확통 3개년 2022.12.29

교사평경3 02

[확통] [02이항정리] 교사평경 최근 3개년

05 확통 03 이항정리

01 특정항의 계수

01 특정항의 계수1 (기본형)

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 22

1. 다항식 $(x+3)^8$의 전개식에서 x^7의 계수를 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 22

2. 다항식 $(1+2x)^4$의 전개식에서 x^2의 계수를 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 22

3. 다항식 $(3x+1)^8$의 전개식에서 x의 계수를 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 8

4. 다항식 $(1+2x)^4$의 전개식에서 x^2의 계수는?

① 12 ② 16 ③ 20
④ 24 ⑤ 28

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 06월 확률과 통계 23

5. 다항식 $(2x+1)^5$의 전개식에서 x^3의 계수는?

① 20 ② 40 ③ 60
④ 80 ⑤ 100

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 23

6. 다항식 $(2x+1)^6$의 전개식에서 x^2의 계수는?

① 40 ② 60 ③ 80
④ 100 ⑤ 120

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 24

7. 다항식 $(2x+1)^7$의 전개식에서 x^2의 계수는?

① 76 ② 80 ③ 84
④ 88 ⑤ 92

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 11월 23

8. 다항식 $(x+2)^7$의 전개식에서 x^5의 계수는?

① 42 ② 56 ③ 70
④ 84 ⑤ 98

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 04월 확률과 통계 24

9. 다항식 $(x+2a)^5$의 전개식에서 x^3의 계수가 640일 때, 양수 a의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 07월 확률과 통계 23

10. 다항식 $(4x+1)^6$의 전개식에서 x의 계수는?

① 20 ② 24 ③ 28
④ 32 ⑤ 36

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 23

11. 다항식 $(x^2+2)^6$의 전개식에서 x^4의 계수는?

① 240 ② 270 ③ 300
④ 330 ⑤ 360

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 23

12. $(x+2)^6$의 전개식에서 x^4의 계수는?

① 58 ② 60 ③ 62
④ 64 ⑤ 66

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 11월 확률과 통계 23

13. 다항식 $(x^3+3)^5$의 전개식에서 x^9의 계수는?

① 30 ② 60 ③ 90
④ 120 ⑤ 150

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 04월 확률과 통계 24

14. 3 이상의 자연수 n에 대하여 다항식 $(x+2)^n$의 전개식에서 x^2의 계수와 x^3의 계수가 같을 때, n의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

05 확통 03 이항정리

01 특정항의 계수

02 특정항의 계수2 (분수꼴)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 04월 11

15. $\left(x+\frac{2}{x}\right)^5$의 전개식에서 x의 계수는?

① 20 ② 25 ③ 30
④ 35 ⑤ 40

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 9

16. $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^6$의 전개식에서 x^6의 계수는?

① 36 ② 44 ③ 52
④ 60 ⑤ 68

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 4

17. $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^5$의 전개식에서 x^3의 계수는?

① 5 ② 10 ③ 15
④ 20 ⑤ 25

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 6

18. $\left(2x^2+\frac{1}{x}\right)^5$의 전개식에서 x^4의 계수는?

① 80 ② 85 ③ 90
④ 95 ⑤ 100

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 22

19. $\left(x+\frac{3}{x^2}\right)^5$의 전개식에서 x^2의 계수를 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 23

20. $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^6$의 전개식에서 x^6의 계수를 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 22

21. $\left(x+\frac{4}{x^2}\right)^6$의 전개식에서 x^3의 계수를 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 5

22. $\left(2x+\frac{a}{x}\right)^7$의 전개식에서 x^3의 계수가 42일 때, 양수 a의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$

④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 예비 확률과 통계 24

23. $\left(x^5+\frac{1}{x^2}\right)^6$의 전개식에서 x^2의 계수는?

① 3 ② 6 ③ 9

④ 12 ⑤ 15

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 25

24. $\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^5$의 전개식에서 $\frac{1}{x^2}$의 계수와 x의 계수가 같을 때, 양수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

05 확통 03 이항정리

01 특정항의 계수

03 특정항의 계수3 (곱의 꼴)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 04월 11

25. $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^2(x-2)^5$의 전개식에서 x의 계수는?

① 88 ② 92 ③ 96
④ 100 ⑤ 104

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 24

26. 다항식 $(x^2+1)(x-2)^5$의 전개식에서 x^6의 계수는?

① -10 ② -8 ③ -6
④ -4 ⑤ -2

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 06월 확률과 통계 26

27. 다항식 $(x^2+1)^4(x^3+1)^n$의 전개식에서 x^5의 계수가 12일 때, x^6의 계수는? (단, n은 자연수이다.)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

05 확통 03 이항정리

02 이항정리의 활용

01 활용1 (이항정리를 이용한 수의 계산)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 6

28. ${}_4C_0+{}_4C_1\times3+{}_4C_2\times3^2+{}_4C_3\times3^3+{}_4C_4\times3^4$ 의 값은?

① 240 ② 244 ③ 248
④ 252 ⑤ 256

05 확통 03 이항정리

02 이항정리의 활용

04 활용4 (이항계수의 성질)

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 04월 확률과 통계 27

29. 자연수 n에 대하여 $f(n)=\sum_{k=1}^{n}{}_{2n+1}C_{2k}$ 일 때,

$f(n)=1023$을 만족시키는 n의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5

④ 6 ⑤ 7

05 확통 03 이항정리

03 기타

01 교과외1 (다항정리)

[출처] 2020 모의_공공 경찰대 고3 07월 14

30. $(x-y+1)^{n+2}$의 전개식에서 $x^n y^2$의 계수를 $f(n)$이라 할 때,

$$\frac{1}{f(1)}+\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(3)}+\cdots+\frac{1}{f(2020)}=\frac{a}{b}$$

이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 서로소인 자연수이다.)

① 2019 ② 2020 ③ 2021

④ 2022 ⑤ 2023

[확통] [02이항정리] 교사평경 최근 3개년(빠른 정답)

확통 3개년 2022.12.29

1. [정답] **24**
2. [정답] **24**
3. [정답] **24**
4. [정답] ④
5. [정답] ④

6. [정답] ②
7. [정답] ③
8. [정답] ④
9. [정답] ②
10. [정답] ②

11. [정답] ①
12. [정답] ②
13. [정답] ③
14. [정답] ②
15. [정답] ⑤

16. [정답] ④
17. [정답] ②
18. [정답] ①
19. [정답] **15**
20. [정답] **60**

21. [정답] **24**
22. [정답] ①
23. [정답] ⑤
24. [정답] ②
25. [정답] ⑤

26. [정답] ①
27. [정답] ②
28. [정답] ⑤
29. [정답] ③
30. [정답] ③

[확통] [02이항정리] 교사평경 최근 3개년(해설)

확통 3개년 2022.12.29

1) [정답] **24**

[해설]

$(x+3)^8$의 일반항은 ${}_8C_r x^r \cdot 3^{8-r}$이므로 x^7의 계수는 $r=7$

즉, ${}_8C_7 x^7 \cdot 3^1$에서 x^7의 계수는 24

2) [정답] **24**

[해설]

$(1+2x)^4$에서 이항정리의 일반항을 구하면

$${}_4C_r 1^{4-r}(2x)^r = {}_4C_r 2^r x^r$$

x^2의 계수는 $r=2$일 때이므로

${}_4C_2 2^2 x^2 = 24x^2$에서 x^2의 계수는 24

3) [정답] **24**

[해설]

$(3x+1)^8$의 전개식 일반항 ${}_8C_r(3x)^r \cdot 1^{8-r}$에서 x의 계수는 $r=1$일 때이므로 계수는 ${}_8C_1 \times 3 = 24$

4) [정답] ④

[해설]

$(1+2x)^4$의 일반항은

$${}_4C_r(2x)^r = {}_4C_r 2^r x^r \text{ (단, } r=0, 1, 2, 3, 4)$$

이때 x^2의 계수는 $r=2$일 때이다.

따라서 구하는 x^2의 계수는

${}_4C_2 \times 2^2 = 6 \times 4 = 24$

5) [정답] ④

[해설]

다항식 $(2x+1)^5$의 전개식에서 일반항은

$${}_5C_r(2x)^r (r=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$$

x^3의 계수는 $r=3$일 때 ${}_5C_3 \times 2^3 = 80$

6) [정답] ②

[해설]

x^2의 계수는 ${}_6C_2 \cdot 2^2 = 60$

7) [정답] ③

[해설]

전개식의 일반항은

$${}_7C_r(2x)^{7-r} \times 1^r = {}_7C_r 2^{7-r} x^{7-r} (r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 7)$$

$x^{7-r} = x^2$에서 $r=5$

따라서 x의 계수는 ${}_7C_5 \times 2^2 = 84$

8) [정답] ④

[해설]

$(x+2)^7$의 전개식의 일반항은 ${}_7C_r x^{7-r} \times 2^r$

(단, $r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 7$)

이므로 x^5의 계수는 $r=2$일 때

${}_7C_2 \times 2^2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} \times 4 = 84$

9) [정답] ②

[해설]

다항식 $(x+2a)^5$의 전개식에서 일반항은

${}_5C_r(2a)^r x^{5-r} = {}_5C_r 2^r a^r x^{5-r}$

x^3의 계수는 $r=2$일 때이므로

${}_5C_2 \times 2^2 \times a^2 = 40a^2 = 640$

따라서 $a=4$

10) [정답] ②

[해설]

$(4x+1)^6$의 전개식의 일반항은

${}_6C_r \times (4x)^{6-r} \times 1^r = {}_6C_r \times 4^{6-r} \times x^{6-r} (r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 6)$

x의 계수는 $r=5$일 때 ${}_6C_5 \times 4 = {}_6C_1 \times 4 = 24$

11) [정답] ①

[해설]

다항식 $(x^2+2)^6$의 전개식의 일반항은

${}_6C_r(x^2)^r 2^{6-r} = {}_6C_r x^{2r} 2^{6-r}$

x^4항은 $2r=4$일 때이므로 $r=2$

따라서 x^4의 계수는 ${}_6C_2 2^4 = 15\times 16 = 240$

12) [정답] ②

[해설]

$(x+2)^6$의 전개식에서 x^4항은

${}_6C_4 x^4 \cdot 2^2 = 60x^4$

이므로 x^4의 계수는 60이다.

13) [정답] ③

[해설]

다항식 $(x^3+3)^5$의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r(x^3)^{5-r}3^r = {}_5C_r 3^r x^{15-3r} \quad (r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 5)$$

이므로 x^9항은

$$15-3r=9, \qquad r=2$$

따라서 x^9의 계수는

$${}_5C_2\times 3^2 = 10\times 9 = 90$$

14) [정답] ②

[해설]

다항식 $(x+2)^n$의 전개식에서

일반항은 ${}_nC_r x^r 2^{n-r}$

x^2의 계수는 $r=2$일 때이므로 ${}_nC_2\times 2^{n-2}$

x^3의 계수는 $r=3$일 때이므로 ${}_nC_3\times 2^{n-3}$

${}_nC_2\times 2^{n-2} = {}_nC_3\times 2^{n-3}$

$$\frac{n!}{2!\times(n-2)!}\times 2 = \frac{n!}{3!\times(n-3)!}$$

$6=n-2,\ n=8$

15) [정답] ⑤

[해설]

$\left(x+\frac{2}{x}\right)^5$의 전개식에서 일반항은

$${}_5C_r x^{5-r}\left(\frac{2}{x}\right)^r = {}_5C_r 2^r x^{5-2r}$$

$x^{5-2r}=x$에서 $5-2r=1,\ r=2$

따라서 x의 계수는 ${}_5C_2\times 2^2 = 40$

16) [정답] ④

[해설]

$$\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^6 = \sum_{r=0}^{6}(x^2)^{6-r}\left(\frac{2}{x}\right)^r = \sum_{r=0}^{6} 2^r x^{12-3r}$$

$12-3r=6,\ r=2$

따라서 x^6의 계수는 $\times 2^2 = 60$

17) [정답] ②

[해설]

$\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^5$의 전개식에서 일반항이 ${}_5C_r(x^3)^r\left(\frac{1}{x}\right)^{5-r}$ 이므로

x^3이 나오는 경우는 $r=2$일 때이다.

즉. ${}_5C_2(x^3)^2\left(\frac{1}{x}\right)^3 = 10x^3$이므로 x^3의 계수는 10

18) [정답] ①

[해설]

$\left(2x^2+\frac{1}{x}\right)^5$의 전개식에서 일반항은

$${}_5C_r(2x^2)^r\left(\frac{1}{x}\right)^{5-r} = 2^r\cdot {}_5C_r x^{3r-5}$$

이므로 x^4의 계수는 $r=3$일 때이다.

따라서 x^4의 계수는 ${}_5C_3\cdot 2^3 = 80$

19) [정답] **15**

[해설]

$\left(x+\frac{3}{x^2}\right)^5$의 일반항은

$${}_5\mathrm{C}_r x^{5-r}(3x^{-2})^r = {}_5\mathrm{C}_r \cdot 3^r \cdot x^{5-3r}$$

x^2의 계수는 $5-3r=2$, 즉 $r=1$일 때이므로

$${}_5\mathrm{C}_1 \times 3^1 = 15$$

20) [정답] **60**

[해설]

전개식의 일반항은

$${}_6\mathrm{C}_r(\mathrm{x}^2)^{6-r}\left(\frac{2}{\mathrm{x}}\right)^r = {}_6\mathrm{C}_r 2^r \mathrm{x}^{12-3r}$$

$x^{12-3r}=x^6$에서 $12-3r=6$, $r=2$

따라서 x^6의 계수는 ${}_6\mathrm{C}_2 \times 2^2 = 60$

21) [정답] **24**

[해설]

$\left(x+\frac{4}{x^2}\right)^6$의 전개식에서 일반항은

${}_6\mathrm{C}_r \times x^{6-r} \times (4x^{-2})^r$이므로

정리하면 ${}_6\mathrm{C}_r \times 4^r \times x^{6-r}$에서 x^3의 계수는 $r=1$일 때이므로

$\therefore\ {}_6\mathrm{C}_1 \times 4 = 24$

22) [정답] ①

[해설]

$\left(2x+\frac{a}{x}\right)^7$의 전개식의 일반항은

$${}_7\mathrm{C}_r(2x)^{7-r}\left(\frac{a}{x}\right)^r = {}_7\mathrm{C}_r 2^{7-r} a^r x^{7-2r} \quad (\text{단, } 0 \le r \le 7)$$

$7-2r=3$에서 $r=2$이므로 x^3의 계수는

$${}_7\mathrm{C}_2 \times 2^5 \times a^2 = 21 \times 32 \times a^2 = 42$$

따라서 $a^2=\frac{1}{16}$이고 $a>0$이므로 $a=\frac{1}{4}$

23) [정답] ⑤

[해설]

$${}_6\mathrm{C}_\mathrm{r}(\mathrm{x}^5)^{6-\mathrm{r}}\left(\frac{1}{\mathrm{x}^2}\right)^\mathrm{r} = {}_6\mathrm{C}_\mathrm{r}\mathrm{X}^{30-7\mathrm{r}}$$

$30-7r=2$, $r=4$, $\therefore\ {}_6\mathrm{C}_4 = 15$

24) [정답] ②

[해설]

$\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^5$의 일반항은

$${}_5\mathrm{C}_r(x^2)^{5-r}\left(\frac{a}{x}\right)^r = {}_5\mathrm{C}_r a^r x^{10-3r}$$

(단, $r=0$, 1, 2, 3, 4, 5)

이때, $\frac{1}{x^2}$의 계수는 $10-3r=-2$에서 $r=4$이므로

$${}_5\mathrm{C}_4 a^4 = 5a^4$$

또 x의 계수는 $10-3r=1$에서 $r=3$이므로

$${}_5\mathrm{C}_3 a^3 = 10a^3$$

따라서 $a>0$이므로 $5a^4=10a^3$에서 $a=2$

25) [정답] ⑤

[해설]

$$\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^2 = x^4-2x+\frac{1}{x^2}$$

$\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^2(x-2)^5$의 전개식에서 x의 계수는 다항식 $(x-2)^5$의 전개식에서 상수항과 x^3의 계수에 각각 -2와 1을 곱한 값의 합이다.

$(x-2)^5$의 전개식에서 일반항은

${}_5\mathrm{C}_r x^r(-2)^{5-r}(r=0,\ 1,\ \cdots,\ 5)$이므로 구하는 값은

$$(-2)\times{}_5\mathrm{C}_0 \times(-2)^5 + 1 \times {}_5\mathrm{C}_3 \times (-2)^2 = 104$$

26) [정답] ①

[해설]

다항식 $(x^2+1)(x-2)^5$의 전개식에서 x^6의 계수는 (x^2+1)에서 x^2의 계수 1과 $(x-2)^5$의 전개식에서 x^4의 계수를 곱한 것과 같다.

$(x-2)^5$의 전개식에서 일반항은

${}_5\mathrm{C}_r x^{5-r}(-2)^r(r=0, 1, 2, 3, 4, 5)$

$r=1$일 때 x^4의 계수는 ${}_5\mathrm{C}_1\times(-2)=-10$

따라서 $(x^2+1)(x-2)^5$의 전개식에서 x^6의 계수는

$1\times(-10)=-10$

27) [정답] ②

[해설]

$(x^2+1)^4=(x^4+2x^2+1)^2$

$=x^8+4x^6+6x^4+4x^2+1$

또 $(x^3+1)^n$의 일반항은

${}_n\mathrm{C}_r(x^3)^r={}_n\mathrm{C}_r x^{3r}$ (단, $r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n$)

이때 x^5의 계수는 $r=1$일 때

$4x^2\times{}_n\mathrm{C}_1x^3=4nx^5$에서

$4n$이므로 $4n=12$에서 $n=3$

따라서 x^6의 계수는 $r=0$일 때

$4x^6\times{}_3\mathrm{C}_0=4x^6$에서 4

$r=2$일 때 $1\times{}_3\mathrm{C}_2x^6=3x^6$에서 3

즉, x^6의 계수는 $4+3=7$

28) [정답] ⑤

[해설]

$${}_4\mathrm{C}_0+{}_4\mathrm{C}_1\times3+{}_4\mathrm{C}_2\times3^2+{}_4\mathrm{C}_3\times3^3+{}_4\mathrm{C}_4\times3^4$$

$$=(1+3)^4=4^4$$

$$=256$$

29) [정답] ③

[해설]

${}_{2n+1}\mathrm{C}_0+{}_{2n+1}\mathrm{C}_2+{}_{2n+1}\mathrm{C}_4+\cdots+{}_{2n+1}\mathrm{C}_{2n}=2^{2n}$이므로

$$f(n)=\sum_{k=1}^{n}{}_{2n+1}\mathrm{C}_{2k}=2^{2n}-1$$

$2^{2n}-1=1023$에서 $2^{2n}=2^{10}$

따라서 $n=5$

30) [정답] ③

[해설]

$(x-y+1)^{n+2}$의 전개식의 일반항은

$$\frac{(n+2)!}{p!q!r!}\cdot x^p\cdot(-y)^q\cdot1^r\ (\text{단, } p+q+r=n+2)$$

x^ny^2의 계수 $f(n)$은 $p=n,\ q=2,\ r=0$이므로

$$\frac{(n+2)!}{n!2!0!}\cdot x^n\cdot(-y)^2\cdot1^0$$

즉, $f(n)=\dfrac{(n+2)!}{n!\cdot2!}=\dfrac{(n+2)(n+1)}{2}$

$$\therefore\frac{1}{f(n)}=2\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$$

$$\frac{1}{f(1)}+\frac{1}{f(2)}+\cdots+\frac{1}{f(2020)}$$

$$=2\left\{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2021}-\frac{1}{2022}\right)\right\}$$

$$=2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2022}\right)=\frac{1010}{1011}$$

따라서 $a=1010,\ b=1011$이므로 $a+b=2021$