열 이용)

[출처] 2020 모의_공공 경찰대 고3 07월 6

11. 어느 대학은 방문자가 있을 때 코로나 19 발열 검사를 실시하고 그 결과가 정상이면 그날 지정된 색의 종이 밴드를 손목에 채워 들여보낸다. 종이 밴드는 빨간색 밴드, 주황색 밴드, 노란색 밴드, 초록색 밴드, 파란색 밴드가 있고, 그날 사용할 밴드는 전날 사용한 밴드의 색과 다른 한 색을 임의로 선택하여 그 색의 밴드를 사용한다. 첫날 파란색 밴드를 사용하였을 때, 다섯째 날 파란색 밴드를 사용할 확률은? (단, 각각의 밴드의 개수는 충분히 많다.)

① $\frac{13}{64}$ ② $\frac{17}{64}$ ③ $\frac{21}{64}$

④ $\frac{25}{64}$ ⑤ $\frac{29}{64}$

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 19

12. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$의 공집합이 아닌 모든 부분집합 15개 중에서 임의로 서로 다른 세 부분집합을 뽑아 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 A, B, C라 할 때, $A \subset B \subset C$일 확률은?

① $\frac{1}{91}$ ② $\frac{2}{91}$ ③ $\frac{3}{91}$

④ $\frac{4}{91}$ ⑤ $\frac{5}{91}$

05 확통 04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

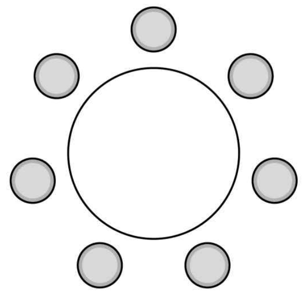
05 수학적 확률5 (원순열 이용)

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 26

13. 세 학생 A, B, C를 포함한 7명의 학생이 원 모양의 탁자에 일정한 간격을 두고 임의로 모두 둘러앉을 때, A가 B 또는 C와 이웃하게 될 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$

④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$



05 확통 04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

06 수학적 확률6 (같은 것이 있는 순열 이용)

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 8

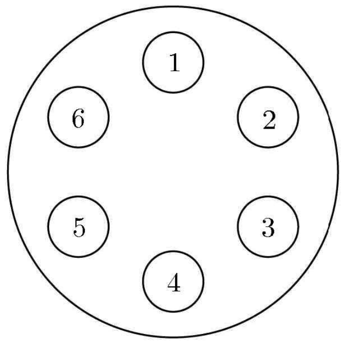
14. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 할 때, $a \times b \times c = 4$일 확률은?

① $\frac{1}{54}$ ② $\frac{1}{36}$ ③ $\frac{1}{27}$

④ $\frac{5}{108}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 20

15. 그림과 같이 원탁 위에 1부터 6까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 접시가 놓여 있고 같은 종류의 쿠키 9개를 접시 위에 담으려고 한다. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수가 적혀 있는 접시와 그 접시에 이웃하는 양 옆의 접시 위에 3개의 쿠키를 각각 1개씩 담는 시행을 한다. 예를 들어, 주사위를 던져 나온 눈의 수가 1인 경우 6, 1, 2가 적혀 있는 접시 위에 쿠키를 각각 1개씩 담는다. 이 시행을 3번 반복하여 9개의 쿠키를 모두 접시 위에 담을 때, 6개의 접시 위에 각각 한 개 이상의 쿠키가 담겨 있을 확률은?



① $\frac{7}{18}$ ② $\frac{17}{36}$ ③ $\frac{5}{9}$

④ $\frac{23}{36}$ ⑤ $\frac{13}{18}$

05 확통 04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

10 수학적 확률10 (함수)

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 29

16. 집합 $A=\{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 A에서 A로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은 p이다. $120p$의 값을 구하시오.

(가) $f(1)\times f(2)\geq 9$ (나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 19

17. 두 집합 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, $B=\{1, 2, 3\}$에 대하여 A에서 B로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

$f(1)\geq 2$이거나 함수 f의 치역은 B이다.

① $\frac{16}{27}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{20}{27}$
④ $\frac{22}{27}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

05 확통

04 확률의 뜻과 활용

04 확률의 덧셈정리

01 덧셈정리1 (확률의 계산)

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 6

18. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A \cup B)=1, \quad \mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}, \quad \mathrm{P}(A \cap B)=\frac{1}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(A^C)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.)

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 5

19. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=\frac{7}{12}, \ \mathrm{P}(A \cap B^C)=\frac{1}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(A \cap B)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.)

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 23

20. 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{12}, \ \mathrm{P}(A \cup B)=\frac{11}{12}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 예비 확률과 통계 25

21. 두 사건 A, B에 대하여 A^C과 B는 서로 배반사건이고,

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2},\quad \mathrm{P}(A\cap B^C)=\frac{2}{7}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.)

① $\frac{5}{28}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{9}{28}$

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 24

22. 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3},\ \mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

05 확통

04 확률의 뜻과 활용

04 확률의 덧셈정리

02 덧셈정리2 (배반사건이 아닌 경우)

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 13

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 16

23. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 할 때, $|a-3|+|b-3|=2$이거나 $a=b$일 확률은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 17

24. 어느 고등학교에는 5개의 과학 동아리와 2개의 수학 동아리 A, B가 있다. 동아리 학술 발표회에서 이 7개 동아리가 모두 발표하도록 발표 순서를 임의로 정할 때, 수학 동아리 A가 수학 동아리 B보다 먼저 발표하는 순서로 정해지거나 두 수학 동아리의 발표 사이에는 2개의 과학 동아리만이 발표하는 순서로 정해질 확률은? (단, 발표는 한 동아리씩 하고, 각 동아리는 1회만 발표한다.)

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{25}{42}$
④ $\frac{17}{28}$ ⑤ $\frac{13}{21}$

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 06월 확률과 통계 28

25. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 택할 때, 택한 수가 5의 배수 또는 3500 이상일 확률은?

① $\frac{9}{20}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{11}{20}$
④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{13}{20}$

05 확통 04 확률의 뜻과 활용

04 확률의 덧셈정리

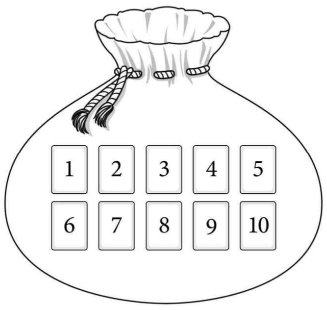
03 덧셈정리3 (배반사건)

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 27

26. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 4장을 동시에 꺼내어 카드에 적혀 있는 수를 작은 수부터 크기 순서대로 a_1, a_2, a_3, a_4라 하자. $a_1 \times a_2$의 값이 홀수이고,
$a_3 + a_4 \geq 16$일 확률은?

① $\frac{1}{14}$ ② $\frac{3}{35}$ ③ $\frac{1}{10}$

④ $\frac{4}{35}$ ⑤ $\frac{9}{70}$



05 확통 04 확률의 뜻과 활용

04 확률의 덧셈정리

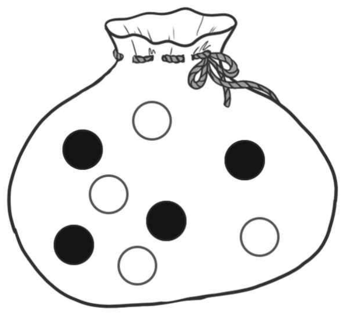
04 여사건의 확률1 (기본. 적어도)

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 25

27. 흰 공 4개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개 이상일 확률은?

① $\frac{7}{10}$ ② $\frac{51}{70}$ ③ $\frac{53}{70}$

④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{57}{70}$



[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 11월 확률과 통계 25

28. 흰색 마스크 5개, 검은색 마스크 9개가 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 3개의 마스크를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 마스크 중에서 적어도 한 개가 흰색 마스크일 확률은?

① $\frac{8}{13}$ ② $\frac{17}{26}$ ③ $\frac{9}{13}$

④ $\frac{19}{26}$ ⑤ $\frac{10}{13}$

05 확통 04 확률의 뜻과 활용

04 확률의 덧셈정리

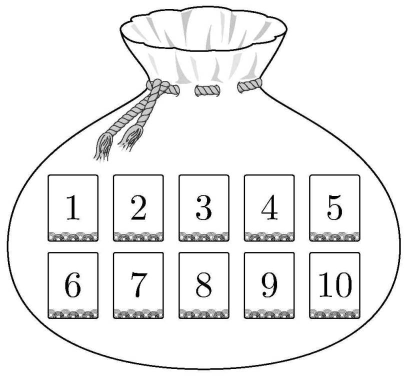
05 여사건의 확률2 (이상 또는 이하)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 11월 26

29. 1부터 10까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 3장을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적혀 있는 세 자연수 중에서 가장 작은 수가 4 이하이거나 7 이상일 확률은?

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{13}{15}$

④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{14}{15}$



05 확통　　04 확률의 뜻과 활용

04 확률의 덧셈정리

06 여사건의 확률3 (기타)

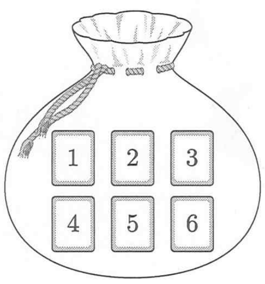
[출처]　2020 모의_공공 평가원 고3 09월 19

30. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 두 장의 카드를 동시에 꺼내어 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 두 번 반복한다. 첫 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를 a_1, 큰 수를 a_2라 하고, 두 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를 b_1, 큰 수를 b_2라 하자. 두 집합 A, B를

$$A=\{x \mid a_1 \le x \le a_2\},\quad B=\{x \mid b_1 \le x \le b_2\}$$

라 할 때, $A \cap B \ne \varnothing$일 확률은?

① $\frac{3}{5}$　② $\frac{2}{3}$　③ $\frac{11}{15}$
④ $\frac{4}{5}$　⑤ $\frac{13}{15}$



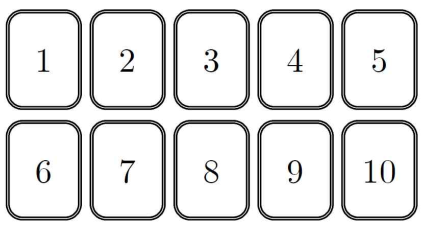
[출처]　2021 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 26

31. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 할 때, 두 수 a, b의 최대공약수가 홀수일 확률은?

① $\frac{5}{12}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{7}{12}$
④ $\frac{2}{3}$　⑤ $\frac{3}{4}$

[출처]　2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 26

32. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 이 10장의 카드 중에서 임의로 선택한 서로 다른 3장의 카드에 적혀 있는 세 수의 곱이 4의 배수일 확률은?



① $\frac{1}{6}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$　⑤ $\frac{5}{6}$

05 확통

05 조건부 확률

01 조건부 확률의 뜻

01 조건부 확률의 계산

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 3

33. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A \mid B) = \frac{2}{3},\ \mathrm{P}(A \cap B) = \frac{2}{15}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 3

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 5

34. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A) = \frac{2}{5},\ \mathrm{P}(B) = \frac{4}{5},\ \mathrm{P}(A \cup B) = \frac{9}{10}$$

일 때, $\mathrm{P}(\mathrm{B} \mid \mathrm{A})$의 값은?

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 24

35. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A \cup B) = 1,\quad \mathrm{P}(A \cap B) = \frac{1}{4},\quad \mathrm{P}(A \mid B) = \mathrm{P}(B \mid A)$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$

④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

05 확통

05 조건부 확률

01 조건부 확률의 뜻

02 조건부 확률의 뜻1 (표 조건)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 7

36. 표와 같이 두 주머니 A, B에 흰 공과 검은 공이 섞여서 각각 50개씩 들어 있다.

(단위 : 개)

	주머니 A	주머니 B
흰 공	21	14
검은 공	29	36
합계	50	50

두 주머니 A, B 중 임의로 택한 1개의 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공이 흰 공일 때, 이 공이 주머니 A에서 꺼낸 공일 확률은?

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 12

37. 어느 고등학교 학생 200명을 대상으로 휴대폰 요금제에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 200명의 학생은 휴대폰 요금제 A와 B중 하나를 선택하였고, 각각의 휴대폰 요금제를 선택한 학생의 수는 다음과 같다.

(단위 : 명)

구분	휴대폰 요금제 A	휴대폰 요금제 B
남학생	$10a$	b
여학생	$48-2a$	$b-8$

이 조사에 참여한 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 남학생일 때, 이 학생이 휴대폰 요금제 A를 선택한 학생일 확률은 $\frac{5}{8}$이다. $b-a$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 32 ② 36 ③ 40

④ 44 ⑤ 48

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 06월 확률과 통계 24

38. 어느 동아리의 학생 20명을 대상으로 진로활동 A와 진로활동 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 진로활동 A와 진로활동 B중 하나를 선택하였고, 각각의 진로활동을 선택한 학생 수는 다음과 같다.

(단위 : 명)

구분	진로활동A	진로활동B	합계
1학년	7	5	12
2학년	4	4	8
합계	11	9	20

이 조사에 참여한 학생 20명 중에서 임의로 선택한 한 명이 진로활동 B를 선택한 학생일 때, 이 학생이 1학년일 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{7}{11}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

05 확통

05 조건부 확률

01 조건부 확률의 뜻

03 조건부 확률의 뜻2 (문장 조건)

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 25

39. 어느 학교의 컴퓨터 동아리는 남학생 21명, 여학생 18명으로 이루어져 있고, 모든 학생은 데스크톱 컴퓨터와 노트북 컴퓨터 중 한 가지만 사용한다고 한다. 이 동아리의 남학생 중에서 데스크톱 컴퓨터를 사용하는 학생은 15명이고, 여학생 중에서 노트북 컴퓨터를 사용하는 학생은 10명이다. 이 동아리 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 데스크톱 컴퓨터를 사용하는 학생일 때, 이 학생이 남학생일 확률은?

① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{15}{23}$

④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{18}{23}$

05 확통

05 조건부 확률

01 조건부 확률의 뜻

04 조건부 확률의 뜻3 (경우의 수)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 9

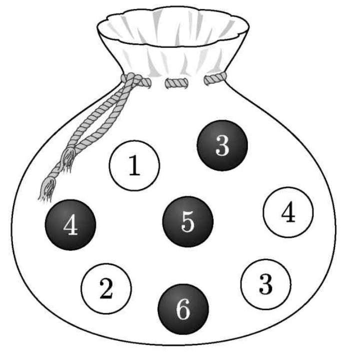
40. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 한 번 던져서 나온 두 눈의 수의 곱이 짝수일 때, 나온 두 눈의 수의 합이 짝수일 확률은?

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 27

41. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있을 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

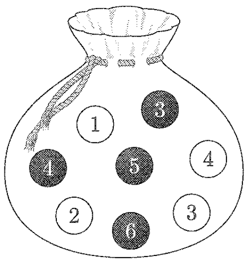


[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 20

42. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있을 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개일 확률은?

① $\frac{13}{29}$ ② $\frac{15}{29}$ ③ $\frac{17}{29}$

④ $\frac{19}{29}$ ⑤ $\frac{21}{29}$



[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 25

43. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 하자. ab가 6의 배수일 때, a 또는 b가 홀수일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 예비 확률과 통계 28

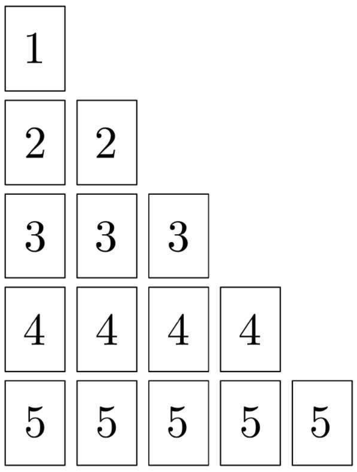
44. 1부터 10까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택한 세 개의 수의 곱이 짝수일 때, 그 세 개의 수의 합이 3의 배수일 확률은?

① $\frac{14}{55}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{19}{55}$

④ $\frac{43}{110}$ ⑤ $\frac{24}{55}$

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 29

45. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 카드가 각각 1장, 2장, 3장, 4장, 5장이 있다. 이 15장의 카드 중에서 임의로 2장의 카드를 동시에 선택하는 시행을 한다. 이 시행에서 선택한 2장의 카드에 적힌 두 수의 곱의 모든 양의 약수의 개수가 3 이하일 때, 그 두 수의 합이 짝수일 확률은 $\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



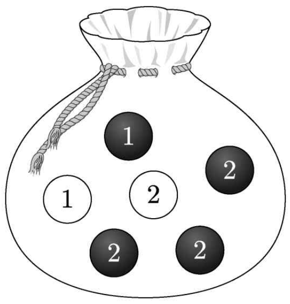
[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 06월 확률과 통계 30

46. 주머니에 1부터 12까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 12개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 작은 수부터 크기 순서대로 a, b, c라 하자. $b-a \geq 5$일 때, $c-a \geq 10$일 확률은 $\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 11월 확률과 통계 26

47. 주머니에 1이 적힌 흰 공 1개, 2가 적힌 흰 공 1개, 1이 적힌 검은 공 1개, 2가 적힌 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다.
이 시행에서 꺼낸 3개의 공 중에서 흰 공이 1개이고 검은 공이 2개인 사건을 A, 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수를 모두 곱한 값이 8인 사건을 B라 할 때, $\mathrm{P}(A \cup B)$의 값은?

① $\frac{11}{20}$　② $\frac{3}{5}$　③ $\frac{13}{20}$
④ $\frac{7}{10}$　⑤ $\frac{3}{4}$



05 확통　05 조건부 확률

01 조건부 확률의 뜻

05 조건부 확률의 뜻4 (활용)

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 28

48. 집합 $X=\{x \mid x\text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택한다. 선택한 함수 f가 4 이하의 모든 자연수 n에 대하여 $f(2n-1)<f(2n)$일 때, $f(1)=f(5)$일 확률은?

① $\frac{1}{7}$　② $\frac{5}{28}$　③ $\frac{3}{14}$
④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{2}{7}$

05 확통

05 조건부 확률

02 조건부확률과 곱셈정리

02 종속인 사건의 곱셈정리2 (상황별 확률의 변화)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 25

49. 흰 구슬 3개와 검은 구슬 4개가 들어 있는 상자가 있다. 한 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수가 3의 배수이면 이 상자에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼내고, 나오는 눈의 수가 3의 배수가 아니면 이 상자에서 임의로 3개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬 중 검은 구슬의 개수가 2일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 27

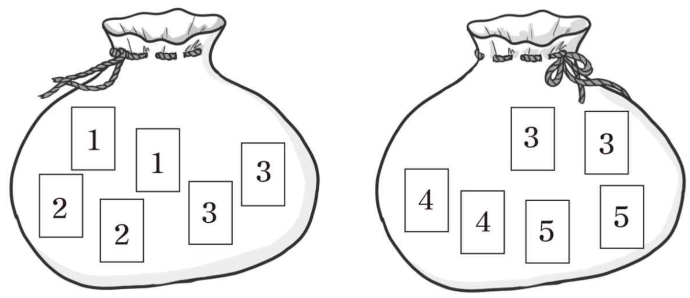
50. 주머니 A에는 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 3, 3, 4, 4, 5, 5가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B와 3개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

3개의 동전을 동시에 던져 앞면이 나오는 동전의 개수가 3이면 주머니 A에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼내고, 앞면이 나오는 동전의 개수가 2 이하이면 주머니 B에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 주머니에서 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 소수일 확률은?

① $\frac{5}{24}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{31}{120}$

④ $\frac{17}{60}$ ⑤ $\frac{37}{120}$



A B

05 확통

05 조건부 확률

02 조건부확률과 곱셈정리

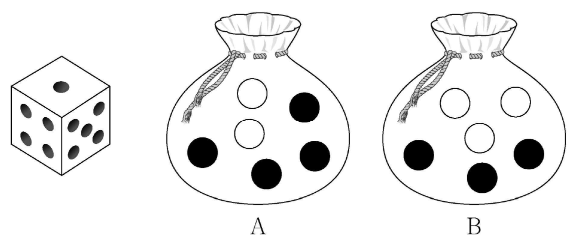
04 곱셈정리와 조건부확률1 (종속적 선후시행)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 26

51. 주머니 A에는 흰 공 2개, 검은 공 4개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 3개, 검은 공 3개가 들어 있다.
두 주머니 A, B와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 5 이상이면 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내고, 나온 눈의 수가 4이하이면 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 주머니에서 꺼낸 2개의 공이 모두 흰색일 때, 나온 눈의 수가 5 이상일 확률은?



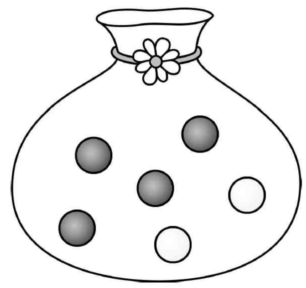
① $\frac{1}{7}$　② $\frac{3}{14}$　③ $\frac{2}{7}$　④ $\frac{5}{14}$　⑤ $\frac{3}{7}$

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 30

52. 검은 공 4개, 흰 공 2개가 들어 있는 주머니에 대하여 다음 시행을 2회 반복한다.

> 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낸 후, 꺼낸 공 중에서 흰 공은 다시 주머니에 넣고 검은 공은 다시 넣지 않는다.

두 번째 시행의 결과 주머니에 흰 공만 2개 들어 있을 때, 첫 번째 시행의 결과 주머니에 들어 있는 검은 공의 개수가 2일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 30

53. 주머니 A에 흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있고, 주머니 B에도 흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있다. 한 개의 동전을 사용하여 [실행 1]과 [실행 2]를 순서대로 하려고 한다.

> [실행 1] 한 개의 동전을 던져
> 앞면이 나오면 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣고,
> 뒷면이 나오면 주머니 A에서 임의로 3개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣는다.
> [실행 2] 주머니 B에서 임의로 5개의 공을 꺼내어 주머니 A에 넣는다.

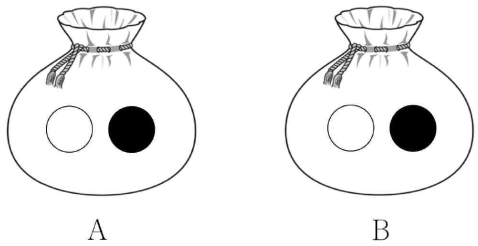
[실행 2]가 끝난 후 주머니 B에 흰 공이 남아 있지 않을 때, [실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공 중 흰 공이 2개이었을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 30

54. 그림과 같이 두 주머니 A와 B에 흰 공 1개, 검은 공 1개가 각각 들어 있다. 주머니 A에 들어 있는 공의 개수 또는 주머니 B에 들어 있는 공의 개수가 0이 될 때까지 다음의 시행을 반복한다.

> 두 주머니 A, B에서 각각 임의로 하나씩 꺼낸 두 개의 공이 서로 같은 색이면 꺼낸 공을 모두 주머니 A에 넣고, 서로 다른 색이면 꺼낸 공을 모두 주머니 B에 넣는다.

4번째 시행의 결과 주머니 A에 들어 있는 공의 개수가 0일 때, 2번째 시행의 결과 주머니 A에 들어 있는 흰 공의 개수가 1 이상일 확률은 p이다. $36p$의 값을 구하시오.



05 확통 06 사건의 독립과 종속

01 독립과 종속

01 확률의 계산 (독립일 때)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 2

55. 두 사건 A, B가 서로 독립이고

$$\mathrm{P(A)}=\frac{2}{3},\mathrm{P(A\cap B)}=\frac{1}{4}$$

일 때, $\mathrm{P(B)}$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 4

56. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A^c)=\frac{2}{5},\ \mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(A^c\cup B^c)$의 값은? (단, A^c은 A의 여사건이다.)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$

④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 4

57. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A^c)=\mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? (단, A^c은 A의 여사건이다.)

① $\frac{16}{25}$ ② $\frac{17}{25}$ ③ $\frac{18}{25}$

④ $\frac{19}{25}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 5

58. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A\mid B)=\mathrm{P}(B),\ \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{9}$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은?

① $\frac{7}{18}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{18}$
④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 4

59. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{1}{4},\quad \mathrm{P}(A|B)=\frac{1}{3},\quad \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{7}{10}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$의 값은?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{9}$
④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{11}$

05 확통 06 사건의 독립과 종속

02 독립인 사건의 곱셈정리

02 독립인 사건의 곱셈정리2 (확률 구하기)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고1 03월 26

60. A는 흰 공 9개, 검은 공 1개가 들어 있는 주머니를 가지고 있고 B는 흰 공 8개, 검은 공 2개가 들어 있는 주머니를 가지고 있다. A와 B가 동시에 자신의 주머니에서 각각 한 개씩 공을 꺼낼 때, 같은 색의 공이 나올 확률이 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 29

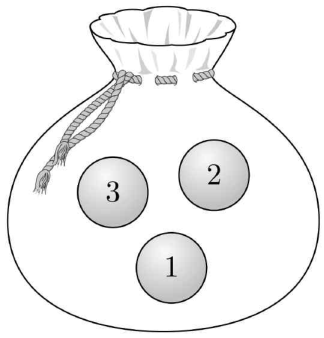
61. A, B두 사람이 각각 4개씩 공을 가지고 다음 시행을 한다.

A, B두 사람이 주사위를 한 번씩 던져 나온 눈의 수가 짝수인 사람은 상대방으로부터 공을 한 개 받는다.

각 시행 후 A가 가진 공의 개수를 세었을 때, 4번째 시행 후 센 공의 개수가 처음으로 6이 될 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 06월 확률과 통계 30

62. 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 5번 반복하여 확인한 5개의 수의 곱이 6의 배수일 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 26

63. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 할 때,

$$(a-2)^2+(b-3)^2+(c-4)^2=2$$

가 성립할 확률은?

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

05 확통 06 사건의 독립과 종속

03 독립시행의 확률

01 독립시행의 확률1 (기본)

[출처] 2020 모의_공공 경찰대 고3 07월 10

64. n쌍의 부부로 구성된 어느 모임의 모든 사람에게 1, 2, 3중의 한 숫자가 적힌 카드를 한 장씩 임의로 나누어준 후, 카드를 받은 사람들이 1, 2, 3중의 한 숫자를 임의로 적도록 한다. 남편이 적은 수가 아내가 받은 카드에 적힌 수와 일치하고, 아내가 적은 수가 남편이 받은 카드에 적힌 수와 일치하는 부부에게만 상품을 주기로 한다. 상품을 받는 부부가 2쌍 이하일 확률이 $\frac{57}{32}\left(\frac{8}{9}\right)^n$일 때, 자연수 n의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6

④ 7 ⑤ 8

05 확통 06 사건의 독립과 종속

03 독립시행의 확률

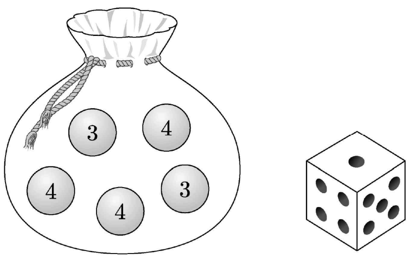
02 독립시행의 확률2 (독립시행을 여러 번 - 곱셈정리)

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 19

65. 숫자 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

> 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적힌 수가 3이면 주사위를 3번 던져서 나오는 세 눈의 수의 합을 점수로 하고, 꺼낸 공에 적힌 수가 4이면 주사위를 4번 던져서 나오는 네 눈의 수의 합을 점수로 한다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 10점일 확률은?



① $\frac{13}{180}$ ② $\frac{41}{540}$ ③ $\frac{43}{540}$

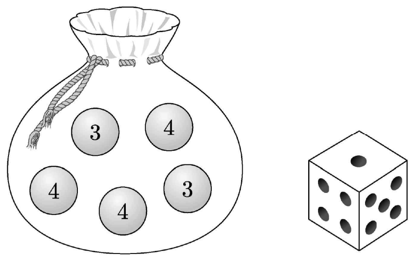
④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{47}{540}$

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 29

66. 숫자 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

> 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적힌 수가 3이면 주사위를 3번 던져서 나오는 세 눈의 수의 합을 점수로 하고, 꺼낸 공에 적힌 수가 4이면 주사위를 4번 던져서 나오는 네 눈의 수의 합을 점수로 한다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 10점일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 06월 확률과 통계 27

67. 주사위 2개와 동전 4개를 동시에 던질 때, 나오는 주사위의 눈의 수의 곱과 앞면이 나오는 동전의 개수가 같을 확률은?

① $\frac{3}{64}$ ② $\frac{5}{96}$ ③ $\frac{11}{192}$

④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{13}{192}$

05 확통 06 사건의 독립과 종속

03 독립시행의 확률

03 독립시행의 확률3 (여사건의 활용)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 9

68. 한 개의 동전을 6번 던져서 앞면이 2번 이상 나올 확률은?

① $\frac{51}{64}$ ② $\frac{53}{64}$ ③ $\frac{55}{64}$

④ $\frac{57}{64}$ ⑤ $\frac{59}{64}$

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 06월 확률과 통계 25

69. 수직선의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 6의 약수이면 점 P를 양의 방향으로 1만큼 이동시키고, 6의 약수가 아니면 점 P를 이동시키지 않는다.

이 시행을 4번 반복할 때, 4번째 시행 후 점 P의 좌표가 2 이상일 확률은?

① $\frac{13}{18}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{5}{6}$

④ $\frac{8}{9}$ ⑤ $\frac{17}{18}$

05 확통 06 사건의 독립과 종속

03 독립시행의 확률

06 독립시행의 확률6 (조건부확률)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 11월 30

70. 흰 공과 검은 공이 각각 10개 이상 들어 있는 바구니와 비어 있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 5 이상이면 바구니에 있는 흰 공 2개를 주머니에 넣고, 나온 눈의 수가 4 이하이면 바구니에 있는 검은 공 1개를 주머니에 넣는다.

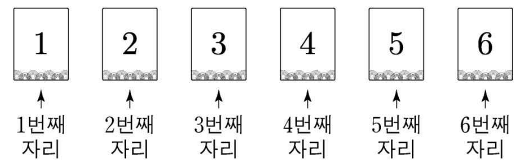
위의 시행을 5번 반복할 때, n $(1 \le n \le 5)$번째 시행 후 주머니에 들어 있는 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 a_n, b_n이라 하자. $a_5+b_5 \ge 7$일 때, $a_k=b_k$인 자연수 k $(1 \le k \le 5)$가 존재할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 30

71. 각 면에 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 2가 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 6번 던질 때, $n(1 \leq n \leq 6)$번째에 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 수를 a_n이라 하자. $a_1+a_2+a_3 > a_4+a_5+a_6$일 때, $a_1=a_4=1$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 11월 확률과 통계 29

72. 앞면에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있고 뒷면에는 모두 0이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드가 그림과 같이 6 이하의 자연수 k에 대하여 k번째 자리에 자연수 k가 보이도록 놓여 있다.



이 6장의 카드와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k이면 k번째 자리에 놓여 있는 카드를 한 번 뒤집어 제자리에 놓는다.

위의 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수일 때, 주사위의 1의 눈이 한 번만 나왔을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[확통] [03확률] 교사평경 최근 3개년(빠른 정답)

확통 3개년 2022.12.29

1. [정답] ②
2. [정답] ③
3. [정답] ①
4. [정답] ①
5. [정답] ③

6. [정답] ④
7. [정답] ②
8. [정답] ③
9. [정답] 259
10. [정답] ①

11. [정답] ①
12. [정답] ②
13. [정답] ②
14. [정답] ②
15. [정답] ②

16. [정답] 15
17. [정답] ④
18. [정답] ④
19. [정답] ⑤
20. [정답] ⑤

21. [정답] ②
22. [정답] ②
23. [정답] ②
24. [정답] ③
25. [정답] ④

26. [정답] ⑤
27. [정답] ③
28. [정답] ⑤
29. [정답] ③
30. [정답] ⑤

31. [정답] ⑤
32. [정답] ④
33. [정답] ①
34. [정답] ⑤
35. [정답] ③

36. [정답] ④
37. [정답] ③
38. [정답] ②
39. [정답] ③
40. [정답] ④

41. [정답] **46**
42. [정답] ③
43. [정답] **5**
44. [정답] ③
45. [정답] **25**

46. [정답] 9
47. [정답] ③
48. [정답] ②
49. [정답] **151**
50. [정답] ⑤

51. [정답] ①
52. [정답] **41**
53. [정답] 17
54. [정답] 27
55. [정답] ②

56. [정답] ⑤
57. [정답] ④
58. [정답] ②
59. [정답] ④
60. [정답] **87**

61. [정답] **135**
62. [정답] **47**
63. [정답] ①
64. [정답] ②
65. [정답] ⑤

66. [정답] 587
67. [정답] ①
68. [정답] ④
69. [정답] ④
70. [정답] 191

71. [정답] 133

72. [정답] 49

[확통] [03확률] 교사평경 최근 3개년(해설)

확통 3개년 2022.12.29

1) [정답] ②

[해설]
두 수 a, b를 선택하는 모든 경우의 수는
${}_4C_1 \times {}_4C_1 = 4\times4=16$
(i) $a=1$일 때,
$1<\dfrac{b}{1}<4$, 즉 $1<b<4$이므로
b는 존재하지 않는다.
(ii) $a=3$일 때,
$1<\dfrac{b}{3}<4$, 즉 $3<b<12$이므로
$b=4,\ 6,\ 8,\ 10$
(iii) $a=5$일 때,
$1<\dfrac{b}{5}<4$, 즉 $5<b<20$이므로
$b=6,\ 8,\ 10$
(iv) $a=7$일 때,
$1<\dfrac{b}{7}<4$, 즉 $7<b<28$이므로
$b=8,\ 10$
(i)~(iv)에서 주어진 조건을 만족시키도록
두 수 a, b를 선택하는 경우의 수는 $0+4+3+2=9$
따라서 구하는 확률은 $\dfrac{9}{16}$

2) [정답] ③

[해설]
모든 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는
$4\times4=16$
$a\times b>31$을 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는
$(5,\ 8)$, $(7,\ 6)$, $(7,\ 8)$
따라서 구하는 확률은 $\dfrac{3}{16}$

3) [정답] ①

[해설]
주사위를 두 번 던져서 나오는 전체 경우의 수는
$6\times6=36$가지이다.
$ax^2+2bx+a-3\le0$에서 최고차항의 계수가 양수이므로
해가 존재하기 위해서는 이차방정식 $ax^2+2bx+a-3=0$의
판별식을 D라 할 때
$\dfrac{D}{4}=b^2-a(a-3)\ge0$, 즉 $b^2\ge a(a-3)$
을 만족해야 한다.
(ⅰ) $a=1,\ 2,\ 3$일 때
$b=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 6$이면 성립하므로 가능한 경우의 수는
$3\times6=18$가지이다.
(ⅱ) $a=4$일 때
$b^2\ge4$에서 $b=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$의 5가지이다.
(ⅲ) $a=5$일 때
$b^2\ge10$에서 $b=4,\ 5,\ 6$의 3가지이다.
(ⅳ) $a=6$일 때
$b^2\ge18$에서 $b=5,\ 6$의 2가지이다.
이상에서 이차부등식 $ax^2+2bx+a-3\le0$의 해가 존재하는
경우의 수는 $18+5+3+2=28$이므로 구하는 확률은
$\dfrac{28}{36}=\dfrac{7}{9}$

4) [정답] ①

[해설]
주머니 A에서 꺼낸 카드에 적혀있는 수를 a, 주머니 B에서
꺼낸 카드에 적혀있 는 수를 b라 하면
모든 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 $3\times5=15$
이때 $|a-b|=1$인 순서쌍 $(a,\ b)$는
$(1,\ 2)$, $(2,\ 1)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(3,\ 4)$이고,
그 개수는 5이다.
따라서 구하는 확률은
$\dfrac{5}{15}=\dfrac{1}{3}$

5) [정답] ③

[해설]
1부터 10까지의 자연수를 3으로 나눴을 때의 나머지에 따라
분류해보자.
나머지 $1:1,\ 4,\ 7,\ 10$
나머지 $2:2,\ 5,\ 8$
나머지 $0:3,\ 6,\ 9$
선택된 세 개의 수의 곱이 5의 배수이므로, 5 또는 10을
적어도 하나 포함한다.
(i) 5를 포함하고, 10을 포함하지 않을 때
나머지 두 수의 합이 3으로 나누었을 때 나머지가
1이어야 하므로, 가능한 경우는 다음과 같다.

① 나머지가 1인 숫자와 나머지 0인 숫자를 하나씩 뽑을 때 $3\times3=9$가지

② 나머지가 2인 숫자를 두 개 뽑을 때
$_2C_2=1$가지

(ii) 5를 포함하지 않고, 10을 포함할 때
나머지 두 수의 합이 3으로 나누었을 때 나머지가 2이어야 하므로, 가능한 경우는 다음과 같다.

① 나머지가 2인 숫자와 나머지가 0인 숫자를 하나씩 뽑을 때
$2\times3=6$가지

② 나머지가 1인 숫자를 두 개 뽑을 때
$_3C_2=3$가지

(iii) 5와 10을 모두 포함할 때
나머지 한 개의 숫자는 3으로 나누어떨어져야 하므로, 이때 경우의 수는 3가지이다.

$\therefore\ \dfrac{22}{_{10}C_3}=\dfrac{11}{60}$

6) [정답] ④

[해설]
9장의 카드를 일렬로 나열하는 경우의 수는 9!
문자 A가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에 숫자가 적혀 있는 카드를 나열하는 경우의 수는 $_4P_2=4\times3=12$
이 각각에 대하여 나머지 카드 6장과 함께 나열하는 경우의 수는 7!
따라서 구하는 확률은 $\dfrac{12\times7!}{9!}=\dfrac{1}{6}$

7) [정답] ②

[해설]
숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드를 일렬로 나열하는 경우의 수는 7!
조건 (가)에 의해 4가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에 있는 카드는 5, 6, 7이 적혀 있는 3장의 카드 중 2장이다.
(i) 4가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에 있는 카드가 6, 7이 적혀 있는 카드인 경우 $\boxed{6}\boxed{4}\boxed{7}$ 일 때
조건 (나)에 의해
5가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에 있는 카드는 1, 2, 3이 적혀 있는 카드 3장의 카드 중 2장이고 이 2장의 카드의 위치를 바꿀 수 있으므로 이때의 경우의 수는
$_3C_2\times2!={}_3C_1\times2!=6$
이 각각에 대하여 4가 적힌 카드와 양옆에 있는 카드를 1장의 카드로 생각하고, 5가 적힌 카드와 양옆에 있는 카드를 1장의 카드로 생각하여 남은 1장의 카드와 함께 3장의 카드를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $3!=6$
따라서 $\boxed{6}\boxed{4}\boxed{7}$일 때 주어진 조건을 만족시키는 경우의 수는 $6\times6=36$
마찬가지로 $\boxed{7}\boxed{4}\boxed{6}$일 때 주어진 조건을 만족시키는 경우의 수는 36
따라서 주어진 조건을 만족시키는 경우의 수는 $36+36=72$
(ii) 4가 적혀 있는 카드의 바로 양옆 에 있는 카드가 5, 6이 적혀 있는 카드 인 경우 $\boxed{5}\boxed{4}\boxed{6}$일 때
조건 (나)에 의해 5가 적혀 있는 카드의 왼쪽 옆에 있는 카드는 1, 2, 3이 적혀 있는 3장의 카드 중 1장이므로 이때의 경우의 수는 3
이 각각에 대하여 5가 적혀 있는 카드의 왼쪽 옆에 있는 카드와 5가 적혀있는 카드, 4가 적혀 있는 카드, 6이 적 혀 있는 카드를 1장의 카드로 생각하여 남은 3장의 카드와 함께 4장의 카드를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $4!=24$
따라서 $\boxed{5}\boxed{4}\boxed{6}$일 때 주어진 조건을 만족시키는 경우의 수는 $3\times24=72$
마찬가지로 $\boxed{6}\boxed{4}\boxed{5}$일 때 주어진 조건을 만족시키는 경우의 수는 72
따라서 주어진 조건을 만족시키는 경우의 수는
$72+72=144$
(iii) 4가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에 있는 카드가 5, 7이 적혀 있는 카드인 경우
(ii)와 마찬가지로 주어진 조건을 만족시키는 경우의 수는 144
(i), (ii), (iii)에서
주어진 조건을 만족시키는 경우의 수는
$72+144+144=360$
따라서 구하는 확률은
$\dfrac{360}{7!}=\dfrac{1}{14}$

8) [정답] ③

[해설]
전체 경우의 수 $5^4=625$
첫 두 자리의 수가 35인 경우 5^2
첫 자리의 수가 4 또는 5인 경우 2×5^3
따라서 선택한 수가 3500보다 클 확률은
$$\frac{2\times5^3+5^2}{5^4}=\frac{11}{25}$$

9) [정답] 259

[해설]

① $a_1 > a_2$, $a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6$

a_1을 2, 3, 4, 5, 6 중에서 하나 정하면 된다.

따라서 5가지

② $a_1 < a_2$, $a_2 > a_3$, $a_3 < a_4 < a_5 < a_6$

a_1와 a_3는 a_2보다 작으므로 가능한 a_2는 3, 4, 5, 6이고 그 각각에 대하여 a_2보다 작은 a_1을 정하기만 하면 되는데, 각각 2, 3, 4, 5가지이므로 모두 14가지

③ $a_1 < a_2 < a_3$, $a_3 > a_4$, $a_4 < a_5 < a_6$

a_3보다 작은 것이 a_1, a_2, a_4이므로 가능한 a_3는 4, 5, 6이고 그 각각에 대하여 $a_1 < a_2$를 정하기만 하면된다.

따라서 ${}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 = 19$가지

④ $a_4 > a_5$인 경우는 ②를 반대로 대칭배열한다.

따라서 14가지

⑤ $a_5 > a_6$인 경우도 ①을 반대로 대칭배열한다. 따라서 5가지 모든 경우의 수는 6!이므로 구하는 확률은

$\dfrac{5+14+19+14+5}{6!} = \dfrac{19}{240}$

∴ $19 + 240 = 259$

10) [정답] ①

[해설]

원소의 개수가 4인 부분집합의 개수는 ${}_{10}C_4 = 210$

1부터 10까지의 자연수 중에서 3으로 나눈 나머지가 0, 1, 2인 수의 집합을 각각 A_0, A_1, A_2라 하면

$A_0 = \{3,\ 6,\ 9\}$, $A_1 = \{1,\ 4,\ 7,\ 10\}$,

$A_2 = \{2,\ 5,\ 8\}$

이다.

집합 X의 서로 다른 세 원소의 합이 항상 3의 배수가 아니려면 집합 X는 세 집합 A_0, A_1, A_2 중 두 집합에서 각각 2개의 원소를 택하여 이 네 수를 원소로 해야 한다.

(ⅰ) A_0, A_1인 경우의 수는 ${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$

(ⅱ) A_0, A_2인 경우의 수는 ${}_3C_2 \times {}_3C_2 = 9$

(ⅲ) A_1, A_2인 경우의 수는 ${}_4C_2 \times {}_3C_2 = 18$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 집합 X의 서로 다른 세 원소의 합이 항상 3의 배수가 아닌 경우의 수는

$18 + 9 + 18 = 45$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{45}{210} = \dfrac{3}{14}$

11) [정답] ①

[해설]

모든 경우의 수는 4^4인데 이 중에서 다섯째 날 파란색인 경우는

(ⅰ) 둘째 날과 넷째 날이 같은 색인 경우는

$4 \times 4 \times 1 = 16$

(ⅱ) 둘째 날과 넷째 날이 다른 색인 경우는

$4 \times 3 \times 3 = 36$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{16+34}{4^4} = \dfrac{13}{64}$

12) [정답] ②

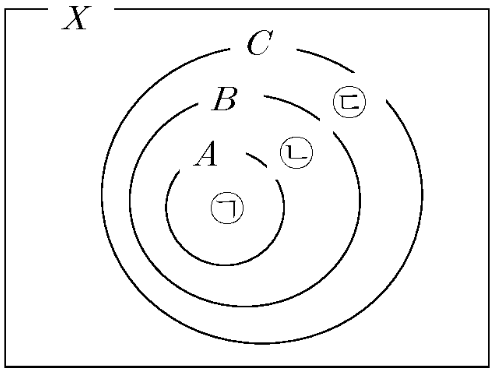
[해설]

공집합이 아닌 서로 다른 15개의 집합에서 임의로 서로 다른 세 부분집합을 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수는

$15 \times 14 \times 13$ …… ㉠

이때, 세 부분집합이 A, B, C로 나열되었을 때, $A \subset B \subset C$를 만족시켜야 하므로 다음 그림과 같고 다음 세 조건을 만족시켜야 한다.

$A \neq \phi$이고 $B - A \neq \phi$이고 $C - B \neq \phi$



위에서 A, $B-A$, $C-B$를 각각 ㉠, ㉡, ㉢이라 하고 이 부분에 들어갈 원소의 개수로 경우를 나누면 다음과 같다.

(ⅰ) ㉡: 1개, ㉢: 1개

1, 2, 3, 4 중 ㉡과 ㉢에 들어갈 서로 다른 2개를 택하는 경우의 수는 4×3

이 각각에 대하여 ㉠에 2개가 들어가는 경우의 수는 1이고 ㉠에 1개가 들어가는 경우의 수는 2이므로 경우의 수는 3

그러므로 이 경우의 수는 $4 \times 3 \times 3$

(ⅱ) ㉡: 1개, ㉢: 2개

1, 2, 3, 4 중 ㉡과 ㉢에 원소를 배정하는 경우의 수는

$4\times{}_3C_2=4\times3$

나머지 원소 1개는 ㉠에 들어가야 하므로 경우의 수는

$4\times3\times1=4\times3$

(iii) ㉡: 2개, ㉢:1개

(ii)와 같은 방법으로 하면 경우의 수는 4×3

따라서 구하는 사건을 E라 하면

$$\mathrm{P(E)}=\frac{4\times3\times3+4\times3\times2}{15\times14\times13}$$
$$=\frac{4\times3\times5}{15\times14\times13}$$
$$=\frac{2}{7\times13}$$
$$=\frac{2}{91}$$

13) [정답] ②

[해설]

7명이 원 모양의 탁자에 일정한 간격을 두고 둘러앉는 경우의 수는

$(7-1)!=6!$

A가 B와 이웃하는 사건을 E, A가 C와 이웃하는 사건을 F라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(E\cup F)$이다.

(i) A가 B와 이웃하는 경우

A와 B를 한 명이라 생각하고 6명이 원 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수는 5!

A와 B가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2

$$\mathrm{P}(E)=\frac{5!\times2}{6!}=\frac{1}{3}$$

(ii) A가 C와 이웃하는 경우

A와 C를 한 명이라 생각하고 6명이 원 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수는 5!

A와 C가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$\mathrm{P}(F)=\frac{5!\times2}{6!}=\frac{1}{3}$$

(iii) A가 B, C와 모두 이웃하는 경우

A, B, C를 한 명이라 생각하고 5명이 원 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수는 4!

A를 가운데 두고 B와 C가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2

$$\mathrm{P}(E\cap F)=\frac{4!\times2}{6!}=\frac{1}{15}$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(E\cup F)=\mathrm{P}(E)+\mathrm{P}(F)-\mathrm{P}(E\cap F)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{15}=\frac{3}{5}$$

14) [정답] ②

[해설]

주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 할 때, $a\times b\times c=4$가 되는 경우를 구해보면

(1, 1, 4), (1, 4, 1), (4, 1, 1)

(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)

즉, 6(가지)이다.

전체 경우의 수는 $6^3=216$(가지)이므로 구하는 확률은

$$\frac{6}{216}=\frac{1}{36}$$

15) [정답] ②

[해설]

주사위를 3번 던져 첫 번째, 두 번째, 세 번째 나온 눈의 수를 각각 a, b, c라 하고 세 수 a, b, c의 순서쌍을 (a, b, c)라 하자.

주사위를 3번 던져 나오는 모든 경 우의 수는 $6^3=216$

주어진 조건을 만족시키지 않는 경우는 빈 접시가 생기는 경우이다.

(i) 빈 접시가 1개인 경우

예를 들어, 1이 적혀 있는 접시가 빈 접시인 경우는 (3, 3, 5), (3, 5, 5), (3, 4, 5)인 각각의 순서쌍의 수를 일렬로 나열하는 것과 같으므로 $2\times\frac{3!}{2!}+3!=12$(가지)

같은 방법으로 빈 접시가 2, 3, 4, 5, 6이 적혀 있는 접시인 경우도 각각 12가지이다.

그러므로 $12\times6=72$

(ii) 빈 접시가 2개인 경우

빈 접시가 2개인 경우는 두 접시가 이웃하는 경우이다. 예를 들어, 1,2가 적혀 있는 접시가 빈 접시인 경우는 (4, 4, 5), (4, 5, 5) 인 각각의 순서쌍의 수를 일렬로 나열하는 것과 같으므로 $2\times\frac{3!}{2!}=6$(가지)

같은 방법으로 빈 접시가 2, 3과 3, 4와 4, 5와 5, 6과 6, 1이 적혀 있는 접시인 경우도 각각 6가지이다. 그러므로

$6\times6=36$

(iii) 빈 접시가 3개인 경우

예를 들어, 1, 2, 3이 적혀 있는 접시가 빈 접시인 경우는 (5, 5, 5) 인 순서쌍의 수를 일렬로 나열하는 것과 같으므로 1가지이다.

같은 방법으로 빈 접시가 2, 3, 4와 3, 4, 5와 4, 5, 6과 5, 6,

1과 6, 1, 2가 적혀 있는 접시인 경우도 각각 1가지이다.
그러므로 $1\times6=6$
(i), (ii), (iii)에 의하여 빈 접시가 생기는 경우의 수는
$72+36+6=114$
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{114}{216}=\frac{17}{36}$

16) [정답] 15

[해설]
집합 A에서 A로의 모든 함수의 개수는
${}_4\Pi_4=4^4=256$
조건을 만족시키는 함수의 개수는 조건 (가)에 의하여 다음 네 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.
(i) $f(1)=f(2)=3$인 경우
조건 (나)를 만족시키기 위하여 정의역의 원소 3, 4의 함숫값은 1, 2, 4 중에서 서로 다른 2개를 택하여 순서대로 짝지으면 된다. 그러므로 이 경우의 수는
${}_3\mathrm{P}_2=6$
(ii) $f(1)=f(2)=4$인 경우
(i)과 마찬가지로 생각하면
이 경우의 수는 6
(iii) $f(1)=3,\ f(2)=4$인 경우
조건 (나)를 만족시키기 위하여 치역의 원소의 개수가 3이 되어야 하므로 다음 세 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.
㉠ $f(3)$의 값이 3 또는 4인 경우
$f(4)$의 값은 1 또는 2가 되어야 하므로
이 경우의 수는
$2\times2=4$
㉡ $f(4)$의 값이 3 또는 4인 경우
$f(3)$의 값은 1 또는 2가 되어야 하므로
이 경우의 수는
$2\times2=4$
㉢ $f(3),\ f(4)$의 값이 모두 1이거나
모두 2인 경우의 수는 2
그러므로 이 경우의 수는
$4+4+2=10$
(iv) $f(1)=4,\ f(2)=3$인 경우
(iii)과 마찬가지로 생각하면 이 경우의 수는 10
(i)~(iv)에 의하여 조건을 만족시키는 함수의 개수는
$6+6+10+10=32$
따라서
$p=\frac{32}{256}=\frac{1}{8}$
이므로
$120p=120\times\frac{1}{8}=15$

17) [정답] ④

[해설]
집합 $A=\{1,2,3,4\}$에서 집합 $B=\{1,2,3\}$으로의 모든 함수 f의 개수는 $3^4=81 f(1)\geq2$인 함수의 개수는
$2\times3^3=54$
치역이 B인 함수 f의 개수는 정의역을 원소의 개수가 2, 1, 1인 세 개의 집합으로 나눈 후 집합 B에 일대일대응을 시키면 되므로 ${}_4\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_1\times{}_1\mathrm{C}_1\times\frac{1}{2!}\times3!=36$
한편 $f(1)=2$이고 치역이 B인 함수 f의 개수는 다음 두 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.
(i) $a\neq1$인 a에 대하여 $f(a)=2$인 a가 존재하는 경우 $3!=6$
(ii) $a\neq1$인 모든 a에 대하여 $f(a)\neq2$인 경우 ${}_3\mathrm{C}_2\times2!=6$
따라서 $f(1)=2$이고 치역이 B인 함수 f의 개수는 $6+6=12$
한편, $f(1)=3$이고 치역이 B인 함수 f의 개수도 12이다.
따라서 구하는 확률은
$\frac{54+36-(12+12)}{81}=\frac{22}{27}$

18) [정답] ④

[해설]
$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서
$1=\mathrm{P}(A)+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$
따라서
$$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)$$
$$=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$$
[다른 풀이]
$\mathrm{P}(A\cup B)=1$이므로
$$\mathrm{P}(A^C)=\mathrm{P}(B-A)$$
$$=\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$
$$=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$$

19) [정답] ⑤

[해설]
$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B^C)$이므로

$P(A\cap B)=\frac{7}{12}-\frac{1}{6}=\frac{5}{12}$

20) [정답] ⑤

[해설]
두 사건 A와 B는 서로 배반사건이므로

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

즉, $\frac{11}{12}=\frac{1}{12}+P(B)$이므로 $P(B)=\frac{5}{6}$

21) [정답] ②

[해설]
$A^C\cap B=\varnothing$이므로 $B\subset A$

$\therefore\ P(B)=P(A)-P(A\cap B^C)=\frac{1}{2}-\frac{2}{7}=\frac{3}{14}$

22) [정답] ②

[해설]
$P(A)=\frac{1}{3}$이므로 $P(A^C)=1-P(A)=\frac{2}{3}$

$P(A^C)P(B)=\frac{2}{3}\times P(B)=\frac{1}{6}$에서

$P(B)=\frac{1}{4}$

두 사건 A와 B가 서로 배반사건이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$

23) [정답] ②

[해설]
a, b의 순서쌍을 $(a,\ b)$라 할 때, 순서쌍 $(a,\ b)$의 모든 개수는

$6\times 6=36$이다.

(i) $|a-3|+|b-3|=2$인 사건을 A라 할 때, 사건 A가 일어나는 경우의 수는

$|a-3|=0$, $|b-3|=2$일 때, $(3,\ 1)$, $(3,\ 5)$

$|a-3|=1$, $|b-3|=1$일 때, $(2,\ 2)$, $(2,\ 4)$, $(4,\ 2)$, $(4,\ 4)$

$|a-3|=2$, $|b-3|=0$일 때, $(1,\ 3)$, $(5,\ 3)$

에서 8이므로

$P(A)=\frac{8}{36}$

(ii) $a=b$인 사건을 B라 할 때, 사건 B가 일어나는 경우의 수는

$(1,\ 1)$, $(2,\ 2)$, $(3,\ 3)$, $(4,\ 4)$, $(5,\ 5)$, $(6,\ 6)$

에서 6이므로

$P(B)=\frac{6}{36}$

(iii) 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는

$(2,\ 2)$, $(4,\ 4)$에서 2이므로

$P(A\cap B)=\frac{2}{36}$

따라서 구하는 확률은

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{8}{36}+\frac{6}{36}-\frac{2}{36}=\frac{1}{3}$

24) [정답] ③

[해설]
7개 동아리의 발표하는 순서를 정하는 경우의 수는 7!

(i) 수학 동아리 A가 수학 동아리 B보다 먼저 발표하는 경우

두 동아리 A, B를 같은 것으로 보고 순서를 정하는 경우의 수는 $\frac{7!}{2!}$

이 경우의 확률은 $\frac{\frac{7!}{2!}}{7!}=\frac{1}{2}$

(ii) 두 수학 동아리 사이에 과학 동아리 2개가 발표하는 경우

두 수학 동아리 사이에 발표할 과학 동아리 2개를 택하고 순서를 정하는 경우의 수는 $2\times {}_5P_2=40$

네 동아리를 하나로 묶어 전체 순서를 정하는 경우의 수는 4!

이 경우의 확률은 $\frac{40\times 4!}{7!}=\frac{4}{21}$

(iii) 수학 동아리 A가 수학 동아리 B보다 먼저 발표하고, 두 수학 동아리 사이에 과학 동아리 2개가 발표하는 경우

두 수학 동아리 사이에 발표할 과학 동아리 2개를 택하고 순서를 정하는 경우의 수는 ${}_5P_2=20$

네 동아리를 하나로 묶어 전체 순서를 정하는 경우의 수는 4!

이 경우의 확률은 $\frac{20\times 4!}{7!}=\frac{2}{21}$

(i), (ii), (iii)에서 확률의 덧셈정리에 의하여 구하는 확률은

$\frac{1}{2}+\frac{4}{21}-\frac{2}{21}=\frac{25}{42}$

25) [정답] ④

[해설]
만들 수 있는 모든 네 자리 자연수의 개수는
${}_5\mathrm{P}_4=5\times4\times3\times2=120$
5의 배수인 네 자리 자연수는
일의 자릿수가 5이어야 하므로
5의 배수인 네 자리 자연수의 개수는
${}_4\mathrm{P}_3=4\times3\times2=24$
즉, 택한 수가 5의 배수일 확률은
$\frac{24}{120}=\frac{1}{5}$
또 천의 자릿수가 3이고 3500 이상인 네 자리 자연수의 개수는
${}_3\mathrm{P}_2=3\times2$
$=6$
천의 자릿수가 4인 네 자리 자연수의 개수는
${}_4\mathrm{P}_3=4\times3\times2$
$=24$
이므로 3500이상인 네 자리 자연수의 개수는
$6+24+24=54$
즉, 택한 수가 3500 이상일 확률은 $\frac{54}{120}=\frac{9}{20}$
이때 5의 배수이고 3500 이상인 네 자리 자연수는 천의 자릿수가 4이고 일의 자릿수가 5인 경우이므로 그 개수는
${}_3\mathrm{P}_2=3\times2$
$=6$
즉, 택한 수가 5의 배수이고 3500 이상일 확률은
$\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$
따라서 구하는 확률은
$\frac{1}{5}+\frac{9}{20}-\frac{1}{20}=\frac{3}{5}$

26) [정답] ⑤

[해설]
10장의 카드 중 임의로 카드 4장을 뽑는 경우의 수는
${}_{10}\mathrm{C}_4=\frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}=210$이다.
$a_1\times a_2$의 값이 홀수인 경우는 다음과 같다.
(i) 순서쌍 (a_1, a_2)가 $(1, 3)$ 또는 $(1, 5)$ 또는 $(3, 5)$인 경우
$a_3+a_4\geq16$을 만족시키는 순서쌍 (a_3, a_4)는
$(6, 10)$, $(7, 9)$, $(7, 10)$, $(8, 9)$, $(8, 10)$, $(9, 10)$
으로 6가지이다.
이때 구하는 경우의 수는 $3\times6=18$
(ii) 순서쌍 (a_1, a_2)가 $(1, 7)$ 또는 $(3, 7)$ 또는 $(5, 7)$인 경우
$a_3+a_4\geq16$을 만족시키는 순서쌍 (a_3, a_4)는
$(8, 9)$, $(8, 10)$, $(9, 10)$으로 3가지이다.
이때 구하는 경우의 수는 $3\times3=9$
(i), (ii)에서 구하는 확률은
$\frac{18}{210}+\frac{9}{210}=\frac{27}{210}=\frac{9}{70}$

27) [정답] ③

[해설]
8개의 공 중 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는
${}_8\mathrm{C}_4$
(i) 꺼낸 공 중 검은 공이 0개일 확률은 $\frac{{}_4\mathrm{C}_4}{{}_8\mathrm{C}_4}=\frac{1}{70}$
(ii) 꺼낸 공 중 검은 공이 1개일 확률은 $\frac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_3}{{}_8\mathrm{C}_4}=\frac{16}{70}$
따라서 꺼낸 공 중 검은 공이 2개 이상일 확률은
$1-\left(\frac{1}{70}+\frac{16}{70}\right)=\frac{53}{70}$

28) [정답] ⑤

[해설]
14개의 마스크 중에서 임의로 3개의 마스크를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 마스크가 모두 검은색일 확률은
$$\frac{{}_9\mathrm{C}_3}{{}_{14}\mathrm{C}_3}=\frac{\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}}{\frac{14\times13\times12}{3\times2\times1}}=\frac{3}{13}$$
따라서 여사건의 확률에 의하여 구하는 확률은
$$1-\frac{{}_9\mathrm{C}_3}{{}_{14}\mathrm{C}_3}=1-\frac{3}{13}=\frac{10}{13}$$

29) [정답] ③

[해설]
카드에 적혀 있는 세 자연수 중에서 가장 작은 수가 4 이하이거나 7 이상인 사건을 A라 하면 사건 A^C은 카드에 적혀 있는 세 자연수 중에서 가장 작은 수가 4보다 크고 7보다 작은 경우이다. 즉, 카드에 적혀 있는 세 자연수 중에서 가장 작은 수가 5 또는 6이므로
$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)$
$=1-\frac{{}_5\mathrm{C}_2+{}_4\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_3}$

$$=1-\frac{\frac{5\times4}{2\times1}+\frac{4\times3}{2\times1}}{\frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}}$$

$$=1-\frac{16}{120}$$

$$=\frac{13}{15}$$

30) [정답] ⑤

[해설]
모든 순서쌍 (a_1, a_2, b_1, b_2)의 개수는 ${}_6C_2\times{}_6C_2=15\times15$
이때 $A\cap B=\varnothing$이기 위한 필요충분조건은
$a_2<b_1$ 또는 $b_2<a_1$이다.
따라서 $A\cap B=\varnothing$을 만족시키는 순서쌍
(a_1, a_2, b_1, b_2)의 개수는 다음과 같다.
(i) $a_2<b_1$일 때
$a_2=2$일 때 ${}_1C_1\times{}_4C_2=1\times6=6$
$a_2=3$일 때 ${}_2C_1\times{}_3C_2=2\times3=6$
$a_2=4$일 때 ${}_3C_1\times{}_2C_2=3\times1=3$
따라서 $6+6+3=15$
(ii) $b_2<a_1$일 때
(i)과 마찬가지이므로 이 경우의 수도 15이다.
이상에서 $A\cap B=\varnothing$일 확률은 $\frac{15+15}{15\times15}=\frac{2}{15}$이므로
여사건의 확률에 의해 $A\cap B\neq\varnothing$일 확률은
$1-\frac{2}{15}=\frac{13}{15}$
[다른풀이]
모든 순서쌍 (a_1, a_2, b_1, b_2)의 개수는 ${}_6C_2\times{}_6C_2=15\times15$
이때 $A\cap B=\varnothing$이기 위한 필요충분조건은
$a_2<b_1$ 또는 $b_2<a_1$이다.
따라서 $A\cap B=\varnothing$을 만족시키려면 6장의 카드 중에서
서로 다른 4장의 카드를 뽑고,
그 카드에 적힌 4개의 수를 크기순으로 작은 수부터
x_1, x_2, x_3, x_4라 할 때,
$a_1=x_1$, $a_2=x_2$, $b_1=x_3$, $b_2=x_4$
또는
$b_1=x_1$, $b_2=x_2$, $a_1=x_3$, $a_2=x_4$
로 정하면 된다.
따라서 $A\cap B=\varnothing$을 만족시키는 순서쌍
(a_1, a_2, b_1, b_2)의 개수는 6장의 카드 중에서
서로 다른 4장의 카드를 택하는 경우의 수의
2배와 같으므로
$2\times{}_6C_4=2\times{}_6C_2=2\times15$
따라서 $A\cap B=\varnothing$일 확률은
$\frac{2\times15}{15\times15}=\frac{2}{15}$
이므로 여사건의 확률에 의해
$A\cap B\neq\varnothing$일 확률은
$1-\frac{2}{15}=\frac{13}{15}$

31) [정답] ⑤

[해설]
한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 경우의 수는
$6\times6=36$
두 수 a, b의 최대공약수가 홀수인 사건을 A라 하면
A의 여사건 A^C은 a, b의 최대공약수가 짝수인 사건이다.
a, b의 최대공약수가 짝수이면 a, b 모두 짝수이므로
이 경우의 수는 $3\times3=9$이다.
따라서 $\mathrm{P}(A^C)=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$이므로 구하는 확률은
$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

32) [정답] ④

[해설]
전체 경우의 수는 ${}_{10}C_3=\frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=120$
구하고자 하는 경우의 수를 여사건을 이용하면
세 수의 곱이 4의 배수가 아닐 경우이고 이를 분류하면
(i) 2의 배수이고, 4의 배수가 아닌 경우
2, 6, 10중 1개를 뽑고 1, 3, 5, 7, 9에서 2개를 뽑으므로
$\therefore {}_9C_1\times{}_5C_2=30$
(ii) 홀수인 경우
1, 3, 5, 7, 9에서 3개를 뽑으므로
$\therefore {}_5C_3=10$
따라서 구하고자 하는 확률은
$\therefore 1-\frac{30+10}{120}=\frac{2}{3}$

33) [정답] ①

[해설]

$$\mathrm{P}(B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A\mid B)}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{5}$$

34) [정답] ⑤

[해설]

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cup B)$$

$$=\frac{2}{5}+\frac{4}{5}-\frac{9}{10}$$

$$=\frac{3}{10}$$

$$\therefore \mathrm{P}(B\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}}=\frac{3}{4}$$

35) [정답] ③

[해설]

$\mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(B|A)$에서 $\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$

따라서 $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서

$1=2\mathrm{P}(A)-\dfrac{1}{4}$

따라서 $\mathrm{P}(A)=\dfrac{5}{8}$

36) [정답] ④

[해설]

주머니 A에서 공을 꺼내는 사건을 X, 주머니에서 흰 공을 꺼내는 사건을 Y라 하자.

$\mathrm{P}(X)=\dfrac{1}{2}$이므로 $\mathrm{P}(X\cap Y)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{21}{50}=\dfrac{21}{100}$

$$\mathrm{P}(Y)=\mathrm{P}(X\cap Y)+\mathrm{P}(X^c\cap Y)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{21}{50}+\frac{1}{2}\times\frac{14}{50}$$

$$=\frac{35}{100}$$

구하는 확률은 $\mathrm{P}(X\mid Y)=\dfrac{\mathrm{P}(X\cap Y)}{\mathrm{P}(Y)}=\dfrac{21}{35}=\dfrac{3}{5}$

37) [정답] ③

[해설]

이 고등학교 학생 200명을 대상으로 조사한 결과이므로

$$10a+b+(48-2a)+(b-8)=200$$

$$4a+b=80 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

이 고등학교 학생 중 임의로 선택한 1명의 학생이 남학생인 사건을 X, 휴대폰 요금제 A를 선택한 사건을 Y라 하면

$$\mathrm{P}(\mathrm{Y}\mid\mathrm{X})=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{X}\cap\mathrm{Y})}{\mathrm{P}(\mathrm{X})}$$

$$=\frac{\frac{10a}{200}}{\frac{10a+b}{200}}=\frac{5}{8}$$

$$5(10a+b)=80a,\ b=6a \qquad \cdots\cdots ㉡$$

㉠, ㉡에 의하여 $a=8,\ b=48$

따라서 $b-a=40$

38) [정답] ②

[해설]

이 동아리에서 진로활동 B를 선택한 학생은 모두 9명이다.

이 동아리에서 임의로 선택한 한 명이 진로활동 B를 선택한 사건을 B, 1학년인 사건을 A라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(A\mid B)$이다.

이때, $\mathrm{P}(\mathrm{B})=\dfrac{9}{20}$이고, 사건 $A\cap B$는 진로활동 B를 선택한 1학년 학생을 선택하는 사건이므로 $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\dfrac{5}{20}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}\mid\mathrm{B})=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{B})}=\frac{\frac{5}{20}}{\frac{9}{20}}=\frac{5}{9}$$

39) [정답] ③

[해설]

학생들이 사용하는 컴퓨터의 종류를 표로 나타내면 다음과 같다.

	데스크탑	노트북
남	15	6
녀	8	10

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{15}{15+8}=\frac{15}{23}$ 이다.

40) [정답] ④

[해설]

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 한 번 던져서 나온 두 눈의 수의 곱이 짝수인 사건을 A 두 눈의 수의 합이 짝수인 사건을 B라 하자.

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 한 번 던져서 나온 두 눈의 수를 각각 a, b라 하면 A는 두 수 a, b가 모두 홀수인 사건의 여사건이므로 $n(A)=36-3\times3=27$

$$\mathrm{P(A)}=\frac{27}{36}=\frac{3}{4}$$

$A\cap B$는 두 수 a, b가 모두 짝수인 사건이므로

$$n(A\cap B)=3\times3=9$$

$$\mathrm{P(A\cap B)}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$$

따라서 $\mathrm{P(B\,|\,A)}=\frac{\mathrm{P(A\cap B)}}{\mathrm{P(A)}}=\frac{1}{3}$

41) [정답] 46

[해설]

꺼낸 공에 적힌 수가 같은 것이 있는 사건을 A라 하고, 검은 공이 2개인 사건을 B라 하자.

(i) $\mathrm{P(A\cap B)}$인 경우

즉, 꺼낸 공에 같은 수가 적힌 공이 있으면서 검은 색 공에 2개 있는 경우의 확률이므로

8개의 공 중에서 4개를 꺼내는 경우의 수는

$${}_8\mathrm{C}_4=\frac{8!}{4!4!}=70$$

① (3, 3)이 나오는 경우 ${}_3\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1=9$(가지)

② (4, 4)가 나오는 경우 ${}_3\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1=9$(가지)

③ (3, 3), (4, 4)가 나오는 경우 1가지

$$\therefore \mathrm{P(A\cap B)}=\frac{9+9-1}{70}=\frac{17}{70} \quad \cdots\cdots ㉠$$

(ii) $\mathrm{P(A\cap B^c)}$인 경우

즉, 꺼낸 공에 같은 수가 적힌 공이 있으면서 검은 색 공에 2개 있지 않는 경우의 확률이므로

8개의 공 중에서 4개를 꺼내는 경우의 수는

$${}_8\mathrm{C}_4=\frac{8!}{4!4!}=70$$

① (3, 3)이 나오는 경우

검은색이 3개인 경우 ${}_3\mathrm{C}_2=3$(가지)

흰색이 3개인 경우 ${}_3\mathrm{C}_2=3$(가지)

② (4, 4)가 나오는 경우

검은색이 3개인 경우 ${}_3\mathrm{C}_2=3$(가지)

흰색이 3개인 경우 ${}_3\mathrm{C}_2=3$(가지)

$$\therefore \mathrm{P(A\cap B^c)}=\frac{6+6}{70}=\frac{12}{70} \quad \cdots\cdots ㉡$$

$$\begin{aligned}\mathrm{P(A)}&=\mathrm{P(A\cap B)}+\mathrm{P(A\cap B^c)}\\&=\frac{17}{70}+\frac{12}{70}\ (\because ㉠, ㉡)\\&=\frac{29}{70}\end{aligned}$$

$$\therefore \mathrm{P(B\,|\,A)}=\frac{\mathrm{P(A\cap B)}}{\mathrm{P(A)}}=\frac{\frac{17}{70}}{\frac{29}{70}}=\frac{17}{29}$$

따라서 $p=29$, $q=17$이므로 $p+q=46$

42) [정답] ③

[해설]

이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가

같은 것이 있는 사건을 A,

꺼낸 공 중 검은 공이 2개인 사건을 B라 하면

구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이고,

이 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 수는

${}_8\mathrm{C}_4$이다.

이때 사건 A가 일어나는 경우는 수가 같은 것이

3만 있는 경우, 수가 같은 것이 4만 있는 경우,

3, 4가 적힌 흰 공과 3, 4가 적힌 검은 공을

동시에 꺼내는 경우로 나누어 생각할 수 있으므로

$$\mathrm{P}(A)=\frac{{}_6\mathrm{C}_2-1}{{}_8\mathrm{C}_4}+\frac{{}_6\mathrm{C}_2-1}{{}_8\mathrm{C}_4}+\frac{1}{{}_8\mathrm{C}_4}$$

$$=\frac{14}{70}+\frac{14}{70}+\frac{1}{70}=\frac{29}{70}$$

한편, 사건 A와 사건 B가 동시에 일어나는 경우는

수가 같은 것이 3만 있고 검은 공이 2개인 경우,

수가 같은 것이 4만 있고 검은 공이 2개인 경우,

3, 4가 적힌 흰 공과 3, 4가 적힌 검은 공을 동시에

꺼내는 경우로 나누어 생각할 수 있으므로

$\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\dfrac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1-1}{{}_8\mathrm{C}_4}+\dfrac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1-1}{{}_8\mathrm{C}_4}+\dfrac{1}{{}_8\mathrm{C}_4}$

$=\dfrac{8}{70}+\dfrac{8}{70}+\dfrac{1}{70}=\dfrac{17}{70}$

따라서

$\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$

$=\dfrac{\frac{17}{70}}{\frac{29}{70}}=\dfrac{17}{29}$

43) [정답] **5**

[해설]

ab가 6의 배수인 경우는

(1, 6), (2, 3), (2, 6), (3, 2), (3, 4), (3, 6),

(4, 3), (4, 6), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3),

(6, 4), (6, 5), (6, 6)

총 15개다.

이 중에서 a또는 b가 홀수인 것은 10개다.

따라서 ab가 6의 배수일 때, a 또는 b가 홀수일 확률은

$\dfrac{10}{15}=\dfrac{2}{3}$

따라서 $p=3$, $q=2$이므로 $p+q=5$

44) [정답] ③

[해설]

곱이 짝수인 경우는 3개 중에서 적어도 하나는

짝수이므로 ${}_{10}\mathrm{C}_3-{}_5\mathrm{C}_3=120-10=110$가지,

3으로 나눈 나머지에 따라 분류하면

$A=\{1,4,7,10\}$, $B=\{2,5,8\}$, $C=\{3,6,9\}$

곱이 짝수이고 합이 3의 배수이려면

집합 A에서 3개 -- ${}_4\mathrm{C}_3=4$

집합 B에서 3개 -- ${}_3\mathrm{C}_3=1$

집합 C에서 3개 -- ${}_3\mathrm{C}_3=1$

집합 A, B, C에서 각각 1개인 경우는

$4\times3\times3-2\times1\times2=32$

$\therefore \dfrac{4+1+1+32}{110}=\dfrac{38}{110}=\dfrac{19}{55}$

45) [정답] **25**

[해설]

두 수의 곱이 모든 양의 약수의 개수가 3 이하인 사건을 X, 두 수의 합이 짝수인 사건을 Y라 하자.

사건 X를 만족시키는 경우는 두 수 중 하나가 1이거나 두 수가 같은 소수일 때이다.

(ⅰ) 두 수 중 하나가 1일 때

$\dfrac{{}_1\mathrm{C}_1\times{}_{14}\mathrm{C}_1}{{}_{15}\mathrm{C}_2}=\dfrac{2}{15}$

(ⅱ) 두 수가 같은 소수일 때

(1) 두 수가 2일 때

$\dfrac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_{15}\mathrm{C}_2}=\dfrac{1}{105}$

(2) 두 수가 3일 때

$\dfrac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_{15}\mathrm{C}_2}=\dfrac{1}{35}$

(3) 두 수가 5일 때

$\dfrac{{}_5\mathrm{C}_2}{{}_{15}\mathrm{C}_2}=\dfrac{2}{21}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $\mathrm{P}(X)=\dfrac{4}{15}$

두 사건 X와 Y를 동시에 만족시키는 경우는

(ⅰ)에서 두 수가 1, 3이거나 두 수가 1, 5인 경우 또는 (ⅱ)인 경우이므로

$\mathrm{P}(X\cap Y)=\dfrac{{}_1\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1+{}_1\mathrm{C}_1\times{}_5\mathrm{C}_1+{}_2\mathrm{C}_2+{}_3\mathrm{C}_2+{}_5\mathrm{C}_2}{{}_{15}\mathrm{C}_2}$

$=\dfrac{22}{105}$

$\mathrm{P}(Y|X)=\dfrac{\mathrm{P}(X\cap Y)}{\mathrm{P}(X)}=\dfrac{11}{14}$

따라서 $p+q=25$

46) [정답] 9

[해설]

$b-a\geq5$인 사건을 E, $c-a\geq10$인 사건을 F라 하면 구하는 확률은

$\mathrm{P}(F|E)=\dfrac{\mathrm{P}(E\cap F)}{\mathrm{P}(E)}$이다.

모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는

${}_{12}\mathrm{C}_3=220$

이때 $b-a\geq5$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(1, 6)$, $(1, 7)$, $(1, 8)$, $\cdots$, $(1, 11)$

$(2, 7)$, $(2, 8)$, $\cdots$, $(2, 11)$

$\vdots$

$(6, 11)$

$a=1$일 때 c의 개수는 $6+5+4+3+2+1=21$

$a=2$일 때 c의 개수는 $5+4+3+2+1=15$

$a=3$일 때 c의 개수는 $4+3+2+1=10$

$a=4$일 때 c의 개수는 $3+2+1=6$

$a=5$일 때 c의 개수는 $2+1=3$

$a=6$일 때 c의 개수는 1

이므로 $b-a\geq5$를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는

$21+15+10+6+3+1=56$

즉, $\mathrm{P}(E)=\frac{56}{220}=\frac{14}{55}$

한편, $b-a\geq5$이고 $c-a\geq10$인 경우는

$a=1$, $c=11$일 때

$b=6, 7, 8, 9, 10$

$a=1$, $c=12$일 때

$b=6, 7, 8, 9, 10, 11$

$a=2$, $c=12$일 때

$b=7, 8, 9, 10, 11$

이므로 $b-a\geq5$이고 $c-a\geq10$인 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는 $5+6+5=16$

즉, $\mathrm{P}(E\cap F)=\frac{16}{220}=\frac{4}{55}$

따라서

$$\mathrm{P}(F|E)=\frac{\mathrm{P}(E\cap F)}{\mathrm{P}(E)}$$

$$=\frac{\frac{4}{55}}{\frac{14}{55}}$$

$$=\frac{2}{7}$$

즉, $p=7$, $q=20$이므로 $p+q=7+2=9$

47) [정답] ③

[해설]

(i) 사건 A는 흰 공 1개와 검은 공 2개가 나오는 사건이므로

$$\mathrm{P}(A)=\frac{{}_2\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_2}{{}_6\mathrm{C}_3}=\frac{2\times\frac{4\times3}{2\times1}}{\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}}=\frac{3}{5}$$

(ii) 사건 B는 2가 적혀 있는 공이 3개 나오는 사건이므로

$$\mathrm{P}(B)=\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_6\mathrm{C}_3}=\frac{1}{5}$$

(iii) 사건 A와 사건 B가 동시에 일어나는 경우는 2가 적혀 있는 흰 공 1개와 2가 적혀 있는 검은 공 2개가 나오는 사건이므로

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{{}_1\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_2}{{}_6\mathrm{C}_3}=\frac{3}{20}$$

이상에서 확률의 덧셈정리에 의하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$

$$=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}-\frac{3}{20}$$

$$=\frac{13}{20}$$

48) [정답] ②

[해설]

선택한 함수 f가 4 이하의 모든 자연수 n에 대하여 $f(2n-1)<f(2n)$인 사건을 A, $f(1)=f(5)$인 사건을 B라 하면

구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

X에서 X로의 모든 함수의 개수는 8^8이다.

4 이하의 자연수 n에 대하여 $f(2n-1)<f(2n)$인 $f(2n-1)$과 $f(2n)$을 정하는 경우의 수는

${}_8\mathrm{C}_2=\frac{8\times7}{2\times1}=28$

4 이하의 모든 자연수 n에 대하여

$f(2n-1)<f(2n)$인 경우의 수는 28^4이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{28^4}{8^8}$

(i) $f(1)=f(5)$, $f(2)=f(6)$인 경우

$f(1)=f(5)<f(2)=f(6)$이므로 $f(1)$, $f(2)$, $f(5)$, $f(6)$을 정하는 경우의 수는 ${}_8\mathrm{C}_2$이고, $f(3)$과 $f(4)$, $f(7)$과 $f(8)$을 정하는 경우의 수는 각각 ${}_8\mathrm{C}_2$이므로

$f(2)=f(6)$인 경우의 수는 $({}_8\mathrm{C}_2)^3=28^3$이다.

(ii) $f(1)=f(5)$, $f(2)\neq f(6)$인 경우

$f(1)=f(5)<f(2)<f(6)$ 또는

$f(1)=f(5)<f(6)<f(2)$이므로

$f(1)$, $f(2)$, $f(5)$, $f(6)$을 정하는 경우의 수는

$2\times{}_8\mathrm{C}_3=2\times\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=112$이고,

$f(3)$과 $f(4)$, $f(7)$과 $f(8)$을 정하는 경우의 수는

각각 ${}_8C_2=28$이므로

$f(2)\neq f(6)$인 경우의 수는 112×28^2이다.

(i), (ii)에 의해

$$P(A\cap B)=\frac{28^3+112\times 28^2}{8^8}=\frac{140\times 28^2}{8^8}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{140\times 28^2}{8^8}}{\frac{28^4}{8^8}}=\frac{140}{28^2}=\frac{5}{28}$$

49) [정답] 151

[해설]

(i) 눈의 수가 3의 배수일 때. 즉 확률은 $\frac{1}{3}$

이 상자에서 임의로 2개의 구슬을 꺼내므로 검은 구슬이

2개 나오는 확률은 $\frac{{}_4C_2}{{}_7C_2}$

$$\therefore \frac{1}{3}\times\frac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\frac{2}{21}$$

(ii) 눈의 수가 3의 배수가 아닐 때, 즉 확률은 $\frac{2}{3}$

이 상자에서 임의로 3개의 구슬을 꺼내므로 검은

구슬이 2개 나오는 확률은 $\frac{{}_4C_2\times{}_3C_1}{{}_7C_3}$

$$\therefore \frac{2}{3}\times\frac{{}_4C_2\times{}_3C_1}{{}_7C_3}=\frac{12}{35}$$

(i), (ii)에서 구하고자 하는 확률은

$$\frac{2}{21}+\frac{12}{35}=\frac{10}{105}+\frac{36}{105}=\frac{46}{105}$$

따라서 $p=105,\ q=46$이므로 $p+q=105+46=151$

50) [정답] ⑤

[해설]

3개의 동전을 동시에 던져 앞면이 나오는 동전의 개수가 3인 사건을 X, 주머니에서 임의로 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 소수인 사건을 Y라 하자.

$P(X)=\frac{1}{8}$, $P(X^C)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

주머니 A에서 임의로 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 소수인 경우는 다음과 같다.

(i) 1이 적혀 있는 카드를 2장 꺼내는 경우의 확률은

$\frac{{}_2C_2}{{}_6C_2}=\frac{1}{15}$

(ii) 1과 2가 적혀 있는 카드를 각각 1장씩 꺼내는 경우의 확률은 $\frac{{}_2C_1\times{}_2C_1}{{}_6C_2}=\frac{4}{15}$

(iii) 2와 3이 적혀 있는 카드를 각각 1장씩 꺼내는 경우의 확률은 $\frac{{}_2C_1\times{}_2C_1}{{}_6C_2}=\frac{4}{15}$

$P(Y|X)=\frac{1}{15}+\frac{4}{15}+\frac{4}{15}=\frac{3}{5}$

$P(X\cap Y)=P(X)P(Y|X)=\frac{1}{8}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{40}$

주머니 B에서 임의로 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 소수인 경우는 3과 4가 적혀 있는 카드를 각각 1장씩 꺼내는 경우이다.

$P(Y|X^C)=\frac{{}_2C_1\times{}_2C_1}{{}_6C_2}=\frac{4}{15}$

$P(X^C\cap Y)=P(X^C)P(Y|X^C)$

$=\frac{7}{8}\times\frac{4}{15}=\frac{7}{30}$

$P(Y)=P(X\cap Y)+P(X^C\cap Y)$

$=\frac{3}{40}+\frac{7}{30}=\frac{37}{120}$

51) [정답] ①

[해설]

주머니에서 꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공인 사건을 E, 주사위의 눈의 수가 5 이상인 사건을 F라 하면 구하는 확률은

$$P(F|E)=\frac{P(E\cap F)}{P(E)}$$

$$P(E)=\frac{1}{3}\times\frac{{}_2C_2}{{}_6C_2}+\frac{2}{3}\times\frac{{}_3C_2}{{}_6C_2}$$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{15}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{15}$

$=\frac{1}{45}+\frac{6}{45}$

$=\frac{7}{45}$

$$P(E\cap F)=\frac{1}{3}\times\frac{{}_2C_2}{{}_6C_2}=\frac{1}{45}$$

따라서 $P(F|E)=\frac{P(E\cap F)}{P(E)}=\frac{\frac{1}{45}}{\frac{7}{45}}=\frac{1}{7}$

52) [정답] 41

[해설]
두 번 시행 후 주머니에 흰 공만 2개가 들어 있는 확률은 다음과 같이 분류할 수 있다.

(ⅰ) 첫 번째 시행에 검은 공 3개, 두 번째 시행에 검은 공 1개, 흰색 공 2개를 뽑는 경우
첫 번째 시행 후 남아 있는 공은 검은 공 1개, 흰색 공 2개다.
$$\frac{{}_4C_3}{{}_6C_3}\cdot\frac{{}_1C_1\cdot{}_2C_2}{{}_3C_3}=\frac{1}{5}$$

(ⅱ) 첫 번째 시행에 검은 공 2개, 흰색 공 1개를 뽑고 두 번째 시행에 검은 공 2개, 흰색 공 1개를 뽑는 경우
첫 번째 시행 후 남아 있는 공은 검은 공 2개, 흰색 공 2개다.
$$\frac{{}_4C_2\cdot{}_2C_1}{{}_6C_3}\cdot\frac{{}_2C_2\cdot{}_2C_1}{{}_4C_3}=\frac{3}{10}$$

(ⅲ) 첫 번째 시행에 검은 공 1개, 흰색 공 2개를 뽑고, 두 번째 시행에 검은 공 3개를 뽑는 경우
첫 번째 시행 후 남아 있는 공은 검은 공 3개, 흰색 공 2개다.
$$\frac{{}_4C_1\cdot{}_2C_2}{{}_6C_3}\cdot\frac{{}_3C_3}{{}_5C_3}=\frac{1}{50}$$

따라서 구하고자 하는 확률은
$$\frac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{5}+\frac{3}{10}+\frac{1}{50}}=\frac{30}{20+30+2}=\frac{15}{26}$$
따라서 $p=26$, $q=15$이므로 $p+q=41$

53) [정답] 17

[해설]
[실행 2]가 끝난 후 주머니 B에 흰 공이 남아 있지 않은 사건을 X, [실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공 중 흰 공이 2개인 사건을 Y라 하자.

(ⅰ) [실행 1]에서 동전의 앞면이 나오고, [실행 2] 가 끝난 후 주머니 B에 흰 공이 남아 있지 않은 경우
[실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공이 흰 공 2개이고, [실행 2]에서 주머니 A에 넣은 공이 흰 공 5개이거나 [실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공이 흰 공 1개와 검은 공 1개이고, [실행 2]에서 주머니 A에 넣은 공이 흰 공 4개와 검은 공 1개일 확률은
$$\frac{1}{2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_4C_2}\times\frac{{}_5C_5}{{}_6C_5}+\frac{1}{2}\times\frac{{}_3C_1\times{}_1C_1}{{}_4C_2}\times\frac{{}_4C_4\times{}_2C_1}{{}_6C_5}$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{24}+\frac{1}{12}=\frac{1}{8}$$

(ⅱ) [실행 1]에서 동전의 뒷면이 나오고, [실행 2]가 끝난 후 주머니 B에 흰 공이 남아 있지 않은 경우
[실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공이 흰 공 2개와 검은 공 1개이고, [실행 2]에서 주머니 A에 넣은 공이 흰 공 5개일 확률은
$$\frac{1}{2}\times\frac{{}_3C_2\times{}_1C_1}{{}_4C_3}\times\frac{{}_5C_5}{{}_7C_5}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{21}=\frac{1}{56}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서
$$\mathrm{P}(X)=\frac{1}{8}+\frac{1}{56}=\frac{8}{56}=\frac{1}{7}$$
$$\mathrm{P}(X\cap Y)=\frac{1}{24}+\frac{1}{56}=\frac{10}{168}=\frac{5}{84}$$
그러므로 구하는 확률은
$$\mathrm{P}(Y|X)=\frac{\mathrm{P}(X\cap Y)}{\mathrm{P}(X)}=\frac{\frac{5}{84}}{\frac{1}{7}}=\frac{5}{12}$$
따라서 $p=12$, $q=5$이므로
$p+q=17$

54) [정답] 27

[해설]
각 주머니의 흰 공의 개수와 검은 공의 개수를
(흰 공 개수, 검은 공 개수)
로 나타내기로 하자. 주머니 A의 공의 개수가 정해지면 주머니 B의 공의 개수도 정해지므로 주머니 A의 공의 개수의 변화만 고려해도 된다.

(ⅰ) 1회의 시행에서 주머니 A의 공의 개수의 변화에 따른 확률은 다음과 같다.
(1) $(1,1)\to(0,1)$, $(1,1)\to(1,0)$, $(1,1)\to(1,2)$, $(1,1)\to(2,1)$일 확률은 모두 $\frac{1}{4}$
(2) $(0,1)\to(0,2)$일 확률은 $\frac{1}{3}$, $(0,1)\to(0,0)$일 확률은 $\frac{2}{3}$
(3) $(1,0)\to(2,0)$일 확률은 $\frac{1}{3}$, $(1,0)\to(0,0)$일 확률은 $\frac{2}{3}$
(4) $(1,2)\to(1,1)$, $(2,1)\to(1,1)$일 확률은 $\frac{2}{3}$
(5) $(0,2)\to(0,1)$, $(2,0)\to(1,0)$일 확률은 1

(ⅱ) 4회의 시행 후 주머니 A에 들어있는 공의 개수가 0일 확률은 다음과 같다.

(1) $(1,\ 1)\to(0,\ 1)\to(0,\ 2)\to(0,\ 1)\to(0,\ 0)$일 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times1\times\frac{2}{3}=\frac{1}{18}$

(2) $(1,\ 1)\to(1,\ 0)\to(2,\ 0)\to(1,\ 0)\to(0,\ 0)$일 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times1\times\frac{2}{3}=\frac{1}{18}$

(3) $(1,\ 1)\to(1,\ 2)\to(1,\ 1)\to(1,\ 0)\to(0,\ 0)$ 또는 $(1,\ 1)\to(1,\ 2)\to(1,\ 1)\to(0,\ 1)\to(0,\ 0)$일 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{18}$

(4) $(1,\ 1)\to(2,\ 1)\to(1,\ 1)\to(1,\ 0)\to(0,\ 0)$ 또는 $(1,\ 1)\to(2,\ 1)\to(1,\ 1)\to(0,\ 1)\to(0,\ 0)$일 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{18}$

이상에서 4회 시행 후 주머니 A에 들어 있는 공의 개수가 0인 사건을 E라 하면

$\mathrm{P}(E)=\frac{1}{18}\times4=\frac{2}{9}$

2회 시행 후 주머니 A에 들어 있는 흰 공의 개수가 1 이상인 사건을 F라 하면 사건 $E\cap F$가 일어나는 경우는 (ii)의 (2), (3), (4)에 해당하므로

$\mathrm{P}(E\cap F)=\frac{1}{18}\times3=\frac{1}{6}$

$\therefore p=\mathrm{P}(F\mid E)=\frac{\mathrm{P}(E\cap F)}{\mathrm{P}(E)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{9}}=\frac{3}{4}$

$\therefore 36p=27$

55) [정답] ②

[해설]

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

그런데, $\mathrm{P}(A)=\frac{2}{3}$,$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}$이므로

$\frac{1}{4}=\frac{2}{3}\cdot\mathrm{P}(B)$

$\therefore \mathrm{P}(B)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{8}$

56) [정답] ⑤

[해설]

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^c)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

두 사건 A와 B는 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{10}$

따라서 $\mathrm{P}(A^c\cup B^c)=1-\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{9}{10}$

57) [정답] ④

[해설]

$\mathrm{P}(A^c)=\mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}$에서

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^c)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

두 사건 A와 B는 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\times\mathrm{P}(B)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{25}$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup B)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}-\frac{6}{25}\\&=\frac{19}{25}\end{aligned}$$

58) [정답] ②

[해설]

사건 A와 B는 서로 독립이므로 $\mathrm{P}(A\mid B)=\mathrm{P}(B)$

그런데, 조건에서 $\mathrm{P}(A\mid B)=\mathrm{P}(A)$이므로

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)$ …… ㉠

또, 사건 A와 B는 서로 독립이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

조건에서 $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{9}$을 식에 대입하면

$\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{9}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3}$ $\{\because \mathrm{P}(A)>0\}$

59) [정답] ④

[해설]

$\mathrm{P}(B \mid A)=\frac{1}{4}$ 이므로

$$\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{1}{4}$$

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}\mathrm{P}(A)$

$$4\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A) \quad \cdots\cdots \text{㉠}$$

$\mathrm{P}(A \mid B)=\frac{1}{3}$ 이므로

$$\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{1}{3}$$

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{3}\mathrm{P}(B)$

$$3\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(B) \quad \cdots\cdots \text{㉡}$$

$$\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{7}{10} \quad \cdots\cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡식을 ㉢식에 대입하면

$4\mathrm{P}(A\cap B)+3\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{7}{10}$

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{10}$$

60) [정답] **87**

[해설]

A가 이기는 경우는 다음의 두 가지 경우이다.

(i) A와 B가 동시에 자신의 주머니에서 흰 공 한 개를 꺼내는 경우
A가 자신의 주머니에서 흰 공 한 개를 꺼낼 확률은 $\frac{9}{10}$이고, B가 자신의 주머니에서 흰 공 한 개를 꺼낼 확률은 $\frac{4}{5}$이다.
따라서 A와 B가 동시에 자신의 주머니에서 흰 공 한 개를 꺼낼 확률은 $\frac{9}{10}\times\frac{4}{5}=\frac{18}{25}$

(ii) A와 B가 동시에 자신의 주머니에서 검은 공 한 개를 꺼내는 경우
A가 자신의 주머니에서 검은 공 한 개를 꺼낼 확률은 $\frac{1}{10}$이고, B가 자신의 주머니에서 검은 공 한 개를 꺼낼 확률은 $\frac{1}{5}$이다.
따라서 A와 B가 동시에 자신의 주머니에서 검은 공 한 개를 꺼낼 확률은 $\frac{1}{10}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{50}$

(i)의 경우와 (ii)의 경우는 동시에 일어나지 않으므로 구하는 확률은 $\frac{18}{50}+\frac{1}{50}=\frac{37}{50}$

따라서 $p=50$, $q=37$이므로 $p+q=87$

61) [정답] **135**

[해설]

한 번의 시행 결과로 나타나는 경우의 확률은 다음과 같다.

① A가 가진 공의 개수가 1개 늘어가는 경우 :
A가 던진 주사위의 눈의 수가 짝수이고 B가 던진 주사위의 눈의 수가 홀수이므로 확률은 $\frac{1}{4}$

② A가 가진 공의 개수의 변화가 없는 경우 :
A, B가 던진 주사위의 눈의 수가 모두 짝수이거나 모두 홀수이므로 확률은 $\frac{1}{2}$

③ A가 가진 공의 개수가 1개 줄어드는 경우 :
A가 던진 주사위의 눈의 수가 홀수이고 B가 던진 주사위의 눈의 수가 짝수이므로 확률은 $\frac{1}{4}$

한편, 4번째 시행 후 센 공의 개수가 처음으로 6이 되는 경우는 4번째 시행에서 ①이 일어나고 3번째 시행에서는 ① 또는 ②가 일어나야 한다.

(i) 3번째 시행에서 ①이 일어나는 경우
첫 번째, 두 번째 시행에서 ①, ③이 일어나거나 두 시행 모두 ②가 일어나야 하므로
$\left\{2!\times\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{32}$

(ii) 3번째 시행에서 ②가 일어나는 경우
첫 번째, 두 번째 시행에서 ①, ②가 일어나야 하므로
$\left({}_2\mathrm{C}_1\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

그러므로 구하는 확률은 $\left(\frac{3}{32}+\frac{1}{8}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{7}{128}$

따라서 $p=128$, $q=7$이므로 $p+q=135$

62) [정답] **47**

[해설]

5개의 수의 곱이 6의 배수가 되기 위해서 2와 3은 1번 이상은 나와야 한다.

따라서 1이 나오는 경우가 최대 3번이다.

전체 경우의 수는 $3^5=243$(가지)

(ⅰ) 1이 0번 나오는 경우

2와 3이 나올 수 있는 경우의 수는 2^5

2나 3만 나오는 2가지 경우를 제외해야 하므로

$\therefore 2^5-2=30$(가지)

(ⅱ) 1이 1번 나오는 경우

1이 나오는 경우의 수 ${}_5C_1$

2와 3이 나올 수 있는 경우의 수는 2^4

2나 3만 나오는 2가지 경우를 제외해야 하므로

$2^4-2=14$(가지)

$\therefore\ 14\times5=70$(가지)

(ⅲ) 1이 2번 나오는 경우

1이 나오는 경우의 수 ${}_5C_2=10$

2와 3이 나올 수 있는 경우의 수는 2^3

2나 3만 나오는 2가지 경우를 제외해야 하므로

$2^3-2=6$(가지)

$\therefore\ 6\times10=60$(가지)

(ⅳ) 1이 3번 나오는 경우

1이 나오는 경우의 수 ${}_5C_3=10$

2와 3이 나올 수 있는 경우의 수는 2^2

2나 3만 나오는 2가지 경우를 제외해야 하므로

$2^2-2=2$(가지)

$\therefore\ 2\times10=20$(가지)

(ⅰ)~(ⅳ)에서 이 시행을 5번 반복하여 확인한 5개의 수의 곱이 6의 배수가 되는 경우의 수는

$30+70+60+20=180$(가지)

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{180}{243}=\frac{20}{27}$

따라서 $p=27,\ q=20$이므로 $p+q=47$

63) [정답] ①

[해설]

$(a-2)^2+(b-3)^2+(c-4)^2=2$를 만족시키려면 세 수 $(a-2)^2$, $(b-3)^2$, $(c-4)^2$ 중 한 개의 수가 1이고, 두 개의 수가 1이어야 한다.

$(a-2)^2=0,\ (b-3)^2=0,\ (c-4)^2=0$이 될 확률은 각각 $\frac{1}{6}$

$(a-2)^2=1,\ (b-3)^2=1,\ (c-4)^2=1$이 될 확률은 각각 $\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 ${}_3C_1\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{18}$

64) [정답] ②

[해설]

남편이 적은 수가 아내가 받은 카드에 적힌 수와 일치하고, 아내가 적은 수가 남편이 받은 카드에 적힌 수와 일치하는 부부에게만 상품을 주므로 1쌍의 부부가 상품을 받을 확률은 $\frac{1}{9}$이다.

n쌍의 부부중에서 상품을 받는 부부가 2쌍 이하일 확률은

$${}_nC_0\left(\frac{8}{9}\right)^n+{}_nC_1\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}+{}_nC_2\left(\frac{1}{9}\right)^2\left(\frac{8}{9}\right)^{n-2}$$

$$=\left(1+\frac{n}{8}+\frac{n(n-1)}{64}\right)\left(\frac{8}{9}\right)^n$$

따라서 $\left(1+\frac{n}{8}+\frac{n(n-1)}{64}\right)\left(\frac{8}{9}\right)^n=\frac{57}{32}\left(\frac{8}{9}\right)^n$이므로

$$1+\frac{n}{8}+\frac{n(n-1)}{64}=\frac{57}{32}$$

$$64+8n+n(n-1)=2\times57$$

$$n^2+15n=100,\quad (n-5)(n+20)=0$$

$\therefore\ n=5$($\because n$은 자연수)

65) [정답] ⑤

[해설]

(ⅰ) 주머니에서 3이 나오는 경우

주머니에서 3이 나올 확률은 $\frac{2}{5}$,

3이 나오면 주사위를 3번 던지므로 처음 나온 주사위 눈을 a, 두 번째 나온 주사위 눈을 b, 세 번째 나온 주사위 눈을 c라 두면

$$a+b+c=10$$

㉠ $(a,\ b,\ c)=(6,\ 3,\ 1),\ (5,\ 4,\ 1),\ (5,\ 3,\ 2)$일 때, $3!=6$(가지) 즉, 총 경우의 수는 $6\times3=18$(가지)

㉡ $(a,\ b,\ c)=(6,\ 2,\ 2),\ (4,\ 4,\ 2),\ (4,\ 3,\ 3)$일 때, $\frac{3!}{2!}=3$(가지) 즉, 총 경우의 수는 $3\times3=9$(가지)

㉠, ㉡에서 총 경우의 수는 27가지이므로 구하는 확률은

$$\frac{2}{5}\times\frac{27}{6^3}$$

(ⅱ) 주머니에서 4가 나오는 경우

주머니에서 4가 나올 확률은 $\frac{3}{5}$,

4가 나오면 주사위를 4번 던지므로 처음 나온 주사위 눈을 a, 두 번째 나온 주사위 눈을 b, 세 번째 나온 주사위 눈을 c, 네 번째 나온 주사위 눈을 d라 두면

$a+b+c+d=10$

㉠ $(a,\ b,\ c,\ d)=(6,\ 2,\ 1,\ 1),\ (5,\ 3,\ 1,\ 1),$ $(5,\ 2,\ 2,\ 1)$일 때,

$\frac{4!}{2!}=12$(가지) 즉, 총 경우의 수는 $12\times3=36$(가지)

㉡ $(a,\ b,\ c,\ d)=(4,\ 4,\ 1,\ 1),\ (3,\ 3,\ 2,\ 2)$일 때,

$\frac{4!}{2!\times2!}=6$(가지) 즉, 총 경우의 수는 $6\times2=12$(가지)

㉢ $(a,\ b,\ c,\ d)=(4,\ 2,\ 2,\ 2),\ (3,\ 3,\ 3,\ 1)$일 때,

$\frac{4!}{3!}=4$(가지) 즉, 총 경우의 수는 $4\times2=8$(가지)

㉣ $(a,\ b,\ c,\ d)=(4,\ 3,\ 2,\ 1)$일 때 $4!=24$(가지)

㉠~㉣에서 총 경우의 수는 80가지이므로 구하는 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{80}{6^4}$

(i), (ii)에서 이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 10점일 확률은

$$\frac{2}{5}\times\frac{27}{6^3}+\frac{3}{5}\times\frac{80}{6^4}=\frac{47}{540}$$

66) [정답] 587

[해설]

다음과 같이 꺼낸 공에 적힌 수가 3인 경우와 4인 경우로 나누어 생각해 보자.

(i) 꺼낸 공에 적힌 수가 3인 경우 : 주머니에서 꺼낸 공에 적힌 수가 3일 확률은 $\frac{2}{5}$

이때 주사위를 세 번 던져서 나오는 세 눈의 수의 합이 10인 경우는 순서를 생각하지 않으면 6, 3, 1 또는 6, 2 ,2 또는 5, 4, 1 또는 5, 3, 2 또는 4, 4, 2 또는 4, 3, 3이고, 각 경우의 수를 고려하면 이때의 확률은

$$\left(3!+\frac{3!}{2!}+3!+3!+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!}\right)\times\left(\frac{1}{6}\right)^3=27\times\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{8}$$

그러므로 이 경우의 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{20}$

(ii) 꺼낸 공에 적힌 수가 4인 경우 : 주머니에서 꺼낸 공에 적힌 수가 4일 확률은 $\frac{3}{5}$

이때 주사위를 네 번 던져서 나오는 네 눈의 수의 합이 10인 경우는 순서를 생각하지 않으면 6, 2, 1, 1 또는 5, 3, 1, 1 또는 5, 2, 2, 1 또는 4, 4, 1, 1 또는 4, 3, 2, 1 또는 4, 2, 2, 2 또는 3, 3, 3, 1 또는 3, 3, 2, 2이고, 각 경우의 수를 고려하면 이때의 확률은

$$\left(\frac{4!}{2!}+\frac{4!}{2!}+\frac{4!}{2!}+\frac{4!}{2!2!}+4!+\frac{4!}{3!}+\frac{4!}{3!}+\frac{4!}{2!2!}\right)\times\left(\frac{1}{6}\right)^4$$

$$80\times\left(\frac{1}{6}\right)^4=\frac{5}{81}$$

그러므로 이 경우의 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{5}{81}=\frac{1}{27}$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은 $\frac{1}{20}+\frac{1}{27}=\frac{47}{540}$이고,

$p=540,\ q=47$이므로 $p+q=587$

67) [정답] ①

[해설]

주사위 2개와 동전 4개를 던져서 나오는 총 경우의 수는

$6^2\times2^4$

주사위의 눈의 수의 곱과 앞면이 나오는 동전의 개수가 같은 경우는 다음과 같다.

(i) 앞면이 나오는 동전이 1개인 경우

앞면이 나오는 동전이 1개인 경우는 ${}_4C_1=4$가지

주사위 눈의 수의 곱이 1인 경우는 (1, 1)의 1가지

$\therefore\ 4\times1=4$

(ii) 앞면이 나오는 동전이 2개인 경우

앞면이 나오는 동전이 2개인 경우는 ${}_4C_2=6$가지

주사위 눈의 수의 곱이 2인 경우는 (1, 2), (2, 1)의 2가지

$\therefore\ 6\times2=12$

(iii) 앞면이 나오는 동전이 3개인 경우

앞면이 나오는 동전이 3개인 경우는 ${}_4C_3=4$가지

주사위 눈의 수의 곱이 3인 경우는 (1, 3), (3, 1)의 2가지

$\therefore\ 4\times2=8$

(iv) 앞면이 나오는 동전이 4개인 경우

앞면이 나오는 동전이 4개인 경우는 ${}_4C_4=1$가지

주사위 눈의 수의 곱이 4인 경우는

(1, 4), (2, 2), (4, 1)의

3가지

$\therefore\ 1\times3=3$

(ⅰ)~(ⅳ)로부터 구하는 확률은

$$\frac{4+12+8+3}{6^2\times2^4}=\frac{3}{64}$$

68) [정답] ④

[해설]

한 개의 동전을 6번 던져서 앞면이 2번 이상 나오는 사건을 A라 하면 A^c은 앞면이 0번 또는 1번 나오는 사건이므로 그 확률은

$$\mathrm{P}(A^c)={}_6\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^6+{}_6\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{7}{64}$$

따라서 $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^c)=1-\frac{7}{64}=\frac{57}{64}$

69) [정답] ④

[해설]

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 6의 약수일 확률은

$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

6의 약수가 아닐 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

4번째 시행 후 점 P의 좌표가 2 이상이려면 4번의 시행 중 주사위의 눈의 수가 6의 약수인 경우가 2번 이상이면 된다.

주사위의 눈의 수가 6의 약수인 경우가 0번일 확률은

${}_4\mathrm{C}_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81}$

주사위의 눈의 수가 6의 약수인 경우가

1번일 확률은

${}_4\mathrm{C}_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{8}{81}$

따라서 구하는 확률은

$1-\left(\frac{1}{81}+\frac{8}{81}\right)=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$

70) [정답] 191

[해설]

$a_5+b_5\ge7$인 사건을 A, $a_k=b_k$인 자연수 $k\,(1\le k\le5)$가 존재하는 사건을 B라 하자.

사건 A가 일어나는 경우는

$a_5+b_5=7=2+2+1+1+1$

$a_5+b_5=8=2+2+2+1+1$

$a_5+b_5=9=2+2+2+2+1$

$a_5+b_5=10=2+2+2+2+2$

이고 주사위의 눈의 수가 5 이상일 확률은 $\frac{1}{3}$, 4 이하일 확률은 $\frac{2}{3}$이므로

(ⅰ) $a_5+b_5=7$일 확률은

${}_5\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3=10\times\frac{8}{3^5}$

(ⅱ) $a_5+b_5=8$일 확률은

${}_5\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2=10\times\frac{4}{3^5}$

(ⅲ) $a_5+b_5=9$일 확률은

${}_5\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^1=5\times\frac{2}{3^5}$

(ⅳ) $a_5+b_5=10$일 확률은

${}_5\mathrm{C}_5\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{1}{3^5}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에 의하여

$\mathrm{P}(A)=10\times\frac{8}{3^5}+10\times\frac{4}{3^5}+5\times\frac{2}{3^5}+\frac{1}{3^5}$

또한, 사건 $A\cap B$인 경우는 (ⅰ), (ⅱ)의 경우 3번째 시행까지 5 이상의 눈의 수가 1번, 4 이하의 눈의 수가 2번 일어나야 하고 (ⅲ), (ⅳ)의 경우는 사건 $A\cap B$은 일어나지 않는다.

$\mathrm{P}(A\cap B)={}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2\times{}_2\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)+{}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$=3\times\frac{16}{3^5}+3\times\frac{4}{3^5}$

그러므로, 구하는 확률은

$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$

$=\frac{3\times\frac{16}{3^5}+3\times\frac{4}{3^5}}{10\times\frac{8}{3^5}+10\times\frac{4}{3^5}+5\times\frac{2}{3^5}+\frac{1}{3^5}}$

$=\frac{48+12}{80+40+10+1}$

$=\frac{60}{131}$

이므로

$p=131,\ q=60$

따라서, $p+q=131=60=191$

71) [정답] 133

[해설]
정육면체 모양의 상자를 한 번 던져 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 수가 각각 1,2일 확률은 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$이다.

$a_1+a_2+a_3>a_4+a_5+a_6$일 사건을 A, $a_1=a_4=1$일 사건을 B라 하자.

$a_1+a_2+a_3>a_4+a_5+a_6\ge 3$

(Ⅰ) $a_1+a_2+a_3=4$인 경우

$a_1+a_2+a_3=4$일 확률은 ${}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)$

$a_4+a_5+a_6=3$일 확률은 ${}_3\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{3^3}$

그러므로 ${}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{3^3}=\frac{6}{3^6}$

(Ⅱ) $a_1+a_2+a_3=5$인 경우

$a_1+a_2+a_3=5$일 확률은

${}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2 3\le a_4+a_5+a_6\le 4$일 확률은

${}_3\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{3}\right)^3+{}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{7}{3^3}$

그러므로 ${}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{7}{3^3}=\frac{84}{3^6}$

(Ⅲ) $a_1+a_2+a_3=6$인 경우

$a_1+a_2+a_3=6$일 확률은 ${}_3\mathrm{C}_3\left(\frac{2}{3}\right)^3$

$3\le a_4+a_5+a_6\le 5$일 확률은

${}_3\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{3}\right)^3+{}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)+{}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{19}{3^3}$

그러므로 ${}_3\mathrm{C}_3\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\frac{19}{3^3}=\frac{152}{3^6}$

(Ⅰ), (Ⅱ), (Ⅲ)에 의하여

$\mathrm{P}(A)=\frac{6}{3^6}+\frac{84}{3^6}+\frac{152}{3^6}=\frac{242}{3^6}$

$a_1=a_4=1$이면 $a_2+a_3>a_5+a_6\ge 2$이다.

(i) $a_1=a_4=1$이고 $a_2+a_3=3$인 경우

$a_1=a_4=1$일 확률은 ${}_2\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$a_2+a_3=3$일 확률은 ${}_2\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3^2}$

$a_5+a_6=2$일 확률은 ${}_2\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$

그러므로 $\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{4}{3^2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{4}{3^6}$

(ii) $a_1=a_4=1$이고 $a_2+a_3=4$인 경우

$a_1=a_4=1$일 확률은 ${}_2\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$a_2+a_3=4$일 확률은 ${}_2\mathrm{C}_2\left(\frac{2}{3}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2$

$2\le a_5+a_6\le 3$일 확률은 ${}_2\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{3}\right)^2+{}_2\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{3^2}$

그러므로 $\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{5}{3^2}=\frac{20}{3^6}$

(i), (ii)에 의하여

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{4}{3^6}+\frac{20}{3^6}=\frac{24}{3^6}$

$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{24}{242}=\frac{12}{121}$

따라서 $p=121$, $q=12$이므로 $p+q=133$

72) [정답] 49

[해설]
주어진 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수인 사건을 A, 주사위의 1의 눈이 한 번만 나오는 사건을 B라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

(ⅰ) 사건 A가 일어날 확률

주어진 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수인 경우는 주사위를 3번 던질 때 홀수의 눈이 나오는 횟수가 1 또는 3이어야 하므로

${}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2+{}_3\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$

(ⅱ) 사건 $A\cap B$가 일어날 확률

주어진 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수이면서 주사위의 1의 눈이 한 번만 나오는 경우는

1의 눈이 한 번, 짝수의 눈이 두 번

또는 1의 눈이 한 번, 3 또는 5의 눈이 두 번

나오는 경우이므로

${}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2+{}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{13}{72}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 조건부확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{13}{72}}{\frac{1}{2}}=\frac{13}{36}$$

이므로 $p+q=36+13=49$