



03 수1

01 지수

01 거듭제곱근

02 거듭제곱근2 (실근의 개수)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 03월 18

1. 다음은 $1 \leq |m| < n \leq 10$ 을 만족시키는 두 정수 m, n 에 대하여 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것이 존재하도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하는 과정이다.

(i) $m > 0$ 인 경우
 n 의 값에 관계없이 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것이 존재한다. 그러므로 $m > 0$ 인 순서쌍 (m, n) 의 개수는 (가) 이다.

(ii) $m < 0$ 인 경우
 n 이 홀수이면 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것이 항상 존재한다. 한편, n 이 짝수이면 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것은 존재하지 않는다. 그러므로 $m < 0$ 인 순서쌍 (m, n) 의 개수는 (나) 이다.

(i), (ii) 에 의하여 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것이 존재하도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는 (가) + (나) 이다.

위의 (가), (나) 에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값은?

- ① 70 ② 65 ③ 60
- ④ 55 ⑤ 50

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 12

2. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때, $-n^2 + 9n - 18$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은?
- ① 31 ② 33 ③ 35
 - ④ 37 ⑤ 39

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 07월 공통범위 19

3. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $2n^2 - 9n$ 의 n 제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$ 의 값을 구하시오.

03 수1

01 지수

01 거듭제곱근

04 거듭제곱근4 (성질과 계산)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고2 06월 1

4. $\sqrt[3]{27}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고2 09월 3

5. $\sqrt[3]{-8} + \sqrt[4]{81}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고2 06월 1

6. $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고2 06월 1

8. $\sqrt[4]{3} \times \sqrt[4]{27}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3
- ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

[출처] 2021 모의_공공 경찰대 고3 07월 13

7. 실수 $r = \frac{3}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1}$ 에 대하여

$$r + r^2 + r^3 = a\sqrt[3]{4} + b\sqrt[3]{2} + c$$

일 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 유리수이다.)

- ① 7 ② 9 ③ 11
- ④ 13 ⑤ 15

03 수1

01 지수

01 거듭제곱근

05 거듭제곱근의 활용1 (성질과 계산의 활용)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고2 11월 11

9. 양수 k 의 세제곱근 중 실수인 것을 a 라 할 때, a 의

네제곱근 중 양수인 것은 $\sqrt[3]{4}$ 이다. k 의 값은?

- ① 16 ② 32 ③ 64
- ④ 128 ⑤ 256

03 수1

01 지수

02 지수의 확장과 지수법칙

01 지수법칙1 (정수지수)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고2 09월 22

10. $3^4 \times 9^{-1}$ 의 값을 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 07월 1

11. 32×2^{-3} 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 4
- ④ 8 ⑤ 16

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 공통범위 1

12. $\frac{4}{3^{-2}+3^{-3}}$ 의 값은?

- ① 9 ② 18 ③ 27
- ④ 36 ⑤ 45

03 수1

01 지수

02 지수의 확장과 지수법칙

02 지수법칙2 (유리수지수)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고2 06월 22

13. $2^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{1}{2}}$ 의 값을 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 04월 1

14. $3 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은?

- ① 3 ② 6 ③ 9
- ④ 12 ⑤ 15

[출처]

2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 1

15. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 4
 ④ 8 ⑤ 16

[출처]

2020 모의_공공 평가원 고3 06월 1

17. $\sqrt[3]{8} \times 4^{\frac{3}{2}}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 4
 ④ 8 ⑤ 16

[출처]

2020 모의_공공 교육청 고3 03월 1

16. $8^{\frac{4}{3}} \times 2^{-2}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

[출처]

2020 모의_공공 교육청 고2 11월 1

18. $2^{-1} \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 1

19. $3^0 \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 04월 1

21. $\sqrt[3]{9} \times 3^{\frac{1}{3}}$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 1

20. $\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{8}{27}$
- ④ $\frac{16}{81}$ ⑤ $\frac{32}{243}$

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 1

22. $\sqrt[3]{2} \times 2^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 4
- ④ 8 ⑤ 16

[출처]

2020 모의_공공 평가원 고3 11월 1

23. $\sqrt[3]{9} \times 3^{\frac{1}{3}}$ 의 값은?

- ① 1 ② $3^{\frac{1}{2}}$ ③ 3
- ④ $3^{\frac{2}{3}}$ ⑤ 9

[출처]

2020 모의_공공 교육청 고3 04월 18

24. 1이 아닌 세 양수 a, b, c 와 1이 아닌 두 자연수 m, n 이 다음 조건을 만족시킨다. 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

- (가) $\sqrt[3]{a}$ 는 b 의 m 제곱근이다.
- (나) \sqrt{b} 는 c 의 n 제곱근이다.
- (다) c 는 a^{12} 의 네제곱근이다.

- ① 4 ② 7 ③ 10
- ④ 13 ⑤ 16

[출처]

2021 모의_공공 교육청 고2 06월 22

25. $5^{\frac{7}{3}} \div 5^{\frac{1}{3}}$ 의 값을 구하시오.

[출처]

2021 모의_공공 교육청 고2 09월 1

26. $3^{-2} \times 9^{\frac{3}{2}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
- ④ 3 ⑤ 9

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 09월 공통범위 1

27. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \times 3^{-\frac{7}{4}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
- ④ 3 ⑤ 9

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고2 06월 22

28. $4^{\frac{3}{2}} \times 2^2$ 의 값을 구하시오.

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고2 09월 1

29. $27^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 06월 공통범위 1

30. $(-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 04월 공통범위 1

31. $(27 \times \sqrt{8})^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?

- ① 9 ② 12 ③ 15
 ④ 18 ⑤ 21

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 03월 공통범위 1

32. $(3\sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{3}{2}}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3
 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 10월 공통범위 1

33. $\sqrt{8} \times 4^{\frac{1}{4}}$ 의 값은?

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4
 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 09월 공통범위 11

34. 함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을만족시키는 자연수 n 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값은?

$\sqrt{3}^{f(n)}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9이다.

- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

03 수1

01 지수

02 지수의 확장과 지수법칙

03 지수법칙3 (실수지수)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 예비 공통범위 1

35. $\frac{3^{\sqrt{5}+1}}{3^{\sqrt{5}-1}}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3
- ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 04월 공통범위 1

36. $(\sqrt{3^{\sqrt{2}}})^{\sqrt{2}}$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 06월 공통범위 1

37. $2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}}$ 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 11월 1

38. $(2^{\sqrt{3}} \times 4)^{\sqrt{3}-2}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 07월 공통범위 1

39. $3^{2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
 ④ 3 ⑤ 9

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 11월

41. $\left(\frac{4}{2\sqrt{2}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 4

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 09월 공통범위 1

40. $\left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 1
 ④ 4 ⑤ 16

03 수1

01 지수

02 지수의 확장과 지수법칙

05 식의 계산1 (대입)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고2 11월 24

42. 실수 a 에 대하여 $4^a = \frac{4}{9}$ 일 때, 2^{3-a} 의 값을 구하시오.

03 수1

01 지수

03 지수법칙의 활용

02 활용2 (정수론)

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 07월 공통범위 9

43. 2 이상의 두 자연수 a, n 에 대하여 $(\sqrt[n]{a})^3$ 의 값이

자연수가 되도록 하는 n 의 최댓값을 $f(a)$ 라 하자.

$f(4)+f(27)$ 의 값은?

- ① 13 ② 14 ③ 15
- ④ 16 ⑤ 17

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 공통범위 6

44. $\sqrt[m]{64} \times \sqrt[n]{81}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 2이상의

자연수 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 06월 공통범위 21

45. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인

이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의
합을 구하시오.

(가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두
실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.

(나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

[수학1] [1지수] 교사평경 최근 3개년(빠른
정답)

년도별경향 2022.12.27

- 1. [정답] ②
- 2. [정답] ①
- 3. [정답] 4
- 4. [정답] ③
- 5. [정답] ①

- 6. [정답] ③
- 7. [정답] ⑤
- 8. [정답] ③
- 9. [정답] ⑤
- 10. [정답] 9

- 11. [정답] ③
- 12. [정답] ③
- 13. [정답] 4
- 14. [정답] ②
- 15. [정답] ④

- 16. [정답] ④
- 17. [정답] ⑤
- 18. [정답] ①
- 19. [정답] ④
- 20. [정답] ③

- 21. [정답] ②
- 22. [정답] ②
- 23. [정답] ③
- 24. [정답] ①
- 25. [정답] 25

- 26. [정답] ④
- 27. [정답] ①
- 28. [정답] 32
- 29. [정답] ⑤
- 30. [정답] ①

- 31. [정답] ④
- 32. [정답] ⑤
- 33. [정답] ③
- 34. [정답] ②

- 35. [정답] ⑤

- 36. [정답] ②
- 37. [정답] ④
- 38. [정답] ②
- 39. [정답] ⑤
- 40. [정답] ④

- 41. [정답] ⑤
- 42. [정답] 12
- 43. [정답] ③
- 44. [정답] ③
- 45. [정답] 24

[수학1] [1지수] 교사평경 최근 3개년(해설)

년도별경향

2022.12.27

1) [정답] ②

[해설]

(i) $m > 0$ 인 경우

n 의 값에 관계없이 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것이 존재한다. 그러므로 $m > 0$ 인 순서쌍 (m, n) 의 개수는

$$\boxed{{}_{10}C_2 = 45}$$
이다.

(ii) $m < 0$ 인 경우

n 이 홀수이면 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것이 항상 존재한다. 한편, n 이 짝수이면 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것은 존재하지 않는다. 그러므로 $m < 0$ 인

순서쌍 (m, n) 의 개수는 $\boxed{2+4+6+8=20}$ 이다.

(i), (ii)에 의하여 m 의 n 제곱근 중에서 실수인 것이 존재하도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는 $\boxed{45} + \boxed{20}$ 이다.

따라서 (가), (나)에 알맞은 수는 각각 45, 20이고

$$p+q=65$$

2) [정답] ①

[해설]

$$-n^2 + 9n - 18 = -(n-3)(n-6)$$

이므로 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때 $-n^2 + 9n - 18$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하기 위해서는

(i) $-n^2 + 9n - 18 < 0$ 일 때

즉, $2 \leq n < 3$ 또는 $6 < n \leq 11$ 이고

n 이 홀수이어야 하므로 n 은 7, 9, 11이다.

(ii) $-n^2 + 9n - 18 > 0$ 일 때

즉, $3 < n < 6$ 이고 n 이 짝수이어야 하므로 n 은 4이다.

(i), (ii)에 의하여 조건을 만족시키는 모든 n 의 값의 합은

$$4+7+9+11=31$$

3) [정답] 4

[해설]

$$n=3\text{일 때 } f(3)=1$$

$$n=4\text{일 때 } 2n^2-9n < 0\text{이므로 } f(4)=0$$

$$n=5\text{일 때 } f(5)=1$$

$$n=6\text{일 때 } 2n^2-9n > 0\text{이므로 } f(6)=2$$

따라서

$$f(3)+f(4)+f(5)+f(6)=1+0+1+2=4$$

4) [정답] ③

[해설]

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

5) [정답] ①

[해설]

$$\sqrt[3]{-8} + \sqrt[4]{81} = \sqrt[3]{(-2)^3} + \sqrt[4]{3^4} = -2 + 3 = 1$$

6) [정답] ③

[해설]

$$\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

7) [정답] ⑤

[해설]

$\sqrt[3]{2}=t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} r &= \frac{3}{t^2-t+1} \\ &= \frac{3(t+1)}{(t+1)(t^2-t+1)} \\ &= \frac{3(t+1)}{t^3+1} = \frac{3(t+1)}{2+1} \\ &= t+1 \\ &= \sqrt[3]{2}+1 \quad (\because \sqrt[3]{2}=t) \end{aligned}$$

즉, $r-1 = \sqrt[3]{2}$ 이므로 $r-1=x$ 라 하면

$$x^2 = \sqrt[3]{4}, \quad x^3 = 2$$

$r=x+1$ 이므로 구하고자 하는 식에 대입하면

$$\begin{aligned} r+r^2+r^3 &= (x+1)+(x+1)^2+(x+1)^3 \\ &= x^3+4x^2+6x+3 \\ &= 2+4\sqrt[3]{4}+6\sqrt[3]{2}+3 \\ &= 4\sqrt[3]{4}+6\sqrt[3]{2}+5 \end{aligned}$$

따라서 $a=4, b=6, c=5$ 이므로

$a+b+c=4+6+5=15$

8) [정답] ③

[해설]

$\sqrt[4]{3} \times \sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3 \times 3^3} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

9) [정답] ⑤

[해설]

양수 k 의 세제곱근 중 실수인 것이 a 이므로 $a = \sqrt[3]{k}$ 에서

$a = k^{\frac{1}{3}}$ ㉠

a 의 네제곱근 중 양수인 것이 $\sqrt[4]{4}$ 이므로 $\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{a}$ 에서

$2^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{4}}$ ㉡

㉠, ㉡에서 $2^{\frac{2}{3}} = \left(k^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = k^{\frac{1}{12}}$

따라서 $k = \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^{12} = 2^8 = 256$

10) [정답] 9

[해설]

$3^4 \times 9^{-1} = 81 \times \frac{1}{9} = 9$

11) [정답] ③

[해설]

$32 \times 2^{-3} = 2^5 \times 2^{-3} = 2^2 = 4$

12) [정답] ③

[해설]

$\frac{4}{3^{-2} + 3^{-3}} = \frac{4}{3^{-3}(3+1)} = \frac{1}{3^{-3}} = 3^3 = 27$

13) [정답] 4

[해설]

$2^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \times (2^3)^{\frac{1}{2}}$
 $= 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}$
 $= 4$

14) [정답] ②

[해설]

$3 \times 8^{\frac{1}{3}} = 3 \times (2^3)^{\frac{1}{3}} = 3 \times 2 = 6$

15) [정답] ④

[해설]

$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} = 4^{\frac{3}{2}} = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$

16) [정답] ④

[해설]

$8^{\frac{4}{3}} \times 2^{-2} = (2^3)^{\frac{4}{3}} \times 2^{-2} = 2^4 \times 2^{-2} = 2^{4-2} = 2^2 = 4$

17) [정답] ⑤

[해설]

$(2^3)^{\frac{1}{3}} \times (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2 \times 2^3 = 2^4 = 16$

18) [정답] ①

[해설]

$2^{-1} \times 8^{\frac{2}{3}} = 2^{-1} \times (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{-1+2} = 2$

19) [정답] ④

[해설]

$3^0 \times 8^{\frac{2}{3}} = 1 \times 2^{\frac{6}{3}} = 4$

20) [정답] ③

[해설]

$$\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} = \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

21) [정답] ②

[해설]

$$\sqrt[3]{9} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}} = 3$$

22) [정답] ②

[해설]

$$\sqrt[3]{2} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = 2^1 = 2$$

23) [정답] ③

[해설]

$$\sqrt[3]{9} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}} = 3$$

24) [정답] ①

[해설]

조건 (가)에서 $(\sqrt[3]{a})^m = a^{\frac{m}{3}} = b$

조건 (나)에서 $(\sqrt{b})^n = b^{\frac{n}{2}} = c$

조건 (다)에서 $c^4 = a^{12}$

$$c^4 = \left(b^{\frac{n}{2}}\right)^4 = \left(a^{\frac{m}{3}}\right)^{2n} = a^{\frac{2mn}{3}} = a^{12}$$

$$\frac{2mn}{3} = 12, mn = 18$$

조건을 만족시키는 순서쌍 (m, n) 은

$(2, 9), (3, 6), (6, 3), (9, 2)$ 이므로 모든 순서쌍 (m, n) 의

개수는 4이다.

25) [정답] 25

[해설]

$$5^{\frac{7}{3}} \div 5^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{7}{3} - \frac{1}{3}} = 5^2 = 25$$

26) [정답] ④

[해설]

$$3^{-2} \times 9^{\frac{3}{2}} = 3^{-2} \times (3^2)^{\frac{3}{2}} = 3^{-2} \times 3^3 = 3^{-2+3} = 3$$

27) [정답] ①

[해설]

$$\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \times 3^{-\frac{7}{4}} = 3^{-\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{7}{4}} = 3^{-\frac{1}{4} + (-\frac{7}{4})} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$$

28) [정답] 32

[해설]

$$4^{\frac{3}{2}} \times 2^2 = (2^2)^{\frac{3}{2}} \times 2^2 = 2^3 \times 2^2 = 2^5 = 32$$

29) [정답] ⑤

[해설]

$$27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^{3 \times \frac{2}{3}} = 9$$

30) [정답] ①

[해설]

$$\begin{aligned} & (-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}} \\ &= (-1)^4 \times \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^4 \times (2^3)^{-\frac{2}{3}} \\ &= 1 \times 2^{\frac{1}{2} \times 4} \times 2^{3 \times (-\frac{2}{3})} \\ &= 2^2 \times 2^{-2} \\ &= 2^{2+(-2)} \\ &= 2^0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

31) [정답] ④

[해설]

$$(27 \times \sqrt{8})^{\frac{2}{3}} = \left(3^3 \times 2^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = 3^2 \times 2 = 18$$

32) [정답] ⑤

[해설]

$$(3\sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{3}{2}} = \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{3}{2}} = 3^{\frac{3}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{2}} = 3^2 = 9$$

33) [정답] ③

[해설]

$$\sqrt{8} \times 4^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} \times (2^2)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}} = 4$$

34) [정답] ②

[해설]

$\sqrt{3}^{f(n)} > 0$ 이므로 $\sqrt{3}^{f(n)}$ 의 네제곱근 중 실수인 것은

$$\sqrt[4]{\sqrt{3}^{f(n)}} = 3^{\frac{f(n)}{8}}, -\sqrt[4]{\sqrt{3}^{f(n)}} = -3^{\frac{f(n)}{8}} \text{이다.}$$

조건에 의하면 실수인 것의 곱이 -9 이므로

$$3^{\frac{f(n)}{8}} \times \left(-3^{\frac{f(n)}{8}}\right) = -9, \text{ 즉 } -3^{\frac{f(n)}{4}} = -9 \text{이다.}$$

따라서 $f(n) = 8$ 이다.

함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 $f(n) = 8$ 을 만족하는 자연수 n 의 개수가 2개라 하였는데 함수 $f(x)$ 의 대칭축이 $x = 2$ 이므로 만족하는 자연수 n 은 1, 3이다.

즉, $f(1) = 8, f(3) = 8$ 이므로 $-1 + k = 8$ 이다.

$\therefore k = 9$

35) [정답] ⑤

[해설]

$$\frac{3^{\sqrt{5}+1}}{3^{\sqrt{5}-1}} = 3^{(\sqrt{5}+1) - (\sqrt{5}-1)} = 3^2 = 9$$

36) [정답] ②

[해설]

$$\left(\sqrt{3^{\sqrt{2}}}\right)^{\sqrt{2}} = \left\{\left(3^{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}^{\sqrt{2}} = 3^{\sqrt{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2}} = 3$$

37) [정답] ④

[해설]

$$2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}} = 2^{\sqrt{3}+2-\sqrt{3}} = 4$$

38) [정답] ②

[해설]

$$\begin{aligned} (2^{\sqrt{3}} \times 4)^{\sqrt{3}-2} &= (2^{\sqrt{3}} \times 2^2)^{\sqrt{3}-2} \\ &= (2^{\sqrt{3}} \times 2^2)^{\sqrt{3}-2} \\ &= (2^{\sqrt{3}+2})^{\sqrt{3}-2} \\ &= 2^{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} \\ &= 2^{3-4} \\ &= 2^{-1} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

39) [정답] ⑤

[해설]

$$3^{2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}} = 3^{2\sqrt{2} + (2-2\sqrt{2})} = 3^2 = 9$$

40) [정답] ④

[해설]

$$\left(\frac{2^{\sqrt{3}}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1} = (2^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1} = 2^{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = 2^2 = 4$$

41) [정답] ⑤

[해설]

$$\begin{aligned} \left(\frac{4}{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}} &= (2^{2-\sqrt{2}})^{2+\sqrt{2}} \\ &= 2^{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} \\ &= 2^2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

42) [정답] 12

[해설]

$$4^a = \frac{4}{9} \text{에서 } 2^a = \frac{2}{3}$$

$$\text{따라서 } 2^{3-a} = 2^3 \times 2^{-a} = 8 \times \frac{3}{2} = 12$$

43) [정답] ③

[해설]

$$(\sqrt[n]{a})^3 = a^{\frac{3}{n}} \text{ 이므로}$$

$$(i) a=4 \text{ 일 때 } 4^{\frac{3}{n}} = 2^{\frac{6}{n}}$$

$n(n \geq 2)$ 가 6의 양의 약수이어야 하므로

$$n=2, 3, 6$$

$$\text{그러므로 } f(4)=6$$

$$(ii) a=27 \text{ 일 때 } 27^{\frac{3}{n}} = 3^{\frac{9}{n}}$$

$n(n \geq 2)$ 가 9의 양의 약수이어야 하므로

$$n=3, 9$$

$$\text{그러므로 } f(27)=9$$

$$\text{따라서 } f(4)+f(27)=6+9=15$$

44) [정답] ③

[해설]

$\sqrt[m]{64} \times \sqrt[n]{81} = 2^{\frac{6}{m}} \times 3^{\frac{4}{n}}$ 가 자연수가 되려면 m 은 6의 약수,
 n 은 4의 약수이어야 한다.

m, n 은 2이상의 자연수이어야 하므로 m 은 2, 3, 6으로
3가지

n 은 2, 4로 2가지

따라서 만족하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는 $3 \times 2 = 6$

45) [정답] 24

[해설]

(가)조건에서 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근은 모두
중근이므로 n 은 짝수이어야 한다.

(가)조건을 만족시키는 $f(x)$ 를 $f(x) = (x - \alpha)(x + \alpha)$ 라 하면

(나)조건에서 $f(x)$ 의 최솟값이 음의 정수라 했으므로 $f(x)$ 의
최솟값 $f(0) = -\alpha^2$ 에서 α^2 은 정수이다. ㉠

또한, (가)에서 $x^n - 64 = 0$ 이 $x = \alpha, -\alpha$ 를 가져야 하므로

$$\alpha^n = 64 = 2^6, \text{ 즉 } \alpha = 2^{\frac{6}{n}} \text{ ㉡}$$

㉠, ㉡에서 $\alpha^2 = 2^{\frac{12}{n}}$ 을 만족하는 정수이어야 하므로 n 은
12의 약수 중 짝수가 되어야 한다.

즉, 12의 약수인 짝수는 2, 4, 6, 12이므로 만족하는 n 의
값은 2, 4, 6, 12이다.

따라서 모든 자연수 n 의 값의 합은 24