[수학2] [극한] 평가원 최근 10개년

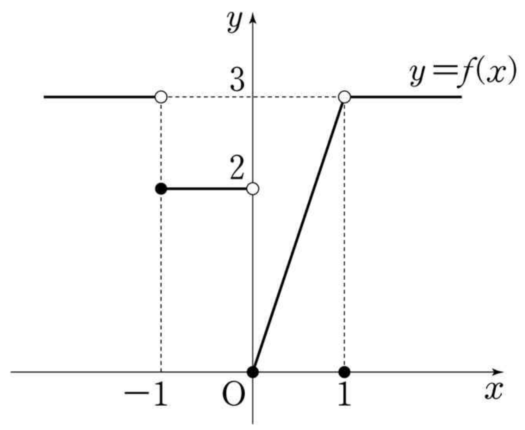
04 수2 01 함수의 극한

01 좌극한과 우극한

01 좌극한과 우극한1 (그래프 조건)

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 11월 11

1. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

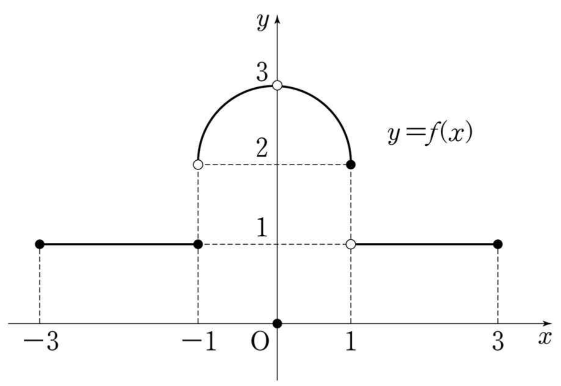


$\lim_{x\to -1-} f(x) + \lim_{x\to 0+} f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 예비 7

2. 정의역이 $\{x \mid -3 \le x \le 3\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



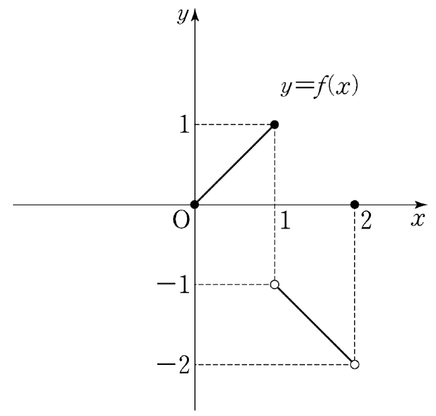
$\lim_{x\to 0} f(x) + \lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은?

① 5 ② 4 ③ 3
④ 2 ⑤ 1

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 09월 15

3. 정의역이 $\{x \mid -2 \le x \le 2\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 구간 $[0, 2]$에서 그림과 같고, 정의역에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $f(-x) = -f(x)$이다.

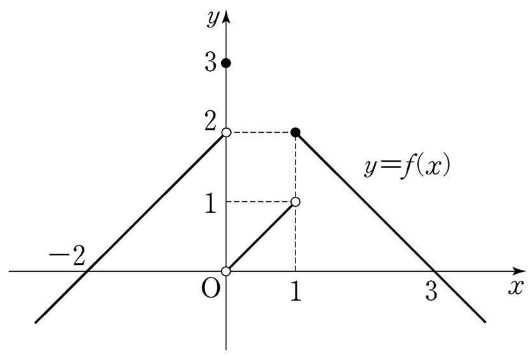
$\lim_{x\to -1+} f(x) + \lim_{x\to 2-} f(x)$의 값은?



① -3 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 3

[출처] 2014 모의_공공 평가원 고3 11월 8

4. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

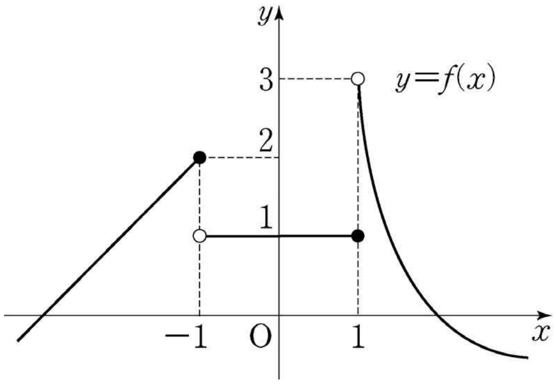


$\lim_{x\to 0-} f(x) + \lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2014 모의_공공 평가원 고3 06월

5. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

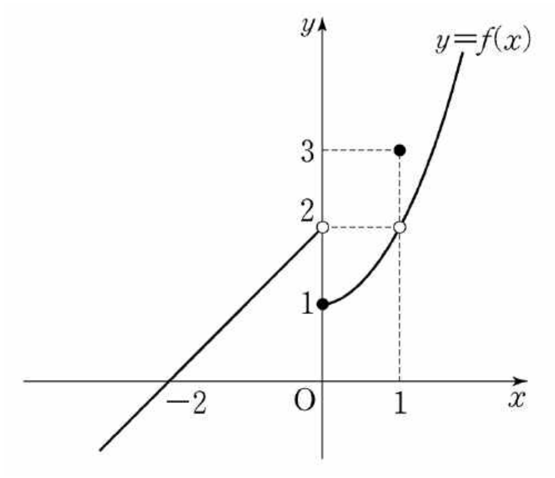


$\lim_{x\to-1-}f(x)+\lim_{x\to1+}f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2014 모의_공공 평가원 고3 09월

6. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

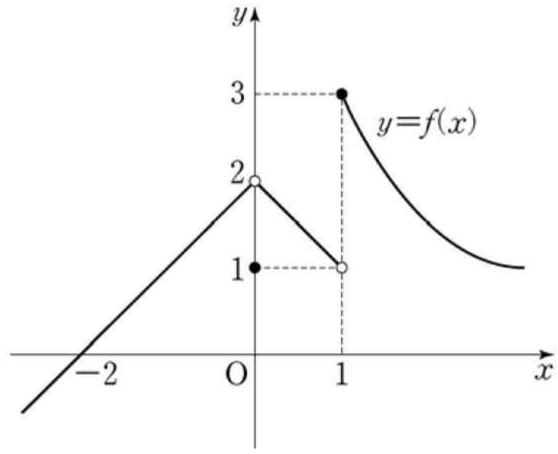


$\lim_{x\to0-}f(x)+\lim_{x\to1}f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2015 모의_공공 평가원 고3 09월 8

7. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

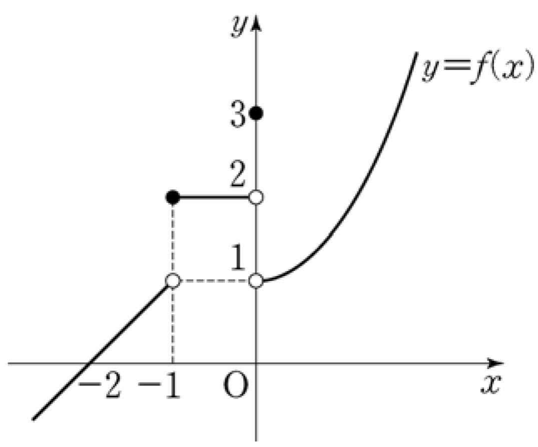


$\lim_{x\to0-}f(x)+\lim_{x\to1+}f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2015 모의_공공 평가원 고3 11월

8. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

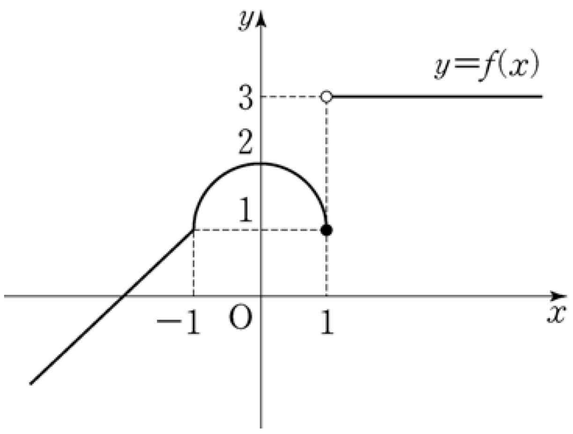


$\lim_{x\to-1-}f(x)+\lim_{x\to0+}f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2015 모의_공공 평가원 고3 06월 9

9. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

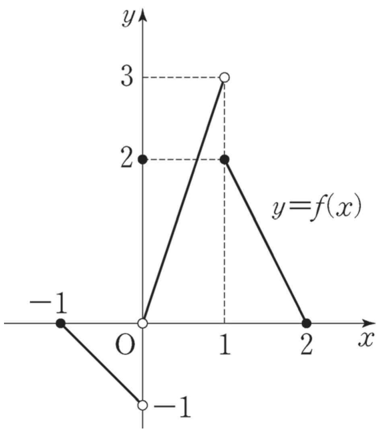


$\lim_{x\to-1} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

[출처] 2016 모의_공공 평가원 고3 06월 10

10. 닫힌구간 $[-1, 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

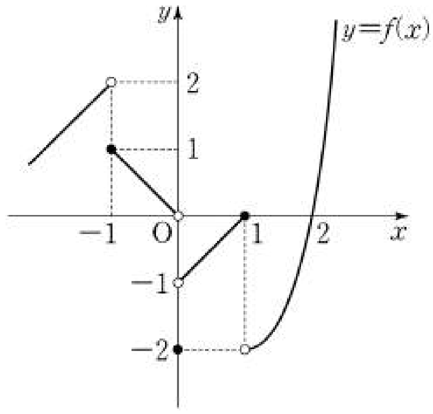


$\lim_{x\to0-} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

[출처] 2016 모의_공공 평가원 고3 09월 8

11. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

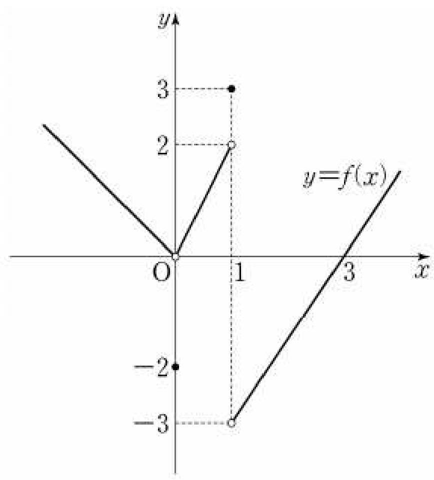


$\lim_{x\to0-} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

[출처] 2016 모의_공공 평가원 고3 11월 8

12. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

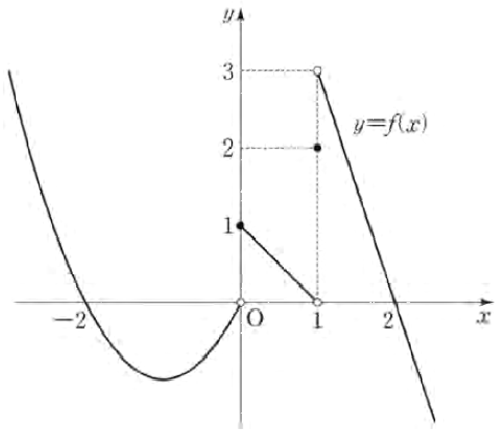


$\lim_{x\to0-} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

[출처] 2017 모의_공공 평가원 고3 11월 5

13. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

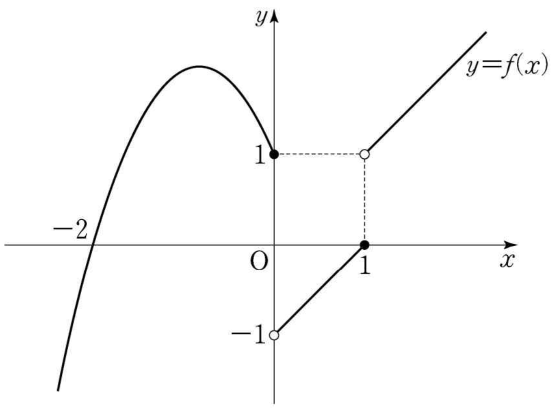


$\lim_{x\to 0-} f(x) + \lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2017 모의_공공 평가원 고3 06월 9

14. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

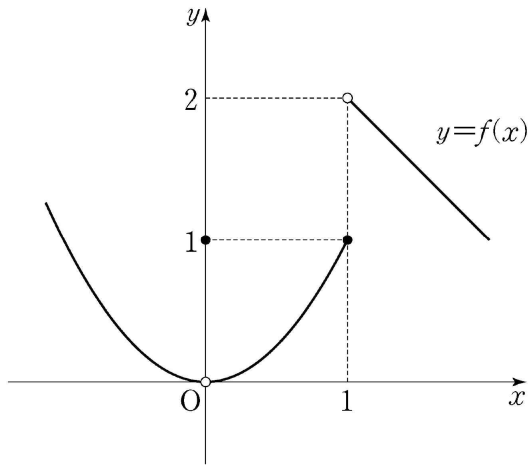


$\lim_{x\to 0-} f(x) + \lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[출처] 2017 모의_공공 평가원 고3 09월 5

15. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

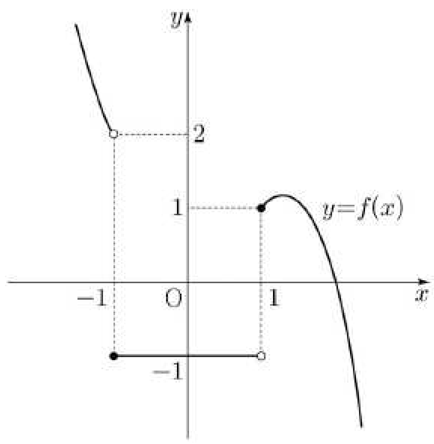


$\lim_{x\to 0} f(x) + \lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 11월 7

16. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

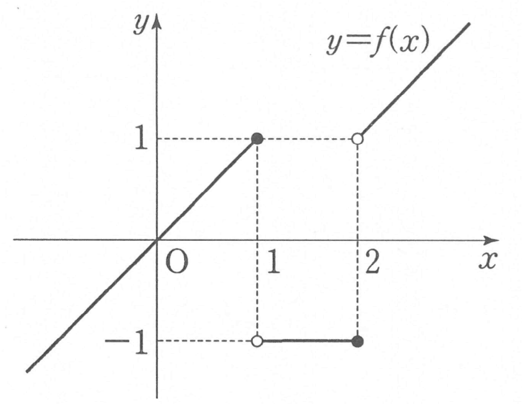


$\lim_{x\to -1-} f(x) - \lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 06월 10

17. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

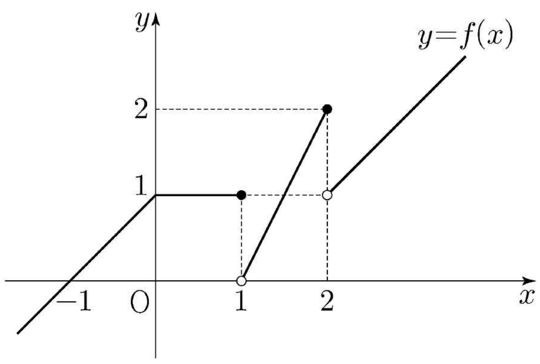


$\lim_{x\to1-}f(x)+\lim_{x\to2+}f(x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 09월 6

18. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

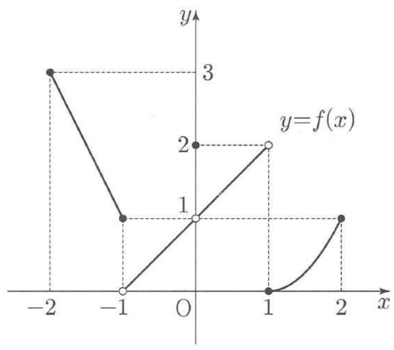


$\lim_{x\to1-}f(x)+\lim_{x\to2+}f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2019 모의_공공 평가원 고3 06월 7

19. 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

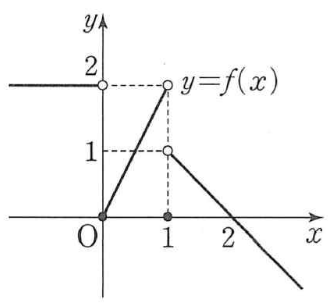


$\lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to1-}f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2019 모의_공공 평가원 고3 11월 8

20. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

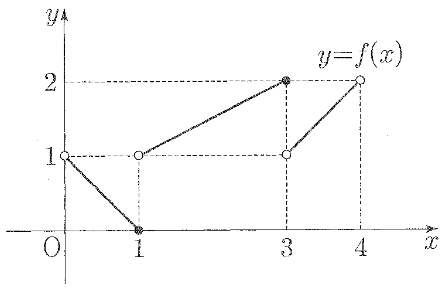


$\lim_{x\to0+}f(x)-\lim_{x\to1-}f(x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 7

21. 열린구간 $(0, 4)$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

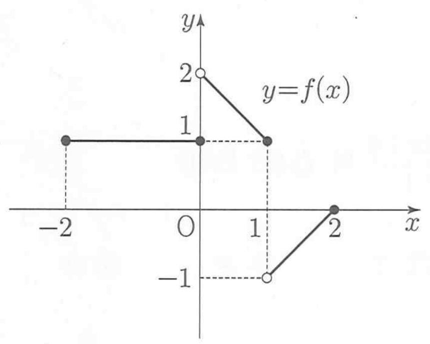


$\lim_{x\to 1+} f(x) - \lim_{x\to 3-} f(x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 6

22. 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

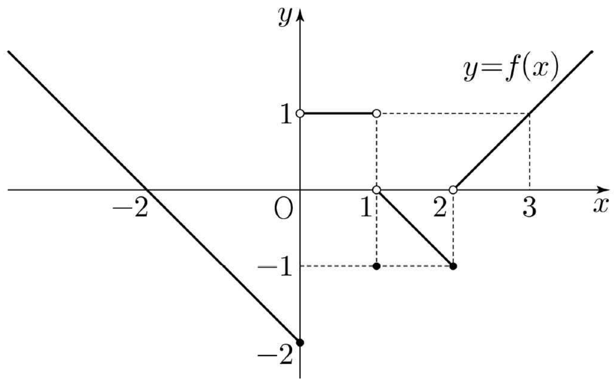


$\lim_{x\to 0+} f(x) + \lim_{x\to 2-} f(x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 06월 공통범위 4

23. 함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

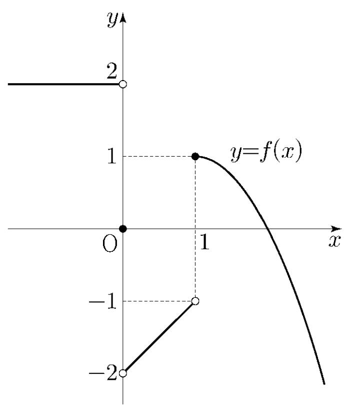


$\lim_{x\to 0-} f(x) + \lim_{x\to 2+} f(x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 예비 공통범위 4

24. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

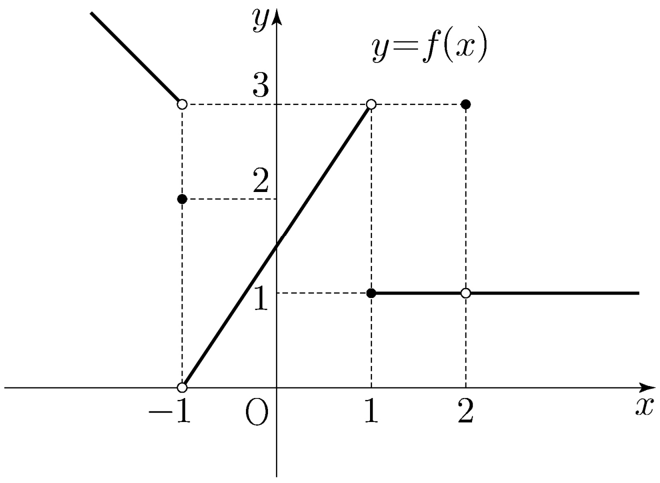


$\lim_{x\to 0-} f(x) - \lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 11월 4

25. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

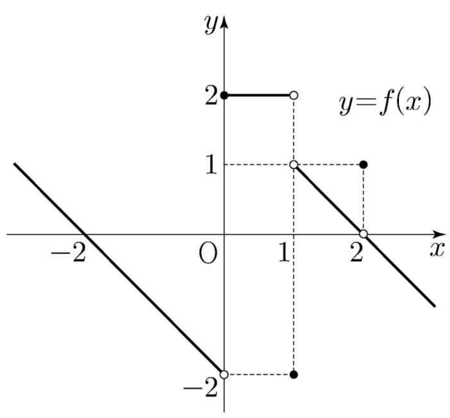


$\lim_{x \to -1-} f(x) + \lim_{x \to 2} f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 06월 공통범위 4

26. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 0-} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

04 수2 01 함수의 극한

02 극한의 성질과 계산

01 극한의 성질을 이용한 연산

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 11월 22

27. $\lim_{x \to 0} \sqrt{2x+9}$ 의 값을 구하시오.

[출처] 2014 모의_공공 평가원 고3 09월

28. $\lim_{x \to 3} \frac{x^3}{x-2}$ 의 값을 구하시오.

[출처] 2015 모의_공공 평가원 고3 06월 22

29. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+7}{x-1}$ 의 값을 구하시오.

[출처] 2017 모의_공공 평가원 고3 11월 25

30. 함수 $f(x)$가 $\lim_{x \to 1}(x+1)f(x)=1$을 만족시킬 때, $\lim_{x \to 1}(2x^2+1)f(x)=a$이다. $20a$의 값을 구하시오.

04 수2 01 함수의 극한

02 극한의 성질과 계산

02 부정형1 (0

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 09월 3

31. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-2x}{(x+1)(x-2)}$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 예비 22

32. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+9x-22}{x-2}$ 의 값을 구하시오.

[출처] 2014 모의_공공 평가원 고3 06월

33. $\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+1)}{x-2}$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2014 모의_공공 평가원 고3 11월 22

34. $\lim_{x\to 0}\frac{x(x+7)}{x}$ 의 값을 구하시오.

[출처] 2015 모의_공공 평가원 고3 11월

35. $\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(x^2+5)}{x+2}$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

[출처] 2015 모의_공공 평가원 고3 09월 5

36. $\lim_{x\to 7}\frac{(x-7)(x+3)}{x-7}$ 의 값은?

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 3

37. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+2x-8}{x-2}$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 4

38. $\lim_{x \to 2} \frac{3x^2-6x}{x-2}$ 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 4

39. $\lim_{x \to -1} \frac{x^2+9x+8}{x+1}$ 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

04 수2 01 함수의 극한

02 극한의 성질과 계산

08 부정형7 (부정형과 극한의 성질)

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 06월 9

40. 함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{x-2}=5$일 때,

$\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{\{f(x)\}^2-9}$의 값은?

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{1}{24}$

④ $\frac{1}{27}$ ⑤ $\frac{1}{30}$

04 수2 01 함수의 극한

03 극한식의 해석

01 해석1 (미정계수 결정, 0

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 06월 25

41. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2}=b$일 때,

$10a+4b$의 값을 구하시오.

[출처] 2015 모의_공공 평가원 고3 06월 7

42. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to 1}\frac{4x-a}{x-1}=b$일 때, $a+b$의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10

④ 11 ⑤ 12

04 수2 01 함수의 극한

03 극한식의 해석

03 해석3 (차수를 이용한 다항식 결정)

[출처] 2014 모의_공공 평가원 고3 06월

43. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)-x^3}{x^2} = -11, \quad \lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{x-1} = -9$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \to \infty} xf\left(\frac{1}{x}\right)$의 값을 구하시오.

[출처] 2015 모의_공공 평가원 고3 09월 28

44. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)-x^3}{3x} = 2$

(나) $\lim_{x \to 0} f(x) = -7$

[출처] 2017 모의_공공 평가원 고3 09월 12

45. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2$

(나) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 3$

$f(2)$의 값은?

① 11 ② 14 ③ 17

④ 20 ⑤ 23

[출처] 2019 모의_공공 평가원 고3 06월 20

46. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은?

> $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6$, $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^n}=4$인 자연수 n이 존재한다.

① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

04 수2 01 함수의 극한

03 극한식의 해석

04 해석4 (인수를 이용한 다항식의 결정)

[출처] 2014 모의_공공 평가원 고3 06월

47. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g(1)=0$
>
> (나) $\lim_{x \to n} \frac{f(x)}{g(x)}=(n-1)(n-2)$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ 4)$

$g(5)$의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

[출처] 2016 모의_공공 평가원 고3 11월 18

48. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)}=\frac{3}{5}$$

을 만족시킨다. 방정식 $f(x)=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $|\alpha-\beta|$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2019 모의_공공 평가원 고3 11월 14

49. 상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 최댓값은?

(가) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)g(x)}{x^3}=2$

(나) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{f(x)g(x)}{x^2}=-4$

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10⑤ 12

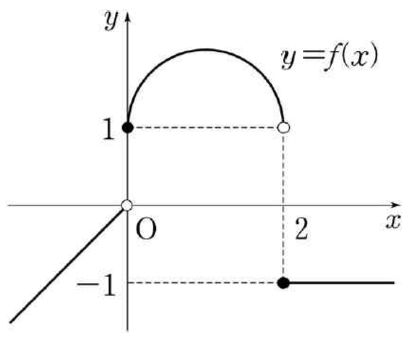
04 수2 02 함수의 연속성

01 함수의 연속성

02 연속성2 (연속성 판단)

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 06월 11

50. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\displaystyle\lim_{x\to 0+}f(x)=1$

ㄴ. $\displaystyle\lim_{x\to 2-}f(x)=-1$

ㄷ. 함수 $|f(x)|$는 $x=2$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

04 수2 02 함수의 연속성

01 함수의 연속성

03 연속성3 (연속조건 해석)

[출처] 2016 모의_공공 평가원 고3 09월 10

51. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to 2} \frac{(x^2-4)f(x)}{x-2} = 12$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2019 모의_공공 평가원 고3 09월 23

52. 함수 $f(x)$가 $x=2$에서 연속이고

$$\lim_{x \to 2-} f(x) = a+2, \ \lim_{x \to 2+} f(x) = 3a-2$$

를 만족시킬 때, $a+f(2)$의 값을 구하시오.
(단, a는 상수이다.)

04 수2 02 함수의 연속성

01 함수의 연속성

04 연속성4 (분수식)

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 06월 28

53. 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $\dfrac{x}{f(x)}$는 $x=1$, $x=2$에서 불연속이다.

(나) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=4$

$f(4)$의 값을 구하시오.

04 수2 02 함수의 연속성

01 함수의 연속성

05 연속성5 (구간정의함수)

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 09월 7

54. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x\le 1) \\ -x+a & (x>1)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0

④ 2 ⑤ 4

[출처] 2014 모의_공공 평가원 고3 11월 23

55. 함수 $f(x)=\begin{cases}2x+10 & (x<1)\\ x+a & (x\geq 1)\end{cases}$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값을 구하시오.

[출처] 2016 모의_공공 평가원 고3 06월 9

56. 함수

$$f(x)=\begin{cases}4x^2-a & (x<1)\\ x^3+a & (x\geq 1)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{3}{2}$　② 2　③ $\frac{5}{2}$
④ 3　⑤ $\frac{7}{2}$

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 11월 26

57. 함수

$$f(x)=\begin{cases}-3x+a & (x\leq 1)\\ \dfrac{x+b}{\sqrt{x+3}-2} & (x>1)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 09월 공통범위 4

58. 함수

$$f(x)=\begin{cases}2x+a & (x\leq -1)\\ x^2-5x-a & (x>-1)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 예비 공통범위 7

59. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x-4 & (x<a) \\ x+3 & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0

④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 06월 공통범위 6

60. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} x+a & (x<-1) \\ x & (-1 \leq x<3) \\ bx-2 & (x \geq 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값은?

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3

④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

04 수2 02 함수의 연속성

01 함수의 연속성

06 연속성6 (점정의함수)

[출처] 2014 모의_공공 평가원 고3 06월

61. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x+5 & (x\neq 1) \\ a & (x=1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8

④ 9 ⑤ 10

[출처] 2014 모의_공공 평가원 고3 09월

62. 함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{(3x+2)(x-3)}{x-3} & (x\neq 3) \\ a & (x=3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

[출처] 2017 모의_공공 평가원 고3 06월 14

63. 함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-5x+a}{x-3} & (x\neq 3) \\ b & (x=3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.)

① 1 ② 3 ③ 5

④ 7 ⑤ 9

04 수2 02 함수의 연속성

01 함수의 연속성

08 연속성8 (주기함수)

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 예비 11

64. 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$를 만족시키고,

$$f(x)=\begin{cases} ax+1 & (-1 \le x < 0) \\ 3x^2+2ax+b & (0 \le x < 1) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

04 수2 02 함수의 연속성

01 함수의 연속성

09 연속성9 (함수의 사칙연산)

[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 11월 28

65. 함수

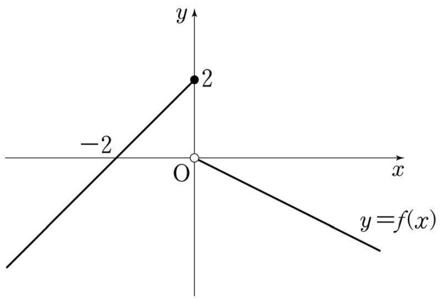
$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x \le 0) \\ -\dfrac{1}{2}x+7 & (x > 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$가 $x=a$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오.

함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x \le 0) \\ -\dfrac{1}{2}x & (x>0) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다. 다음 물음에 답하시오.



[출처] 2013 모의_공공 평가원 고3 06월 13

66. 함수 $g(x)=f(x)\{f(x)+k\}$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 상수 k의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

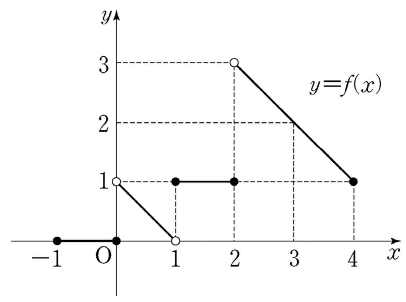
04 수2 02 함수의 연속성

01 함수의 연속성

10 연속성10 (합성함수)

[출처] 2014 모의_공공 평가원 고3 06월

67. 닫힌구간 $[-1,\ 4]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to1-} f(x) < \lim_{x\to1+} f(x)$

ㄴ. $\lim_{t\to\infty} f\left(\dfrac{1}{t}\right)=1$

ㄷ. 함수 $f(f(x))$ 는 $x=3$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

04 수2 02 함수의 연속성

01 함수의 연속성

11 연속성11 (추론과 해석)

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 06월 29

68. 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax+b & (x<1) \\ cx^2+\frac{5}{2}x & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의 x좌표가 각각 -1, 1, 2일 때, $2a+4b-10c$의 값을 구하시오.
(단, a, b, c는 상수이다.)

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 11월 12

69. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\{f(x)\}^3-\{f(x)\}^2-x^2f(x)+x^2=0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때, $f\left(-\frac{4}{3}\right)+f(0)+f\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은?

① $\frac{1}{2}$　② 1　③ $\frac{3}{2}$　④ 2　⑤ $\frac{5}{2}$

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 06월 공통범위 22

70. 두 양수 a, $b(b>3)$과 최고차항의 계수가 1인

이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases}(x+3)f(x) & (x<0)\\(x+a)f(x-b) & (x\geq 0)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$의 값을 구하시오.

$\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{\lvert g(x)\rvert+\{g(t)\}^2}-\lvert g(t)\rvert}{(x+3)^2}$의 값이 존재하지 않는 실수 t의 값은 -3과 6뿐이다.

04 수2 02 함수의 연속성

02 연속함수의 성질과 활용

02 불연속 후보군2 (연속X불연속)

[출처] 2015 모의_공공 평가원 고3 11월

71. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases}x+3 & (x\leq a)\\x^2-x & (x>a)\end{cases},\quad g(x)=x-(2a+7)$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱을 구하시오.

04 수2 02 함수의 연속성

02 연속함수의 성질과 활용

03 불연속 후보군3 (불연속X불연속)

[출처] 2019 모의_공공 평가원 고3 06월 15

72. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases}-2x+3 & (x<0)\\ -2x+2 & (x\geq 0)\end{cases},\ g(x)=\begin{cases}2x & (x<a)\\ 2x-1 & (x\geq a)\end{cases}$$

가 있다. 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0

④ 1 ⑤ 2

04 수2 02 함수의 연속성

02 연속함수의 성질과 활용

04 불연속 후보군4 (합성함수)

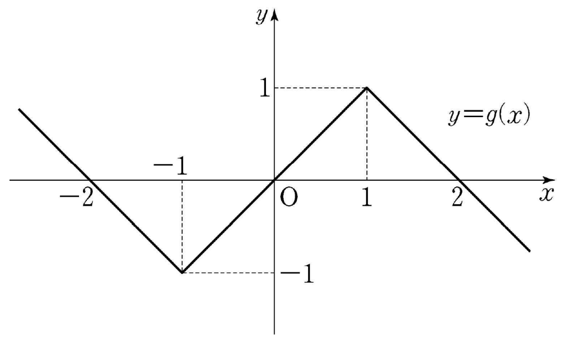
[출처] 2017 모의_공공 평가원 고3 09월 21

73. 실수 a, b, c와 두 함수

$$f(x)=\begin{cases}x+a & (x<-1)\\ bx & (-1\leq x<1)\\ x+c & (x\geq 1)\end{cases},$$

$$g(x)=|x+1|-|x-1|-x$$

에 대하여, 합성함수 $g\circ f$는 실수전체의 집합에서 정의된 역함수를 갖는다. $a+b+2c$의 값은?



① 2 ② 1 ③ 0

④ -1 ⑤ -2

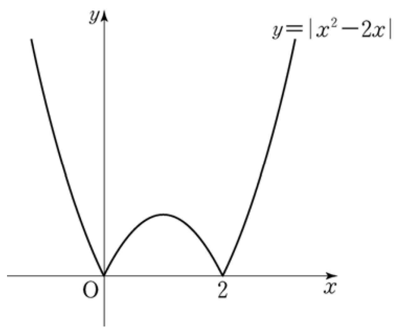
04 수2 02 함수의 연속성

02 연속함수의 성질과 활용

06 활용1 (교점의 개수로 정의된 함수)

[출처] 2015 모의_공공 평가원 고3 06월 29

74. 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 곡선 $y=|x^2-2x|$와 만나는 점의 개수를 $f(t)$라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(t)$에 대하여 함수 $f(t)g(t)$가 모든 실수 t에서 연속일 때, $f(3)+g(3)$의 값을 구하시오.



[수학2] [극한] 평가원 최근 10개년(빠른 정답)

년도별경향 2022.12.19

1. [정답] ③
2. [정답] ②
3. [정답] ①
4. [정답] ④
5. [정답] ⑤

6. [정답] ④
7. [정답] ⑤
8.[정답] ②
9. [정답] ④
10. [정답] ①

11. [정답] ①
12. [정답] ③
13. [정답] ③
14. [정답] ⑤
15. [정답] ④

16. [정답] ④
17. [정답] ⑤
18. [정답] ②
19. [정답] ②
20. [정답] ①

21. [정답] ②
22. [정답] ⑤
23. [정답] ①
24. [정답] ④
25. [정답] ④

26. [정답] ②
27. [정답] **3**
28. [정답] **27**
29. [정답] **11**
30. [정답] **30**

31. [정답] ④
32. [정답] 13
33. [정답] ③
34. [정답] **7**
35.[정답] ③

36. [정답] ③
37. [정답] ③
38. [정답] ①
39. [정답] ②
40. [정답] ⑤

41. [정답] 21
42. [정답] ①
43. [정답] 10
44. [정답] **13**
45. [정답] ②

46. [정답] ③
47. [정답] ⑤
48. [정답] ④
49. [정답] ③
50. [정답] ③

51. [정답] ③
52. [정답] 6
53. [정답] **24**
54. [정답] ⑤
55. [정답] **11**

56. [정답] ①
57. [정답] **6**
58. [정답] ④
59. [정답] ④
60. [정답] ⑤

61. [정답] ②
62. [정답] **11**
63. [정답] ④
64. [정답] ③
65. [정답] **13**

66. [정답] ①
67. [정답] ③
68. [정답] 20
69. [정답] ③
70. [정답] 19

71.[정답] **21**

72. [정답] ④

73. [정답] ②

74. [정답] 8

[수학2] [극한] 평가원 최근 10개년(해설)

년도별경향 2022.12.19

1) [정답] ③

[해설]

그래프에서 $\lim_{x\to -1-} f(x)=3,\ \lim_{x\to 0+} f(x)=0$

$\therefore \lim_{x\to -1-} f(x)+\lim_{x\to +} f(x)=3$

2) [정답] ②

[해설]

$\lim_{x\to 0+} f(x)=\lim_{x\to 0-} f(x)=3$

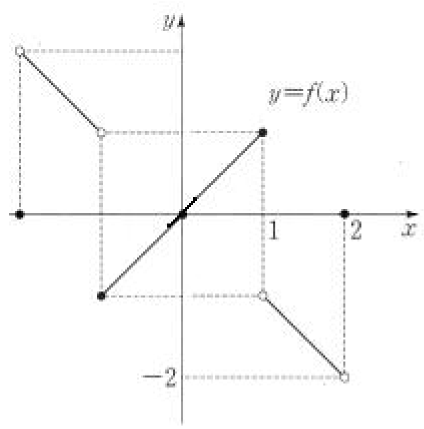
$\therefore \lim_{x\to 0} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(x)$

$=3+1=4$

3) [정답] ①

[해설]

문제의 주어진 그래프와 $f(-x)=-f(x)$은 기함수라는 의미이며 원점에 대하여 대칭인 모양의 그래프이므로 아래와 같다.



$\lim_{x\to -1+} f(x)=-1,\ \lim_{x\to 2-} f(x)=-2,$

$-1+(-2)=-3,\qquad \therefore\ -3$

4) [정답] ④

[해설]

$x\to 0-$일 때, $f(x)\to 2$이므로 $\lim_{x\to 0-} f(x)=2$

또, $x\to 1+$일 때, $f(x)\to 2$이므로 $\lim_{x\to 1+} f(x)=2$

따라서

$\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(x)=2+2=4$

5) [정답] ⑤

[해설]

그래프에서 $\lim_{x\to -1-0} f(x)=2,\ \lim_{x\to 1+0} f(x)=3$

따라서 구하는 값은 $2+3=5$

6) [정답] ④

[해설]

$\lim_{x\to -0} f(x)+\lim_{x\to 1} f(x)=2+2=4$

7) [정답] ⑤

[해설]

$\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(x)=2+3=5$

8)[정답] ②

[해설]

$\lim_{x\to -1-} f(x)=1,\ \lim_{x\to 0+} f(x)=1$이므로

$\lim_{x\to -1-} f(x)+\lim_{x\to 0+} f(x)=1+1=2$

9) [정답] ④

[해설]

$x\to -1$일 때, $f(x)\to 1$이므로

$\lim_{x\to -1} f(x)=1$

또, $x\to 1+$일 때, $f(x)\to 3$이므로

$\lim_{x\to1+} f(x)=3$

따라서,

$\lim_{x\to-1} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)=1+3=4$

10) [정답] ①

[해설]

$\lim_{x\to0-} f(x)=-1$, $\lim_{x\to1+} f(x)=2$이므로

$\lim_{x\to0-} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)=-1+2=1$

11) [정답] ①

[해설]

$\lim_{x\to0-} f(x)=0$, $\lim_{x\to1+} f(x)=-2$ 이므로

$\lim_{x\to0-} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)=0+(-2)=-2$

12) [정답] ③

[해설]

$\lim_{x\to0-} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)=0+(-3)=-3$

13) [정답] ③

[해설]

$x\to0-$일 때, $f(x)\to0$이므로

$\lim_{x\to0-} f(x)=0$

또, $x\to1+$일 때, $f(x)\to3$이므로

$\lim_{x\to1+} f(x)=3$

따라서

$\lim_{x\to0-} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)=0+3=3$

14) [정답] ⑤

[해설]

$\lim_{x\to0-} f(x)=1$, $\lim_{x\to1+} f(x)=1$ 이므로

$\lim_{x\to0-} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)=1+1=2$

15) [정답] ④

[해설]

$x\to0$일 때, $f(x)\to0$이므로

$\lim_{x\to0} f(x)=0$

또, $x\to1+$일 때, $f(x)\to2$이므로

$\lim_{x\to1+} f(x)=2$

따라서

$\lim_{x\to0} f(x)+\lim_{x\to1+} f(x)=0+2=2$

16) [정답] ④

[해설]

$\lim_{x\to-1-} f(x)=2$, $\lim_{x\to1+} f(x)=1$

따라서

$\lim_{x\to-1-} f(x)-\lim_{x\to1+} f(x)=2-1=1$

17) [정답] ⑤

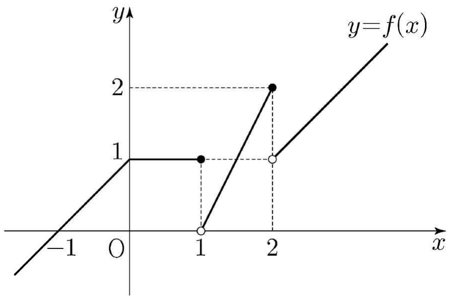
[해설]

$x\to1-$ 일 때, $f(x)\to1$ 이고 $x\to2+$ 일 때, $f(x)\to1$ 이다.

따라서 $\lim_{x\to1-} f(x)+\lim_{x\to2+} f(x)=2$

18) [정답] ②

[해설]

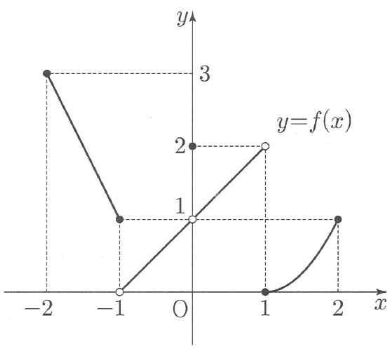


그래프에서 $\lim_{x\to1-}f(x)=1$, $\lim_{x\to2+}f(x)=1$이므로

$$\therefore \lim_{x\to1-}f(x)+\lim_{x\to2+}f(x)=1+1=2$$

19) [정답] ②

[해설]



위의 그래프에서 $x\to-1+$인 경우 $\lim_{x\to-1+}f(x)=0$

$x\to1-$인 경우 $\lim_{x\to1-}f(x)=2$

$$\therefore \lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to1-}f(x)=0+2=2$$

20) [정답] ①

[해설]

주어진 그래프에서

$\lim_{x\to0+}f(x)=0$, $\lim_{x\to1-}f(x)=2$

이므로

$\lim_{x\to0+}f(x)-\lim_{x\to1-}f(x)=0-2=-2$

21) [정답] ②

[해설]

$x\to1+$일 때, $f(x)\to1$이므로

$\lim_{x\to1+}f(x)=1$

또, $x\to3$일 때, $f(x)\to2$이므로

$\lim_{x\to3-}f(x)=2$

따라서,

$\lim_{x\to1+}f(x)-\lim_{x\to3-}f(x)=1-2=-1$

22) [정답] ⑤

[해설]

$\lim_{x\to0+}f(x)=2$, $\lim_{x\to2-}f(x)=0$

이므로

$\lim_{x\to0+}f(x)+\lim_{x\to2-}f(x)$

$=2+0$

$=2$

23) [정답] ①

[해설]

그래프에서 $x\to0-$일 때 $f(x)\to-2$이므로

$\lim_{x\to0-}f(x)=-2$

$x\to2+$일 때 $f(x)\to0$이므로 $\lim_{x\to2+}f(x)=0$

$$\therefore \lim_{x\to0-}f(x)+\lim_{x\to2+}f(x)=-2+0=-2$$

24) [정답] ④

[해설]

$\lim_{x\to0-}f(x)-\lim_{x\to1+}f(x)=2-1=1$

25) [정답] ④

[해설]

$x\to-1-$일 때, $f(x)\to3$이므로 $\lim_{x\to-1-}f(x)=3$

또, $x\to2$일 때, $f(x)\to1$이므로 $\lim_{x\to2}f(x)=1$

따라서,

$\lim_{x\to-1-}f(x)+\lim_{x\to2}f(x)=3+1=4$

26) [정답] ②

[해설]

$x\to 0-$일 때 $f(x)\to -2$이고

$x\to 1+$일 때 $f(x)\to 1$이므로

$\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim f(x)$

$=(-2)+1=-1$

27) [정답] **3**

[해설]

$$\lim_{x\to 0}\sqrt{2x+9}=\sqrt{9}=3$$

28) [정답] **27**

[해설]

$$\frac{27}{3-2}$$

29) [정답] **11**

[해설]

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+7}{x-1}=\frac{2^2+7}{2-1}=11$$

30) [정답] **30**

[해설]

$(x+1)f(x)=g(x)$로 놓으면 $\lim_{x\to 1}g(x)=1$이고 $x\neq -1$일 때,

$$f(x)=\frac{g(x)}{x+1}$$

$$\therefore \lim_{x\to 1}(2x^2+1)f(x)=\lim_{x\to 1}(2x^2+1)\times\frac{g(x)}{x+1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{2x^2+1}{x+1}\times\lim_{x\to 1}g(x)$$

$$=\frac{3}{2}\times 1=\frac{3}{2}$$

따라서 $a=\frac{3}{2}$이므로 $20a=20\times\frac{3}{2}=30$

31) [정답] ④

[해설]

$$\lim_{x\to 2}\frac{x(x-2)}{(x+1)(x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x}{x+1}=\frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{2}{3}$$

32) [정답] 13

[해설]

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+9x-22}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+11)}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}(x+11)$$

$$=13$$

33) [정답] ③

[해설]

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+1)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x+1)=2+1=3$$

34) [정답] **7**

[해설]

$$\lim_{x\to 0}\frac{x(x+7)}{x}=\lim_{x\to 0}(x+7)=0+7=7$$

35)[정답] ③

[해설]

$$\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(x^2+5)}{x+2}=\lim_{x\to -2}(x^2+5)=(-2)^2+5=9$$

36) [정답] ③

[해설]

$$\lim_{x\to 7}\frac{(x-7)(x+3)}{x-7}=\lim_{x\to 7}(x+3)=10$$

37) [정답] ③

[해설]

$$\lim_{x\to2}\frac{x^2+2x-8}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x+4)(x-2)}{x-2}$$
$$=\lim_{x\to2}(x+4)$$
$$=6$$

38) [정답] ①

[해설]

$$\lim_{x\to2}\frac{3x^2-6x}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{3x(x-2)}{x-2}$$
$$=\lim_{x\to2}3x$$
$$=6$$

39) [정답] ②

[해설]

$$\lim_{x\to-1}\frac{x^2+9x+8}{x+1}$$
$$=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x+8)}{x+1}$$
$$=\lim_{x\to-1}(x+8)$$
$$=-1+8$$
$$=7$$

40) [정답] ⑤

[해설]

$\lim_{x\to2}\frac{f(x)-3}{x-2}=5$에서 $x\to2$일 때 (분모)$\to0$이고 극한값이 존재하므로 (분자)$\to0$이다.

즉 $\lim_{x\to2}\{f(x)-3\}=0$이므로

$\lim_{x\to2}f(x)=3$

$$\therefore\lim_{x\to2}\frac{x-2}{\{f(x)\}^2-9}=\lim_{x\to2}\frac{x-2}{\{f(x)-3\}\{f(x)+3\}}$$
$$=\lim_{x\to2}\frac{x-2}{f(x)-3}\times\lim_{x\to2}\frac{1}{f(x)+3}$$
$$=\lim_{x\to2}\frac{1}{\frac{f(x)-3}{x-2}}\times\lim_{x\to2}\frac{1}{f(x)+3}$$
$$=\frac{1}{5}\times\frac{1}{3+3}=\frac{1}{30}$$

41) [정답] 21

[해설]

$\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2}=b$ 에서

$\sqrt{2+a}=2,\quad a=2$

$$\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}\times\frac{\sqrt{x+2}+2}{\sqrt{x+2}+2}=\lim_{x\to2}\frac{1}{\sqrt{x+2}+2}=\frac{1}{4}=b$$

$10a+4b=21$

42) [정답] ①

[해설]

$x\to1$일 때, (분모)$\to0$이고 극한값이 존재하므로

(분자)$\to0$이다.

그러므로

$\lim_{x\to1}(4x-a)=0$

$4-a=0$

$\therefore\ a=4$

이 값을 주어진 식에 대입하면

$$\lim_{x\to1}\frac{4x-4}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{4(x-1)}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to1}4=4$$

$\therefore\ b=4$

따라서, $a+b=4+4=8$

43) [정답] 10

[해설]

$f(x)$가 다항함수이고 $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^3}{x^2}=-11$

에서 $\frac{\infty}{\infty}$의 꼴이어야 하므로

$f(x)=x^3-11x^2+ax+b\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=-9$에서 $\frac{0}{0}$의 꼴이어야

하므로 $f(1)=0$, $f'(1)=-9$

$f(1)=1-11+a+b=0$에서

$a+b=10\cdots$㉠

또, $f'(x)=3x^2-22x+a$이므로

$f'(1)=3-22+a=-9$

$\therefore\ a=10$

$a=10$을 ㉠에 대입하면 $b=0$ $\therefore$ $f(x)=x^3-11x^2+10x$

$t=\dfrac{1}{x}$이라 하면 $x\to\infty$일 때 $t\to0$이고 다항함수이므로 모든 실수에서 미분가능하기 때문에

$$\lim_{x\to\infty}xf\left(\frac{1}{x}\right)=\lim_{t\to0}\frac{f(t)}{t}=f'(0)=10$$

44) [정답] **13**

[해설]

$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^3}{3x}=2$ 로부터

$f(x)-x^3=6x+a$를 $f(x)=x^3+6x+a$ (a는 상수)라 놓을 수 있다.

$\displaystyle\lim_{x\to0}f(x)=-7$

$\displaystyle\lim_{x\to0}(x^3+6x+a)=-7$

$a=-7$

$\therefore\ f(x)=x^3+6x-7$

$\therefore\ f(2)=13$

45) [정답] ②

[해설]

조건 (가)에 의하여 다항함수 $f(x)$는 $f(x)=2x^2+ax+b$ (a, b는 상수)로 놓을 수 있다.

조건 (나)에 의하여

$x\to0$일 때 (분모) $\to0$이므로 (분자) $\to0$이어야 하므로

$\displaystyle\lim_{x\to0}(2x^2+ax+b)=b=0$

이때,

$$\lim_{x\to0}\frac{2x^2+ax}{x}=\lim_{x\to0}(2x+a)=a=3$$

이므로

$f(x)=2x^2+3x$

따라서

$f(2)=2\times2^2+3\times2=14$

46) [정답] ③

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x^n}=4 \qquad \cdots\cdots ㉡$$

(i) $n=1$인 경우

㉠에 의하여 $f(x)=4x^3+3x^2+ax+b$

㉡에 대입하면

$$\lim_{x\to0}\left(4x^2+3x+a+\frac{b}{x}\right)=4$$

$\therefore a=4$, $b=0$

따라서 $f(x)=4x^3+3x^2+4x$이므로 $f(1)=11$

(ii) $n=2$인 경우

㉠에 의하여 $f(x)=10x^3+ax^2+bx+c$

㉡에 대입하면

$$\lim_{x\to0}\left(10x+a+\frac{b}{x}+\frac{c}{x^2}\right)=4$$

$\therefore a=4$, $b=0$, $c=0$

따라서 $f(x)=10x^3+4x^2$이고 $f(1)=14$

(iii) $n\geq3$인 경우

㉠에 의하여

$f(x)=6x^{n+1}+g(x)$ ($g(x)$는 n차 이하의 다항함수)

㉡에 대입하면 $\displaystyle\lim_{x\to0}\left(6x+\frac{g(x)}{x^n}\right)=4$이므로

$\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{g(x)}{x^n}=4$ $\quad\therefore g(x)=4x^n$

따라서 $f(x)=6x^{n+1}+4x^n\,(n\geq3)$이므로 $f(1)=10$

(i), (ii), (iii)에 의하여 $f(1)$의 최댓값은 14

47) [정답] ⑤

[해설]

$n=1$일 때, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{g(x)}=0$ ……㉠

$n=2$일 때, $\lim_{x\to2}\frac{f(x)}{g(x)}=0$ ……㉡

$n=3$일 때, $\lim_{x\to3}\frac{f(x)}{g(x)}=2$ ……㉢

$n=4$일 때, $\lim_{x\to4}\frac{f(x)}{g(x)}=6$ ……㉣

조건 ㈎에서 $g(1)=0$이므로 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$는 $g(x)=(x-1)(x^2+ax+b)$로 놓을 수있다.

따라서 ㉠, ㉡에서 $f(x)=(x-1)^2(x-2)$이고

㉢에서 $\frac{f(3)}{g(3)}=\frac{2}{9+3a+b}=2$이므로 $3a+b+8=0$… ㉤

㉣에서 $\frac{f(4)}{g(4)}=\frac{6}{16+4a+b}=6$이므로

$4a+b+15=0$… ㉥

㉤, ㉥을 연립하여 풀면 $a=-7$, $b=13$

$\therefore\ g(x)=(x-1)(x^2-7x+13)$

따라서 구하는 $g(5)$의 값은 $4\times3=12$

48) [정답] ④

[해설]

$\lim_{x\to a}f(x)\neq0$ 이면

$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)}=1\neq\frac{3}{5}$ 이므로

$\lim_{x\to a}f(x)=f(a)=0$

따라서 $a=\alpha$ 라 하면

$f(x)=(x-\alpha)(x-\beta)$ 이므로

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)}=\lim_{x\to\alpha}\frac{(x-\alpha)(x-\beta)-(x-\alpha)}{(x-\alpha)(x-\beta)+(x-\alpha)}$$
$$=\lim_{x\to\alpha}\frac{(x-\beta)-1}{(x-\beta)+1}$$
$$=\frac{\alpha-\beta-1}{\alpha-\beta+1}=\frac{3}{5}$$

즉, $5(\alpha-\beta)-5=3(\alpha-\beta)+3$

$2(\alpha-\beta)=8$ 이므로 $|\alpha-\beta|=4$

49) [정답] ③

[해설]

$f(x)$, $g(x)$가 다항함수이면 $f(x)g(x)$도 다항함수이므로 조건 (가)에 의하여

$f(x)g(x)=2x^3+ax^2+bx+c$ (a, b, c는 상수)

로 놓을 수 있다.

조건 (나)에서 $\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)}{x^2}=-4$

$x\to0$일 때 (분모)$\to0$이고 극한값이 존재하므로 (분자)$\to0$이어야 한다.

$\lim_{x\to0}f(x)g(x)=\lim_{x\to0}(2x^3+ax^2+bx+c)=c=0$

즉, $f(x)g(x)=2x^3+ax^2+bx$이고

$\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)}{x^2}=\lim_{x\to0}\frac{2x^3+ax^2+bx}{x^2}=\lim_{x\to0}\left(2x+a+\frac{b}{x}\right)$의 값이 존재하므로 $b=0$이다.

$\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)}{x^2}=\lim_{x\to0}\frac{2x^3+ax^2}{x^2}=\lim_{x\to0}(2x+a)=a=-4$이므로

$f(x)g(x)=2x^3-4x^2=2x^2(x-2)$

상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(2)$의 값은

$f(x)=2x^2$, $g(x)=x-2$

일 때 최대가 된다.

따라서 구하는 $f(2)$의 최댓값은 $f(x)=2\times2^2=8$

50) [정답] ③

[해설]

ㄱ. $\lim_{x\to0+}f(x)=1$이므로 ㄱ은 참.

ㄴ. $\lim_{x\to2-}f(x)=1$이므로 ㄴ은 거짓.

ㄷ. $|f(2)|=|-1|=1$이고

$\lim_{x\to2-}|f(x)|=|1|=1$,

$\lim_{x\to2+}|f(x)|=|-1|=1$

이므로 $|f(x)|$는 $x=0$에서 연속이다. 따라서 ㄷ은 참.

그러므로 옳은 것은 ㄱ,ㄷ이다.

51) [정답] ③

[해설]

함수 $f(x)$가 연속함수이므로

$$\lim_{x\to2}f(x)=f(2)$$

따라서,

$$\lim_{x\to2}\frac{(x^2-4)f(x)}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x+2)f(x)}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to2}(x+2)f(x)$$

$$=\lim_{x\to2}(x+2)\times\lim_{x\to2}f(x)$$

$$=4f(2)=12$$

이므로 $f(2)=3$

52) [정답] 6

[해설]

$x=2$에서 연속이므로 $a+2=3a-2$이다. 따라서 $a=2$이고 $f(2)=\lim\limits_{x\to2}4$이다.

53) [정답] 24

[해설]

조건 (가)에서 $f(x)=a(x-1)(x-2)\,(a\neq0)$이라 하자.

조건 (나)에서

$$\lim_{x\to2}\frac{f(x)}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{a(x-1)(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to2}a(x-1)=a$$

이므로 $a=4$

따라서 $f(x)=4(x-1)(x-2)$이므로

$f(4)=4\times3\times2=24$

54) [정답] ⑤

[해설]

문제에 주어진 문장인 $f(x)=\begin{cases}x+2 & (x\le1)\\ -x+a & (x>1)\end{cases}$가 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $\lim\limits_{x\to1+}f(x)=\lim\limits_{x\to1-}f(x)$이 되면 된다.

$$1+2=-1+a\ \ \therefore\ a=4$$

55) [정답] 11

[해설]

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이려면 $x=1$에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x\to1-}f(x)=\lim_{x\to1+}f(x)=f(1)$$

이 성립해야 한다.

$$\lim_{x\to1-}f(x)=\lim_{x\to1-}(2x+10)=12$$

$$\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to1+}(x+a)=1+a$$

$$f(1)=1+a$$

이므로 $12=1+a$

따라서 $a=11$

56) [정답] ①

[해설]

함수 $f(x)$는 $x\neq1$일 때, 다항함수이므로 $x\neq1$일 때 연속이다. 그러므로 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이면 실수 전체의 집합에서 연속이다. 이때,

$$\lim_{x\to1-}f(x)=\lim_{x\to1-}(4x^2-a)=4-a\cdots\cdots㉠$$

$$\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to1+}(x^3+a)=1+a\ \cdots\cdots㉡$$

$$f(1)=1+a\qquad\cdots\cdots㉢$$

위의 ㉠, ㉡, ㉢의 값이 같아야 하므로

$$4-a=1+a$$

$$a=\frac{3}{2}$$

57) [정답] 6

[해설]

$$\lim_{x\to1-}f(x)=\lim_{x\to1-}(-3x+a)$$

$$=-3+a\qquad\cdots\cdots㉠$$

$\lim\limits_{x\to1+}f(x)=\lim\limits_{x\to1+}\dfrac{x+b}{\sqrt{x+3}-2}$에서 (분모)$\to0$이므로 (분자)$\to0$이어야 한다.

즉, $1+b=0\quad\therefore b=-1$

준식에 대입하면

$$\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to1+}\frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$$

$$=\lim_{x\to1+}\frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)}$$

$$= \lim_{x \to 1+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(x+3)-4}$$

$$= \lim_{x \to 1+} (\sqrt{x+3}+2)$$

$$= 2+2=4 \quad \cdots\cdots \text{ㄴ}$$

$$f(1) = -3+a \quad \cdots\cdots \text{ㄷ}$$

함수 $f(x)$가 $x=1$에서 연속이어야 하므로 ㄱ, ㄴ에서 $\lim_{x \to 1-} f(x) = \lim_{x \to 1+} f(x) = f(1)$를 만족해야 한다.

따라서 $-3+a=4$이므로 $a=7$

$$\therefore a+b = 7+(-1) = 6$$

58) [정답] ④

[해설]

함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 연속이면 실수 전체의 집합에서 연속이므로

$$\lim_{x \to -1-} f(x) = \lim_{x \to -1+} f(x) = f(-1)$$

이 성립해야 한다. 이때,

$$\lim_{x \to -1-} f(x) = \lim_{x \to -1-} (2x+a) = -2+a$$

$$\lim_{x \to -1+} f(x) = \lim_{x \to -1+} (x^2-5x-a) = 6-a$$

$$f(-1) = -2+a$$

이므로 $-2+a=6-a$

따라서 $a=4$

59) [정답] ④

[해설]

$|a-4| = |a+3|$, $a^2-8a+16 = a^2+6a+9$

$14a=7$, $\therefore a = \frac{1}{2}$

60) [정답] ⑤

[해설]

함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x=-1$, $x=3$에서도 연속이어야 한다.

(i) 함수 $|f(x)|$가 $x=-1$에서 연속이므로

$$\lim_{x \to -1-} |f(x)| = \lim_{x \to -1+} |f(x)| = |f(-1)|$$

이어야 한다. 이때

$$\lim_{x \to -1-} |f(x)| = \lim_{x \to -1-} |x+a| = |-1+a|$$

$$\lim_{x \to -1+} |f(x)| = \lim_{x \to -1+} |x| = 1$$

$$|f(-1)| = |-1| = 1$$

이므로

$$|-1+a| = 1$$

$a>0$이므로 $a=2$

(ii) 함수 $|f(x)|$가 $x=3$에서 연속이므로

$$\lim_{x \to 3-} |f(x)| = \lim_{x \to 3+} |f(x)| = |f(3)|$$

이어야 한다. 이때

$$\lim_{x \to 3-} |f(x)| = \lim_{x \to 3-} |x| = 3,$$

$$\lim_{x \to 3+} |f(x)| = \lim_{x \to 3+} |bx-2| = |3b-2|$$

$$|f(3)| = |3b-2|$$

이므로

$$|3b-2| = 3$$

$b>0$이므로 $b = \frac{5}{3}$

(i), (ii)에 의하여

$$a+b = 2+\frac{5}{3} = \frac{11}{3}$$

61) [정답] ②

[해설]

$x=1$에서 연속이 되면 실수 전체의 집합에서 연속이므로

$\lim_{x \to 1} f(x) = f(1)$에서 $\lim_{x \to 1} (2x+5) = a \ \therefore \ a=7$

62) [정답] 11

[해설]

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이기 위해서는 $x=3$에서 연속이어야 하므로 $\lim_{x \to 3} f(x) = f(3)$이 성립해야 한다.

$$\therefore a = \lim_{x \to 3} \frac{(3x+2)(x-3)}{x-3}$$

$$= \lim_{x \to 3} (3x+2)$$

$$= 3 \times 3 + 2 = 11$$

63) [정답] ④

[해설]

주어진 함수가 $x=3$에서만 연속이면 실수 전체의 집합에서

연속이므로 $\lim_{x\to3}f(x)=f(3)$을 만족시키면 된다.

즉, $\lim_{x\to3}\frac{x^2-5x+a}{x-3}=b$이 성립해야 하고,

$x\to3$일 때, (분모) $\to0$이므로 (분자)$\to0$이어야 한다.

따라서 $\lim_{x\to3}(x^2-5x+a)=9-15+a=0$ 에서 $a=6$

$b=\lim_{x\to3}\frac{x^2-5x+6}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{(x-2)(x-3)}{x-3}=\lim_{x\to3}(x-2)=1$

이므로 $a+b=6+1=7$

64) [정답] ③

[해설]

$\lim_{x\to0-}f(x)=1,\ \lim_{x\to0+}f(x)=b$

$f(0)=b$

$f(x)$가 $x=0$에서 연속이어야 하므로

$b=1$

또, $f(-1)=f(1)$이어야 하므로

$-a+1=3+2a+1$

$3a=-3$

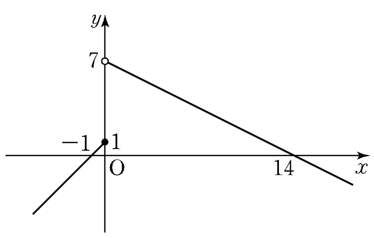
$\therefore a=-1$

$\therefore a+b=0$

65) [정답] 13

[해설]

$y=f(x)$의 그래프를 그리면 다음과 같다.



함수 $f(x)$는 $x=0$에서 불연속이고

함수 $f(x-a)$는 $x=a$에서 불연속이다.

(i) $a=0$일 때

$\lim_{x\to a+}f(x)f(x-a)=\lim_{x\to0+}(f(x))^2=49$

$\lim_{x\to a-}f(x)f(x-a)=\lim_{x\to0-}(f(x))^2=1$

$\lim_{x\to a+}f(x)f(x-a)\neq\lim_{x\to0-}f(x)f(x-a)$이므로

$a=0$일 때 함수 $f(x)f(x-a)$는 $x=a$에서 불연속이다.

(ii) $a\neq0$일 때

$\lim_{x\to a+}f(x)f(x-a)=7f(a)$,

$\lim_{x\to a-}f(x)f(x-a)=f(a)$,

$f(a)f(0)=f(a)$

따라서, 함수 $f(x)f(x-a)$가 $x=a$에서 연속이 되기 위해서는 $7f(a)=f(a)$, $f(a)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 14

따라서 모든 실수 a의 값의 합은 13이다.

66) [정답] ①

[해설]

(i) $g(0)=f(0)\{f(0)+k\}=2(2+k)=2k+4$

(ii) $\lim_{x\to0+}g(x)$

$=\lim_{x\to0+}f(x)\{f(x)+k\}$

$=\lim_{x\to0+}f(x)\times\lim\{f(x)+k\}$

$=0\times k=0$

(iii) $\lim_{x\to0-}g(x)$

$=\lim_{x\to0-}f(x)\{f(x)+k\}$

$=\lim_{x\to0-}f(x)\times\lim_{x\to0-}\{f(x)+k\}$

$=2\times(2+k)=2k+4$

(i), (ii), (iii)에 의하여 함수 $g(x)$가 $x=0$에서 연속이 되어야 하므로

$2k+4=0$

$\therefore k=-2$

67) [정답] ③

[해설]

ㄱ. $\lim_{x\to1-}f(x)=0<\lim_{x\to1+}f(x)=1$

ㄴ. $\frac{1}{t}=s$라 하면 $t\to\infty$일 때 $s\to0$이므로

$\lim_{t\to\infty}f\left(\frac{1}{t}\right)=\lim_{s\to0}f(s)=1$

ㄷ. $f(f(3))=f(2)=1$

$\lim_{x\to3-}f(f(x))=1,\ \lim_{x\to3+}f(f(x))=3$

$f(f(3))=\lim_{x\to3-}f(f(x))\neq\lim_{x\to3+}f(f(x))$

따라서 $x=3$에서 불연속이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ 이다

68) [정답] 20

[해설]

함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 존재하므로 $f(x)$는 증가함수이거나 감소함수이다.

(i) $f(x)$가 증가함수일 때

$f(x)$가 증가함수이므로 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=f^{-1}(x)$의 교점은 $y=x$ 위에만 존재한다.

따라서 $f(-1)=-1,\ f(1)=1,\ f(2)=2$이 성립한다.

주어진 조건에 대입하면

$f(1)=c+\dfrac{5}{2}=1$에서 $c=-\dfrac{3}{2}$이고 $f(2)=4c+5=2$에서

$c=-\dfrac{3}{4}$이므로 모순이다.

(ii) $f(x)$가 감소함수일 때

$f(x)$가 감소함수이므로 곡선 $y=f(x)$는 $y=x$와 한 점에서

만나고, $y=f^{-1}(x)$와 두 점에서 만난다.

두 곡선 $y=f(x)$와 $y=f^{-1}(x)$의 두 교점은 $y=x$에 대하여

대칭이므로

$y=f(x)$는 $y=x$와 $x=1$에서 만나고, $y=f^{-1}(x)$와

$x=-1,\ 2$에서 만난다.

따라서 세 교점의 좌표는 $(-1,\ 2),\ (1,\ 1),\ (2,\ -1)$가 된다.

이를 주어진 조건에 대입하면

$f(-1)=-a+b=2,\ f(1)=a+b=c+\dfrac{5}{2}=1,\ f(2)=4c+5=-1$

이다.

위의 연립방정식을 풀면

$a=-\dfrac{1}{2},\ b=\dfrac{3}{2},\ c=-\dfrac{3}{2}$을 얻을 수 있다.

$\therefore\ 2a+4b-10c=-1+6+15=20$

69) [정답] ③

[해설]

$\{f(x)\}^3-\{f(x)\}^2-x^2f(x)+x^2=0$에서

$\{f(x)-1\}\{f(x)+x\}\{f(x)-x\}=0$

이므로

$f(x)=1,\ f(x)=-x,\ f(x)=x$

이때, $f(0)=1$ 또는 $f(0)=0$이다.

(i) $f(0)=1$일 때,

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고, 최댓값이 1이므로

$f(x)=1$

이다. 이때, 함수 $f(x)$의 최솟값이 0이 아니므로 주어진 조건을 만족시키지 못한다.

(ii) $f(0)=0$일 때,

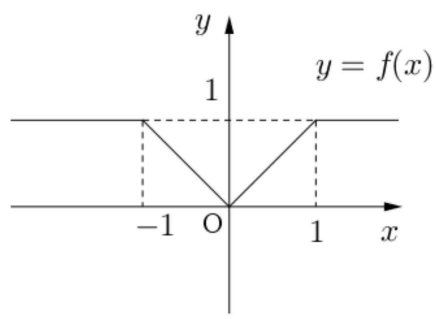
함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고, 최댓값이 1이므로

$$f(x)=\begin{cases} |x| & (|x|\le 1) \\ 1 & (|x|>1) \end{cases}$$

이다.

(i), (ii)에서

$$f(x)=\begin{cases} |x| & (|x|\le 1) \\ 1 & (|x|>1) \end{cases}$$



따라서

$f\left(-\dfrac{4}{3}\right)=1,\ f(0)=0,\ f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$

이므로

$f\left(-\dfrac{4}{3}\right)+f(0)+f\left(\dfrac{1}{2}\right)=1+0+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$

70) [정답] 19

[해설]

$$g(x)=\begin{cases}(x+3)f(x) & (x<0) \\ (x+a)f(x-b) & (x\ge 0)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이려면 $x=0$에서 연속이어야 한다.

따라서

$$\lim_{x\to 0-}g(x)=\lim_{x\to 0+}g(x)=g(0) \quad \cdots\cdots ㉠$$

이 성립한다.

이때

$$\lim_{x\to 0-}g(x)=\lim_{x\to 0-}(x+3)f(x)=3f(0)$$

$$\lim_{x\to 0+} g(x) = \lim_{x\to 0+}(x+a)f(x-b) = af(-b)$$

$$g(0) = af(-b)$$

이므로 ㉠에서

$$3f(0) = af(-b) \quad \cdots\cdots ㉡$$

한편,

$$\lim_{x\to -3}\frac{\sqrt{|g(x)|+\{g(t)\}^2}-|g(t)|}{(x+3)^2}$$

$$= \lim_{x\to -3}\frac{|g(x)|}{(x+3)^2\left(\sqrt{|g(x)|+\{g(t)\}^2}+|g(t)|\right)}$$

$$= \lim_{x\to -3}\frac{|(x+3)f(x)|}{(x+3)^2\left(\sqrt{0+\{g(t)\}^2}+|g(t)|\right)}$$

$$= \lim_{x\to -3}\frac{|(x+3)f(x)|}{(x+3)^2\times 2|g(t)|} \quad \cdots\cdots ㉢$$

이때 $t\neq -3$이고 $t\neq 6$인 모든 실수 t에 대하여 ㉢의 값이 존재하므로

$$f(x) = (x+3)(x+k)(k\text{는 상수})$$

의 꼴이어야 하고, ㉢에서

$$\lim_{x\to -3}\frac{|(x+3)f(x)|}{(x+3)^2\times 2|g(t)|}$$

$$= \lim_{x\to -3}\frac{|(x+3)^2(x+k)|}{(x+3)^2\times 2|g(t)|}$$

$$= \lim_{x\to -3}\frac{|x+k|}{2|g(t)|} \quad \cdots\cdots ㉣$$

이때 $t=-3$과 $t=6$에서만 ㉣의 값이 존재하지 않으므로 방정식 $g(x)=0$이 모든 실근은 $x=-3$과 $x=6$뿐이다.

주어진 식에서 $g(-3)=0$이므로

$$g(6)=0,\ \text{즉}\ (6+a)f(6-b)=0$$

이어야 한다.

이때 $a>0$이므로 $f(6-b)=0$에서

$$6-b=-3\ \text{또는}\ 6-b=-k$$

따라서 $b=9$ 또는 $k-b=-6$

(i) $b=9$인 경우

$x<0$에서

$$g(x)=(x+3)f(x)=(x+3)^2(x+k)$$

이때 $x<0$에서 $g(x)=0$의 해는 -3뿐이므로

$$-k\geq 0\ \text{또는}\ k=3 \quad \cdots\cdots ㉤$$

$x\geq 0$에서

$$g(x)=(x+a)f(x-9)=(x+a)(x-6)(x-9+k)$$

이때 $x\geq 0$에서 $g(x)=0$의 해는 6뿐이므로

$$9-k<0\ \text{또는}\ 9-k=6 \quad \cdots\cdots ㉥$$

㉤, ㉥에서 $k=3$

따라서 $f(x)=(x+3)^2$이므로 ㉡에서

$$3\times 3^2 = af(-9),\qquad 27=36a$$

$$a=\frac{3}{4}$$

따라서

$$g(4)=(4+a)f(4-b)$$

$$=\left(4+\frac{3}{4}\right)f(-5)$$

$$=\frac{19}{4}\times(-2)^2=19$$

(ii) $k-b=-6$인 경우

$x<0$에서

$$g(x)=(x+3)f(x)=(x+3)^2(x+k)$$

이때 $x<0$에서 $g(x)=0$의 해는 -3뿐이므로

$$-k\geq 0\ \text{또는}\ k=3$$

$x\geq 0$에서

$$g(x)=(x+a)f(x-b)$$

$$=(x+a)(x-b+3)(x-b+k)$$

$$=(x+a)(x-b+3)(x-6)$$

이때 $x\geq 0$에서 $g(x)=0$의 해는 6뿐이고, $b>3$이므로

$b-3=6$에서 $\quad b=9$

$k-b=-6$에서 $\quad k=3$

따라서 (i)과 같은 결과이므로 $g(4)=19$이다.

71)[정답] **21**

[해설]

(i) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속일 때

$$\lim_{x\to a+}f(x)=\lim_{x\to a+}(x+3)=a+3$$

$$\lim_{x\to a-}f(x)=\lim_{x\to a-}(x^2-x)=a^2-a$$

이므로

$a^2-a=a+3,\ a^2-2a-3=0$

$(a-3)(a+1)=0$

$\therefore\ a=-1$ 또는 $a=3$

(ii) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 불연속일 때

$$\lim_{x\to a}g(x)=\lim_{x\to a}\{x-(2a+7)\}$$

$$=a-(2a+7)$$

$$=-a-7=0$$

$\therefore\ a=-7$

(i), (ii)에 의하여 모든 실수 a의 값의 곱은

$-1\times 3\times(-7)=21$

72) [정답] ④

[해설]

$f(x)=\begin{cases} -2x+3 & (x<0) \\ -2x+2 & (x \geq 0) \end{cases}$, $g(x)=\begin{cases} 2x & (x<a) \\ 2x-1 & (x \geq a) \end{cases}$

에서 a의 범위를 각각 $a>0$, $a=0$, $a<0$으로 나누어서 연속성을 조사해본다.

(ⅰ) $a>0$일 때,

① $x=0$에서 연속성을 조사하면

$\lim_{x\to 0+} f(x)g(x)=2 \cdot 0=0$

$\lim_{x\to 0-} f(x)g(x)=3 \cdot 0=0$

$f(0)g(0)=2 \cdot 0=0$

따라서 $x=0$에서 연속이다.

② $x=a$에서 연속성을 조사하면

$\lim_{x\to a+} f(x)g(x)=(-2a+2) \cdot (2a-1)$

$\lim_{x\to a-} f(x)g(x)=(-2a+2) \cdot 2a$

$f(a)g(a)=(-2a+2) \cdot (2a-1)$

$x=a$에서 연속이려면

$(-2a+2) \cdot (2a-1)=(-2a+2) \cdot 2a$

$\therefore a=1$

(ⅱ) $a=0$일 때

① $x=0$에서 연속성을 조사하면

$\lim_{x\to 0+} f(x)g(x)=2 \cdot (-1)=-2$

$\lim_{x\to 0-} f(x)g(x)=3 \cdot 0=0$

$f(0)g(0)=2 \cdot (-1)=-2$

따라서 $x=0$에서 불연속이다.

따라서 $a=0$인 경우는 성립하지 않는다.

(ⅲ) $a<0$일 때

① $x=0$에서 연속성을 조사하면

$\lim_{x\to 0+} f(x)g(x)=2 \cdot (-1)=-2$

$\lim_{x\to 0-} f(x)g(x)=2 \cdot (-1)=-2$

$f(0)g(0)=2 \cdot (-1)=-2$

따라서 $x=0$에서 연속이다.

② $x=a$에서 연속성을 조사하면

$\lim_{x\to a+} f(x)g(x)=(-2a+3) \cdot (2a-1)$

$\lim_{x\to a-} f(x)g(x)=(-2a+3) \cdot 2a$

$f(a)g(a)=(-2a+3) \cdot (2a-1)$

$x=a$에서 연속이려면

$(-2a+3) \cdot (2a-1)=(-2a+3) \cdot 2a$

$\therefore a=\frac{3}{2}$

그런데, $a<0$의 범위에 부합하므로 만족하지 않는다.

따라서 (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 만족하는 a의 값은 $a=1$

73) [정답] ②

[해설]

합성함수 $g \circ f$가 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 가지려면

$g(-3)=1$, $g(3)=-1$

이므로

$f(-1)=1$, $\lim_{x\to 1-} f(x)=-1$

$\lim_{x\to -1-} f(x)=-3$, $f(1)=3$

이어야 한다.

$f(-1)=-b=1$에서 $b=-1$

$\lim_{x\to 1-} f(x)=\lim_{x\to 1-} bx=b=-1$

$\lim_{x\to -1-} f(x)=\lim_{x\to -1-} (x+a)=-1+a=-3$에서

$f(1)=1+c=3$에서

$a=-2$, $c=2$

따라서

$a+b+2c=-2+(-1)+2\times 2=1$

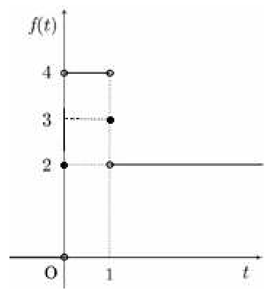
74) [정답] 8

[해설]

함수 $f(t)$는

$$f(t)=\begin{cases} 0 \ (t<0) \\ 2 \ (t=0) \\ 4 \ (0<t<1) \\ 3 \ (t=1) \\ 2 \ (t>1) \end{cases}$$

이고 $t=0$과 $t=1$에서 불연속이다.



함수 $f(t)g(t)$가 $t=0$과 $t=1$에서 연속이므로

$$\begin{cases} \lim_{t\to 0+} f(t)g(t) = 4g(0) \\ \lim_{t\to 0-} f(t)g(t) = 0 \\ f(0)g(0) = 2g(0) \end{cases}$$

$4g(0) = 0 = 2g(0)$

$\therefore\ g(0) = 0$

$$\begin{cases} \lim_{t\to 1+} f(t)g(t) = 2g(1) \\ \lim_{t\to 1-} f(t)g(t) = 4g(1) \\ f(1)g(1) = 3g(1) \end{cases}$$

$2g(1) = 4g(1) = 3g(1)$

$\therefore\ g(1) = 0$

$\therefore\ g(t) = t(t-1)$

$\therefore\ f(3) + g(3) = 2 + 6 = 8$