[확통] 사관학교 최근5개년

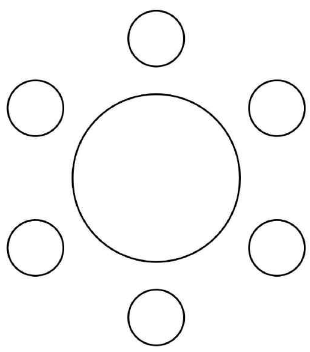
05 확통 01 여러가지순열

02 원순열

01 원순열1 (원순열)

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 24

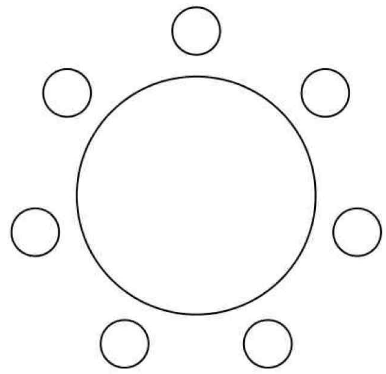
1. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 있다. 이 6개의 공을 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 3의 배수가 적혀 있는 두 공이 서로 이웃하도록 배열하는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



① 48 ② 54 ③ 60
④ 66 ⑤ 72

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 6

2. 그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A, B, C를 포함한 7명의 학생이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A, B, C세 명 중 어느 두 명도 서로 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

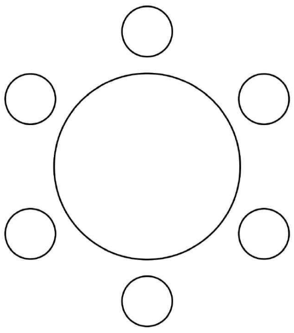


① 108 ② 120 ③ 132
④ 144 ⑤ 156

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 26

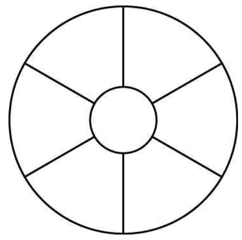
3. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, A와 C는 이웃하지 않고, B와 C도 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

① 24　② 30　③ 36
④ 42　⑤ 48



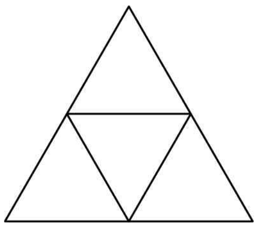
05 확통	01 여러가지순열
02 원순열	
03 원순열3 (색칠)	

4. 다음 그림은 중심이 같은 두 원 사이를 6등분한 도형이다. 서로 다른 7개의 색을 모두 사용하여 이 도형의 각 영역을 칠하는 경우의 수는? (단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다)



① 600　② 720　③ 840
④ 960　⑤ 1080

5. 다음 그림과 같이 크기가 정삼각형으로 이루어진 4개의 영역을 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 보라의 6가지 색 중 4가지의 색을 택하고, 선택한 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수는?
(단, 한 영역에 한 가지의 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

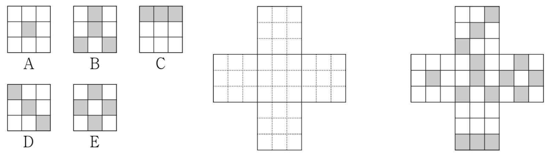


① 100 ② 110 ③ 120
④ 130 ⑤ 140

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 20

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 18

6. [그림 1]과 같이 5개의 스티커 A, B, C, D, E는 각각 흰색 또는 회색으로 칠해진 9개의 정사각형으로 이루어져 있다. 이 5개의 스티커를 모두 사용하여 [그림 2]의 45개의 정사각형으로 이루어진  모양의 판에 빈틈없이 붙여 문양을 만들려고 한다. [그림 3]은 스티커 B를  모양의 판의 중앙에 붙여 만든 문양의 한 예이다.



[그림 1] [그림 2] [그림 3]

다음은 5개의 스티커를 모두 사용하여 만들 수 있는 서로 다른 문양의 개수를 구하는 과정의 일부이다. (단, 모양의 판을 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

>  모양의 판의 중앙에 붙이는 스티커에 따라 다음과 같이 3가지 경우로 나눌 수 있다.
> (i) A 또는 E를 붙이는 경우
> 나머지 4개의 스티커를 붙일 위치를 정하는 경우의 수는 $3!$
> 이 각각에 대하여 4개의 스티커를 붙이는 경우의 수는 $1\times2\times4\times4$
> 그러므로 이 경우의 수는 $2\times3!\times32$
> (ii) B 또는 C를 붙이는 경우
> 나머지 4개의 스티커를 붙일 위치를 정하는 경우의 수는 $\boxed{(가)}$
> 이 각각에 대하여 4개의 스티커를 붙이는 경우의 수는 $1\times1\times2\times4$
> 그러므로 이 경우의 수는 $2\times\boxed{(가)}\times8$
> (iii) D를 붙이는 경우
> 나머지 4개
> 의 스티커를 붙일 위치를 정하는 경우의 수는 $\boxed{(나)}$
> 이 각각에 대하여 4개의 스티커를 붙이는 경우의 수는 $\boxed{(다)}$
> 그러므로 이 경우의 수는 $\boxed{(나)}\times\boxed{(다)}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $a+b+c$의 값은?

① 52 ② 54 ③ 56
④ 58 ⑤ 60

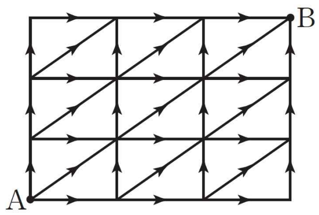
05 확통

01 여러가지순열

03 같은 것을 포함한 순열

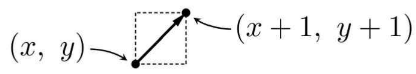
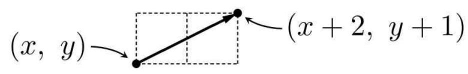
07 같은 것을 포함한 순열7 (점의 이동)

7. 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 화살표 방향을 따라 지점 A에서 지점 B까지 가는 모든 경로의 수를 구하시오.

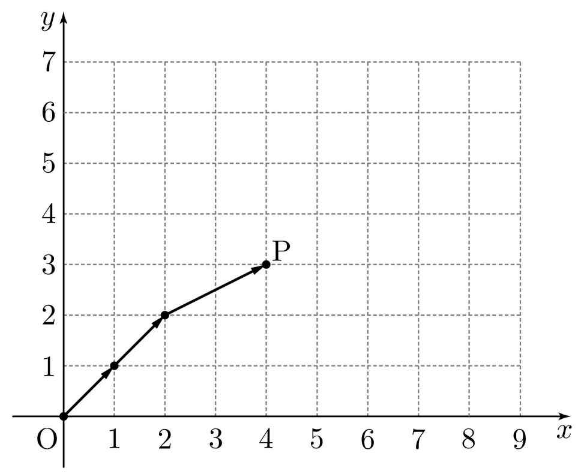


[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 27

8. 한 번 누를 때마다 좌표평면 위의 점 P를 다음과 같이 이동시키는 두 버튼 ㉠, ㉡이 있다.

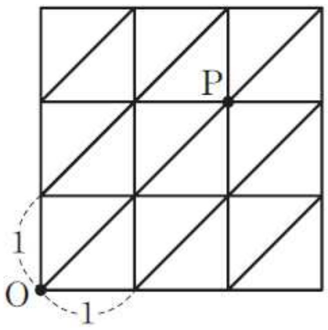
> [버튼 ㉠] 그림과 같이 길이가 $\sqrt{2}$인 선분을 따라 점 $(x,\ y)$에 있는 점 P를 점 $(x+1,\ y+1)$로 이동시킨다.
>
> 
>
>
> [버튼 ㉡] 그림과 같이 길이가 $\sqrt{5}$인 선분을 따라 점 $(x,\ y)$에 있는 점 P를 점 $(x+2,\ y+1)$로 이동시킨다.
>
> 
>

예를 들어, 버튼을 ㉠, ㉠, ㉡ 순으로 누르면 원점 $(0,\ 0)$에 있는 점 P는 아래 그림과 같이 세 선분을 따라 점 $(4,\ 3)$으로 이동한다. 또한 원점 $(0,\ 0)$에 있는 점 P를 점 $(4,\ 3)$으로 이동시키도록 버튼을 누르는 경우는 ㉠㉠㉡, ㉠㉡㉠, ㉡㉠㉠으로 3가지이다.



원점 $(0,\ 0)$에 있는 점 P를 두 점 $\mathrm{A}(5,\ 5)$, $\mathrm{B}(6,\ 4)$중 어느 점도 지나지 않고 점 $\mathrm{C}(9,\ 7)$로 이동시키도록 두 버튼 ㉠, ㉡을 누르는 경우의 수를 구하시오.

9. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형에 한 개의 대각선을 그은 도형들로 이루어진 판이 있다. 글자 '정', '동', '북', '동북'이 하나씩 적힌 카드가 각각 2장 이상씩 있다. 이 카드 중에서 한 장의 카드를 꺼내어 그 카드에 적힌 글자에 따라 O지점에 있는 말이 판의 선을 따라 움직인다. 말은 '정'이 나오면 움직이지 않고, '동'이 나오면 오른쪽으로 1만큼, '북'이 나오면 위쪽으로 1만큼, '동북'이 나오면 정사각형의 대각선을 따라 $\sqrt{2}$만큼 오른쪽 위로 움직인다. 카드를 한 장씩 4번 꺼내어 말을 움직였을 때, O지점에 있는 말이 P지점까지 가는 경우의 수를 구하시오.



05 확통

02 중복조합

01 중복조합

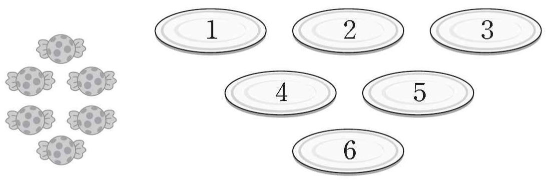
02 중복조합2 (기본적인 중복조합 적용)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 9

10. 다섯 개의 자연수 1, 2, 3, 4, 5중에서 중복을 허락하여 3개의 수를 택할 때, 택한 세 수의 곱이 6이상인 경우의 수는?

① 23 ② 25 ③ 27
④ 29 ⑤ 31

11. 같은 종류의 사탕 6개를 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 6개의 빈 접시에 남김없이 나누어 담으려고 한다. 사탕이 담겨진 접시에 적힌 수의 합이 7이상 17이하가 되도록 사탕을 접시에 나누어 담는 경우의 수를 구하시오.
(단, 사탕을 하나도 담지 않는 접시가 있을 수 있다.)



05 확통 02 중복조합

01 중복조합

03 중복조합3 (개수조건)

12. 같은 종류의 사탕 9개를 네 명의 학생 A, B, C, D에게 모두 나누어 줄 때, 한 개도 받지 못하는 사람이 두 명 이상 생기는 경우의 수는?

① 48 ② 49 ③ 50
④ 51 ⑤ 52

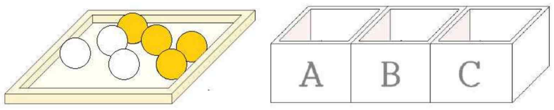
13. 갈치, 고등어, 병어, 꽁치 네 종류의 생선 중에서 10마리를 구입 할 때, 고등어는 1마리 이하로 구입하는 경우의 수를 구하시오. (단, 각 종류의 생선은 10마리 이상씩 있고, 구입하지 않은 종류의 생선이 있을 수 있다.)

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 18

14. 흰색 탁구공 3개와 주황색 탁구공 4개를 서로 다른 3개의 비어 있는 상자 A, B, C에 남김없이 넣으려고 할 때, 다음 조건을 만족시키도록 넣는 경우의 수는? (단, 탁구공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.)

> (가) 상자 A에는 흰색 탁구공을 1개 이상 넣는다.
> (나) 흰색 탁구공만 들어 있는 상자는 없도록 넣는다.

① 35 ② 37 ③ 39
④ 41 ⑤ 43



05 확통

02 중복조합

01 중복조합

05 중복조합5 (부정방정식)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 27

15. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d,\ e)$의 개수를 구하시오.

> (가) $a+b+c+d+e=10$
> (나) ab는 홀수이다.

16. 방정식 $x+y+z=6$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$ 중에서 x가 홀수인 순서쌍의 개수를 구하시오.

17. 방정식 $8x+y+z+w=31$을 만족시키는 홀수 x, y, z, w의 모든 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수는?

① 70 ② 71 ③ 72
④ 73 ⑤ 74

05 확통 02 중복조합

01 중복조합

06 중복조합6 (함수의 개수)

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 28

18. 두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$, $Y=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 f 중에서

$$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)=8$$

을 만족시키는 함수 f의 개수는?

① 137 ② 141 ③ 145
④ 149 ⑤ 153

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 28

19. 두 집합

$$X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\},\ Y=\{1,\ 2,\ 3\}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f: X \to Y$의 개수는?

(가) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$이다.
(나) 집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $(f \circ f \circ f)(x) = 1$이다.

① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

05 확통 03 이항정리

01 특정항의 계수

01 특정항의 계수1 (기본형)

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 23

20. 다항식 $(2x+1)^6$의 전개식에서 x^2의 계수는?

① 40 ② 60 ③ 80 ④ 100 ⑤ 120

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 23

21. $(x+2)^6$의 전개식에서 x^4의 계수는?

① 58 ② 60 ③ 62 ④ 64 ⑤ 66

22. 다항식 $(x+2)^6$의 전개식에서 x^4의 계수는?

① 48 ② 52 ③ 56

④ 60 ⑤ 64

05 확통 03 이항정리

01 특정항의 계수

02 특정항의 계수2 (분수꼴)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 4

23. $\left(x^3+\dfrac{1}{x}\right)^5$의 전개식에서 x^3의 계수는?

① 5 ② 10 ③ 15

④ 20 ⑤ 25

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 6

24. $\left(2x^2+\dfrac{1}{x}\right)^5$의 전개식에서 x^4의 계수는?

① 80 ② 85 ③ 90

④ 95 ⑤ 100

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 23

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 22

25. $\left(3x^2+\frac{1}{x}\right)^6$의 전개식에서 상수항을 구하시오.

05 확통

04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

01 수학적 확률1 (경우의 수 - 단순확률, 케이스 분류 포함)

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 27

26. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b라 하자. 이차부등식

$$ax^2+2bx+a-3\le 0$$

의 해가 존재할 확률은?

① $\frac{7}{9}$ ② $\frac{29}{36}$ ③ $\frac{5}{6}$

④ $\frac{31}{36}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 28

27. 1부터 11까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 11장의 카드 중에서 임의로 두 장의 카드를 동시에 택할 때, 택한 카드에 적혀 있는 숫자를 각각 m, $n(m<n)$이라 하자. 좌표평면 위의 세 점

$$\mathrm{A}(1,\ 0),\ \mathrm{B}\left(\cos\frac{m\pi}{6},\ \sin\frac{m\pi}{6}\right),\ \mathrm{C}\left(\cos\frac{n\pi}{6},\ \sin\frac{n\pi}{6}\right)$$

에 대하여 삼각형 ABC가 이등변삼각형일 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

05 확통

04 확률의 뜻과 활용

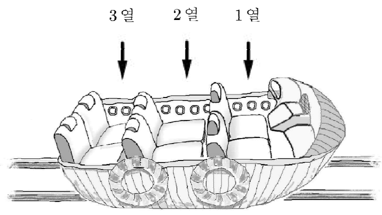
02 수학적 확률

02 수학적 확률2 (순열 이용)

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 29

28. 그림과 같이 1열, 2열, 3열에 각각 2개씩 모두 6개의 좌석이 있는 놀이기구가 있다. 이 놀이기구의 6개의 좌석에 6명의 학생 A, B, C, D, E, F가 각각 한 명씩 임의로 앉을 때, 다음 조건을 만족시키도록 앉을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

> (가) 두 학생 A, B는 같은 열에 앉는다.
> (나) 두 학생 C, D는 서로 다른 열에 앉는다.
> (다) 학생 E는 1열에 앉지 않는다.



29. 여학생 2명과 남학생 6명이 임의로 일렬로 설 때, 맨 앞과 맨 뒤를 제외한 자리에 여학생 2명이 서게 될 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{15}{28}$ ③ $\frac{4}{7}$

④ $\frac{17}{28}$ ⑤ $\frac{9}{14}$

05 확통 04 확률의 뜻과 활용

02 수학적 확률

03 수학적 확률3 (조합 이용)

[출처] 2010 모의_공공 교육청 고3 07월 23

30. 다섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4를 중복 사용하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수를 $a_1a_2a_3a_4$라 한다. 예를 들면, 1230인 경우 $a_1=1$, $a_2=2$, $a_3=3$, $a_4=0$이다. 이와 같이 네 자리 자연수 $a_1a_2a_3a_4$가 $a_1<a_2<a_3$, $a_3>a_4$를 만족할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 29

31. 그림은 여섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 여섯 장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 장의 카드 중 왼쪽 카드에 적힌 수가 오른쪽 카드에 적힌 수보다 큰 경우가 한 번만 나타난 예이다.

1	2	4	3	5	6

이 여섯 장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 장의 카드 중 왼쪽 카드에 적힌 수가 오른쪽 카드에 적힌 수보다 큰 경우가 한 번만 나타날 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

05 확통

04 확률의 뜻과 활용

04 확률의 덧셈정리

01 덧셈정리1 (확률의 계산)

[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 6

32. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{6},\ \mathrm{P}(A^C\cup B)=\frac{2}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.)

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 4

33. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A \cap B) = \frac{1}{6},\ \mathrm{P}(A^C \cup B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.)

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

05 확통

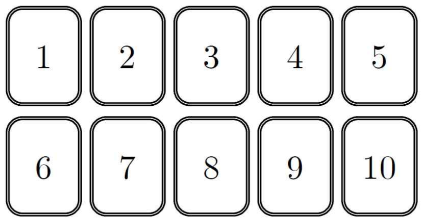
04 확률의 뜻과 활용

04 확률의 덧셈정리

06 여사건의 확률3 (기타)

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 26

34. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 이 10장의 카드 중에서 임의로 선택한 서로 다른 3장의 카드에 적혀 있는 세 수의 곱이 4의 배수일 확률은?



① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 19

[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 18

35. 다음은 자연수 n에 대하여 방정식 $a+b+c=3n$을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$가

$a>b$ 또는 $a>c$

를 만족시킬 확률을 구하는 과정이다.

> 방정식
>
> $a+b+c=3n \cdots\cdots (*)$
>
> 을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는 $\boxed{(가)}$이다.
>
> 방정식 $(*)$을 만족시키는 자연수 a, b, c의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$가 $a>b$ 또는 $a>c$를 만족시키는 사건을 A라 하면 사건 A의 여사건 A^C은 방정식 $(*)$을 만족시키는 자연수 a, b, c의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$가 $a \le b$와 $a \le c$를 만족시키는 사건이다.
>
> 이제 $n(A^C)$의 값을 구하자.
>
> 자연수 $k(1 \le k \le n)$에 대하여 $a=k$인 경우, $b \ge k$, $c \ge k$이고 방정식 $(*)$을 만족시키는 자연수 a, b, c의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는 $\boxed{(나)}$이므로
>
> $n(A^C)=\sum_{k=1}^{n} \boxed{(나)}$
>
> 이다.
>
> 따라서 구하는 확률은
>
> $\mathrm{P(A)}=\boxed{(다)}$
>
> 이다.

위의 (가)에 알맞은 식에 $n=2$를 대입한 값을 p, (나)에 알맞은 식에 $n=7$, $k=2$를 대입한 값을 q, (다)에 알맞은 식에 $n=4$를 대입한 값을 r라 할 때, $p \times q \times r$의 값은?

① 88 ② 92 ③ 96 ④ 100 ⑤ 104

05 확통

05 조건부 확률

01 조건부 확률의 뜻

01 조건부 확률의 계산

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 6

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 4

36. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2},\quad \mathrm{P}(B)=\frac{2}{5},\quad \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{4}{5}$$

일 때, $\mathrm{P}(B|A)$의 값은?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 09월 확률과 통계 24
[출처] 2022 일반_기타개인 해설교체용

37. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=1,\quad \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4},\quad \mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(B|A)$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

05 확통

05 조건부 확률

01 조건부 확률의 뜻

03 조건부 확률의 뜻2 (문장 조건)

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 25

38. 어느 학교의 컴퓨터 동아리는 남학생 21명, 여학생 18명으로 이루어져 있고, 모든 학생은 데스크톱 컴퓨터와 노트북 컴퓨터 중 한 가지만 사용한다고 한다. 이 동아리의 남학생 중에서 데스크톱 컴퓨터를 사용하는 학생은 15명이고, 여학생 중에서 노트북 컴퓨터를 사용하는 학생은 10명이다. 이 동아리 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 데스크톱 컴퓨터를 사용하는 학생일 때, 이 학생이 남학생일 확률은?

① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{15}{23}$
④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{18}{23}$

[출처] 2006 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 28

39. 어느 지역의 날씨를 조사한 결과 지난 한 달 동안 비가 온 다고 예보한 10일 중 실제로 비가 온 날은 9일이었고, 비가 오지 않는다고 예보한 20일 중 실제로 비가 오지 않은 날은 17일 이었다.
이 지역에 사는 학수는 비가 온다고 예보한 날에는 반드시 우산을 가지고 외출하고, 비가 오지 않는다고 예보한 날에는 우산을 가지지 않고 외출한다. 지난 달 비가 온 어느 날, 외출한 학수가 우산을 가지고 있었을 확률은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

05 확통 05 조건부 확률

01 조건부 확률의 뜻

04 조건부 확률의 뜻3 (경우의 수)

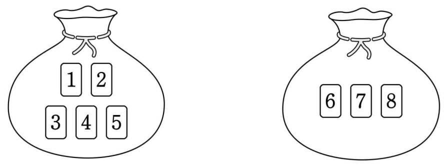
[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 26

40. 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 두 눈의 수의 최대공약수가 1일 때, 나온 두 눈의 합이 8일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 8

41. 주머니 A에는 1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 6부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 3장의 카드가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내고, 주머니 B에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낸다. 꺼낸 2장의 카드에 적힌 두 수의 합이 홀수일 때, 주머니 A에서 꺼낸 카드에 적힌 수가 홀수일 확률은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$



주머니 A 주머지 B

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 25

42. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 하자. ab가 6의 배수일 때, a 또는 b가 홀수일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

05 확통 05 조건부 확률

02 조건부확률과 곱셈정리

02 종속인 사건의 곱셈정리2 (상황별 확률의 변화)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 25

43. 흰 구슬 3개와 검은 구슬 4개가 들어 있는 상자가 있다. 한 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수가 3의 배수이면 이 상자에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼내고, 나오는 눈의 수가 3의 배수가 아니면 이 상자에서 임의로 3개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬 중 검은 구슬의 개수가 2일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

44. 흰 공 2개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니와 한 개의 주사위가 있다. 주사위를 던져서 나온 눈의 수의 개수만큼 주머니에서 공을 동시에 꺼낼 때, 검은 공이 3개 나올 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p+q$의 값은?
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

① 37 ② 49 ③ 53
④ 79 ⑤ 101

45. 흰 공 2개, 검은 공 3개가 들어 있는 주머니와 각 면에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정사면체가 있다. 이 정사면체를 한 번 던져서 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 수에 해당하는 개수만큼 주머니에서 임의로 공을 동시에 꺼낼 때, 검은 공이 3개 나올 확률은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

05 확통

05 조건부 확률

02 조건부확률과 곱셈정리

04 곱셈정리와 조건부확률1 (종속적 선후시행)

[출처] 2015 모의_공공 사관학교 고3 07월 9

46. 주머니에 흰 공 1개, 파란 공 2개, 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후 꺼낸 공과 같은 색의 공을 1개 추가하여 꺼낸 공과 함께 주머니에 넣는다. 이와 같은 시행을 두 번 반복하여 두 번째 꺼낸 공이 검은 공이었을 때, 첫 번째 꺼낸 공도 검은 공이었을 확률은? (단, 공의 크기와 모양은 모두 같다.)

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{11}{21}$

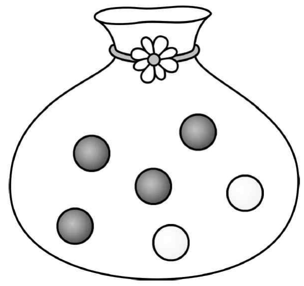
④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{13}{21}$

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 30

47. 검은 공 4개, 흰 공 2개가 들어 있는 주머니에 대하여 다음 시행을 2회 반복한다.

주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낸 후, 꺼낸 공 중에서 흰 공은 다시 주머니에 넣고 검은 공은 다시 넣지 않는다.

두 번째 시행의 결과 주머니에 흰 공만 2개 들어 있을 때, 첫 번째 시행의 결과 주머니에 들어 있는 검은 공의 개수가 2일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

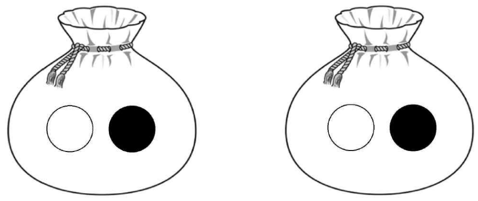


[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 30

48. 그림과 같이 두 주머니 A와 B에 흰 공 1개, 검은 공 1개가 각각 들어 있다. 주머니 A에 들어 있는 공의 개수 또는 주머니 B에 들어 있는 공의 개수가 0이 될 때까지 다음의 시행을 반복한다.

두 주머니 A, B에서 각각 임의로 하나씩 꺼낸 두 개의 공이 서로 같은 색이면 꺼낸 공을 모두 주머니 A에 넣고, 서로 다른 색이면 꺼낸 공을 모두 주머니 B에 넣는다.

4번째 시행의 결과 주머니 A에 들어 있는 공의 개수가 0일 때, 2번째 시행의 결과 주머니 A에 들어 있는 흰 공의 개수가 1 이상일 확률은 p이다. $36p$의 값을 구하시오.



05 확통

06 사건의 독립과 종속

01 독립과 종속

01 확률의 계산 (독립일 때)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 2

49. 두 사건 A, B가 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{3}, \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

50. 두 사건 A, B가 서로 독립이고 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{4}$일 때, $\mathrm{P}(A\cap B^C)$의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

51. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 첫 번째에 나오는 눈의 수가 4의 배수인 사건을 A, 두 개의 주사위에서 나오는 눈의 수의 합이 k인 사건을 B_k라 하면 두 사건 A와 B_k는 서로 독립이다. 이때 k의 값은? (단, k는 5 이상의 자연수이다.)

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

05 확통 06 사건의 독립과 종속

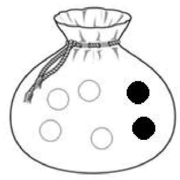
03 독립시행의 확률

01 독립시행의 확률1 (기본)

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 9

52. 흰 공 4개와 검은 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공의 색을 확인한 후 다시 넣는 시행을 5회 반복한다. 각 시행에서 꺼낸 공이 흰 공이면 1점을 얻고, 검은 공이면 2점을 얻을 때, 얻은 점수의 합이 7일 확률은?

① $\frac{80}{243}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{82}{243}$
④ $\frac{83}{243}$ ⑤ $\frac{28}{81}$



53. 한 개의 동전을 4번 던질 때, 앞면이 나온 횟수를 a, 뒷면이 나온 횟수를 b라 하자. $a-b=2$일 확률은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

54. 숫자 1이 적혀 있는 카드가 3장, 숫자 2가 적혀 있는 카드가 1장 들어 있는 상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 보고 다시 상자에 넣는 시행을 4번 반복할 때, 4번의 시행에서 꺼낸 카드에 적혀 있는 수의 합이 5일 확률은?

① $\frac{23}{64}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{25}{64}$
④ $\frac{13}{32}$ ⑤ $\frac{27}{64}$

05 확통 07 이산확률분포

02 이산확률변수의 평균과 표준편차

02 평균1 (표)

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 6

55. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	b	1

$\mathrm{E}(X)=\frac{11}{6}$일 때, $\frac{b}{a}$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[출처] 2005 모의_공공 평가원 고3 11월 공통범위 22

[출처] 2005 모의_공공 평가원 고3 11월 22

56. 다음은 확률변수 X의 확률분포표이다.

X	k	$2k$	$4k$	계
P(X=x)	$\frac{4}{7}$	a	b	1

$\frac{4}{7}$, a, b가 이 순서로 등비수열을 이루고 X의 평균이 24일 때, k의 값을 구하시오.

[출처] 2006 모의_공공 교육청 고3 10월 22

[출처] 2006 모의_공공 교육청 고3 10월 공통범위 22

57. 다음은 확률변수 X의 확률분포가

$$P(X=k)=\frac{1}{10}+(-1)^{k}p(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 2n)$$

인 확률변수 X의 확률분포표이다.

X	1	2	3	$\cdots$	$2n$	계
P(X=k)	$\frac{1}{10}-p$	$\frac{1}{10}+p$	$\frac{1}{10}-p$	$\cdots$	$\frac{1}{10}+p$	1

확률변수 X의 기댓값이 $E(X)=\frac{23}{4}$일 때, $\frac{1}{p}$의 값을 구하시오. (단, $0<p<\frac{1}{10}$이고, n은 자연수이다.)

05 확통

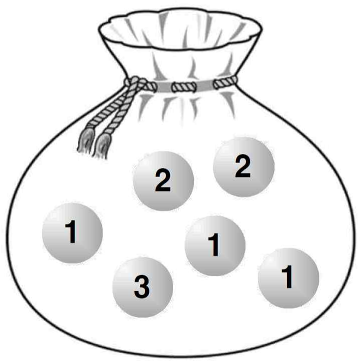
07 이산확률분포

02 이산확률변수의 평균과 표준편차

04 평균3 (확률분포 구하기)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 13

58. 주머니에 1, 1, 1, 2, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 두 수의 차를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X)$의 값은?



① $\frac{14}{15}$ ② 1 ③ $\frac{16}{15}$

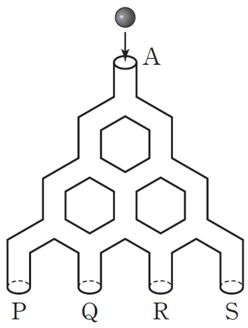
④ $\frac{17}{15}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

59. 세 농구 선수 갑, 을, 병의 2점 슛 성공률은 각각 60%, 50%, 40%라 한다. 세 사람이 각각 한 번씩 2점 슛을 던져서 성공한 개수를 확률변수 X라 할 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은?

① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{13}{10}$

④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

60. 그림과 같이 입구 A 에 공을 넣으면 관을 따라 내려가 P , Q , R , S 의 출구 중 어느 한 곳으로 나오는 장치가 수직으로 세워져 있다. 이 장치의 입구에 한 개의 공을 넣는 시행을 3 회 반복할 때, 공이 나온 서로 다른 출구의 개수를 확률변수 X 라 하자. 예를 들어 공이 세 번 모두 P 로 나온 경우는 $X=1$ 이고, 두 번은 P 로, 한 번은 Q 로 나온 경우는 $X=2$ 이다. E(X) 의 값은? $\left(\text{단, 관이 두 개로 갈라져 내려가는 지점에서 각각의 관을 따라 공이 내려갈 확률은 } \frac{1}{2} \text{ 로 서로 같다.}\right)$



① $\frac{137}{64}$ ② $\frac{139}{64}$ ③ $\frac{141}{64}$
④ $\frac{143}{64}$ ⑤ $\frac{145}{64}$

05 확통

07 이산확률분포

03 aX+b의 평균과 표준편차

02 aX+b의 평균2 (표)

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 24

61. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{3}$	1

$\mathrm{E}(11X+2)$ 의 값은?

① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

62. 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	4	8	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{a}{2}$	$\frac{5}{2}a^2$	1

$\mathrm{E}(5X-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 양수이다.)

[출처] 2015 모의_공공 교육청 고3 10월 8

63. 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	계
$\mathrm{P}(X=x)$	k	$2k$	$3k$	1

$\mathrm{E}(6X+1)$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 11 ② 12 ③ 13

④ 14 ⑤ 15

05 확통

07 이산확률분포

03 aX+b의 평균과 표준편차

03 aX+b의 평균3 (확률질량함수)

[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 7

64. 이산확률변수 X가 가지는 값이 0, 2, 4, 6이고 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}=\mathrm{x})=\begin{cases} \mathrm{a} & (\mathrm{x}=0) \\ \dfrac{1}{\mathrm{x}} & (\mathrm{x}=2,\ 4,\ 6) \end{cases}$$

일 때, $\mathrm{E}(\mathrm{aX})$의 값은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ 1 ⑤ 2

65. 이산확률변수 X가 갖는 값이 $-2,\ 0,\ 1,\ 2$이고 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)=\frac{k}{4-x}\ \ (x=-2,\ 0,\ 1,\ 2)$$

일 때, $\mathrm{E}(3X-k)$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① $\frac{7}{5}$ ② $\frac{8}{5}$ ③ $\frac{9}{5}$
④ 2 ⑤ $\frac{11}{5}$

66. 확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)=\frac{3x-1}{15}(x=1,\ 2,\ 3)$$

일 때, $\mathrm{E}(5X-2)$의 값은?

① 12 ② 10 ③ 8
④ 7 ⑤ 6

05 확통 07 이산확률분포

03 aX+b의 평균과 표준편차

04 aX+b의 평균4 (확률분포 구하기)

[출처] 2007 모의_공공 교육청 고3 10월 확률과 통계 30

67. 표는 어느 고등학교 학생 100명을 대상으로 학교에 등교할 때 이용하는 교통수단을 조사한 것이다.

교통수단	인원
도보 또는 자전거	34
부모님 자가용	6
버스	23
지하철	15
자전거와 지하철	5
버스와 지하철	17
계	100

위의 교통수단 중 대중교통수단은 버스, 지하철 두 가지이다. 이 100명의 학생 중 임의로 택한 한 명이 학교에 등교할 때 이용하는 대중교통수단의 가짓수를 X라 하자. 이때, 확률변수 $100X$의 평균을 구하시오.

68. 주머니 속에 크기와 모양이 같은 흰 공 1개와 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 공 1개를 꺼내어 색을 확인한 후 다시 집어 넣는 시행을 3회 반복할 때, 바로 앞에서 꺼낸 공과 같은 색의 공이 나오면 1점, 다른 색의 공이 나오면 2점을 받는다고 하자. 첫 번째 공을 꺼내는 시행에서 흰 공이 나왔다. 3번째 공을 꺼내는 시행을 마친 후의 총 득점의 합을 X라 하자. $\mathrm{E}(40X-50)$의 값은?

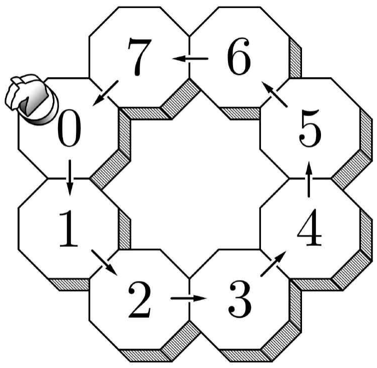
① 55 ② 65 ③ 75
④ 85 ⑤ 95

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 29

69. 그림과 같이 8개의 칸에 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 말판이 있고, 숫자 0이 적혀 있는 칸에 말이 놓여 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나오는 눈의 수가 3 이상이면 말을 화살표 방향으로 한 칸 이동시키고, 나오는 눈의 수가 3보다 작으면 말을 화살표 반대 방향으로 한 칸 이동시킨다.

위의 시행을 4회 반복한 후 말이 도착한 칸에 적혀 있는 수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(36X)$의 값을 구하시오.



05 확통

07 이산확률분포

04 이항분포

04 이항분포4 (aX+b의 평균과 분산의 공식)

[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 10

70. 확률변수 X가 이항분포 $B(5,\ p)$를 따르고,

$$P(X=3)=P(X=4)$$

일 때, $E(6X)$의 값은? (단, $0<p<1$)

① 5 ② 10 ③ 15

④ 20 ⑤ 25

71. 이항분포 $B(n,\ p)$를 따르는 확률변수 X가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 상수 $n,\ p$의 값을 구하시오. (단, $0<p<1$)

(가) $P(X=1)=20\times P(X=0)$

(나) $E(X)=\dfrac{20}{3}$

72. 확률변수 X가 이항분포 $B(n,\ p)$를 따르고 $E(X)=\dfrac{5}{4}$, $15P(X=n)=P(X=n-1)$일 때, $V(4X+1)$의 값은?

① 12 ② 13 ③ 14

④ 15 ⑤ 16

05 확통

07 이산확률분포

04 이항분포

05 이항분포5 (aX+b의 평균과 분산의 활용)

[출처] 2022 일반_시중교재 EBS한국교육방송공사 EBS교육방송 편집부 수능특강 레벨2 기본연습

73. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던지는 240번의 독립시행에서 두 주사위의 눈의 수의 곱이 소수인 횟수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{V}(3X)$의 값은?

① 100 ② 150 ③ 200
④ 250 ⑤ 300

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 11

74. 어느 사관생도가 1회의 사격을 하여 표적에 명중시킬 확률이 $\frac{4}{5}$이다. 이 사관생도가 20회의 사격을 할 때, 표적에 명중시키는 횟수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{V}\left(\frac{1}{4}X+1\right)$의 값은? (단, 이 사관생도가 매회 사격을 하는 시행은 독립시행이다.)

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

75. 어느 사격선수가 1회의 사격을 하여 표적에 명중시킬 확률은 $\frac{4}{5}$이다. 이 사격선수가 100회의 사격을 할 때, 표적에 명중시키는 횟수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{V}\left(\frac{1}{4}X+1\right)$의 값은? (단, 이 사격선수가 매회 사격을 하는 시행은 독립시행이다.)

① $\frac{1}{4}$ ② 1 ③ 4
④ 16 ⑤ 32

05 확통 07 이산확률분포

04 이항분포

06 이항분포6 (X의 제곱의 평균)

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 26

76. 확률변수 X가 가지는 값이 0부터 25까지의 정수이고, $0<p<\frac{1}{2}$인 실수 p에 대하여 X의 확률질량함수는

$$\mathrm{P}(X=x)={}_{25}\mathrm{C}_x p^x(1-p)^{25-x}\quad(x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 25)$$

이다. $\mathrm{V}(X)=4$일 때, $\mathrm{E}(X^2)$의 값을 구하시오.

77. 확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)={}_{10}\mathrm{C}_x\left(\frac{2}{5}\right)^x\left(\frac{3}{5}\right)^{10-x}\ (x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 10)$$

일 때, $\mathrm{E}(X^2)$의 값은?

① 20 ② $\frac{92}{5}$ ③ $\frac{84}{5}$
④ $\frac{76}{5}$ ⑤ $\frac{68}{5}$

78. 자연수 n에 대하여 이산확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)={}_{n}\mathrm{C}_x 4^x\left(\frac{1}{5}\right)^n\ (x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

이고 $\mathrm{E}(5X+3)=203$일 때, $\mathrm{E}(X^2)$의 값은?

① 1592 ② 1596 ③ 1600
④ 1604 ⑤ 1608

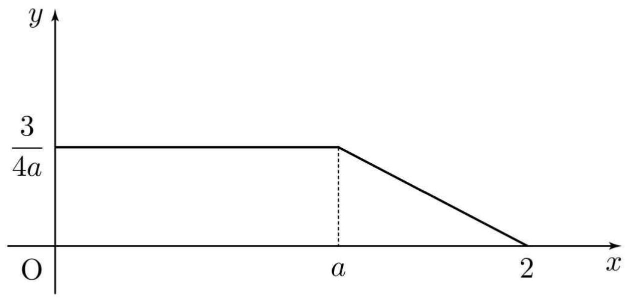
05 확통 08 정규분포

01 확률밀도함수

03 확률밀도함수2 (확률)

[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 7

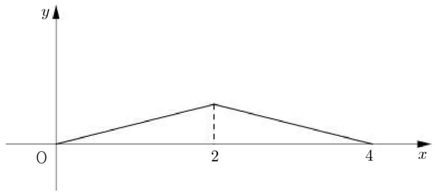
79. 연속확률변수 X가 가지는 값의 범위는 $0 \le X \le 2$이고 X의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같이 두 점 $\left(0,\ \frac{3}{4a}\right)$, $\left(a,\ \frac{3}{4a}\right)$을 이은 선분과 두 점 $\left(a,\ \frac{3}{4a}\right)$, $(2,\ 0)$을 이은 선분으로 이루어져 있다. $\mathrm{P}\left(\frac{1}{2} \le \mathrm{X} \le 2\right)$의 값은?
(단, a는 양수이다.)



① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{11}{16}$ ③ $\frac{17}{24}$
④ $\frac{35}{48}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 8

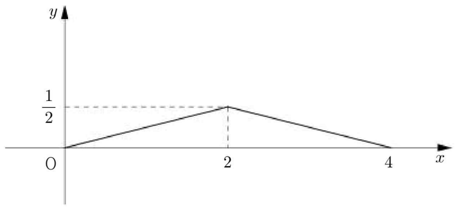
80. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $0 \le X \le 4$이고, X의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같을 때, $\mathrm{P}\left(\frac{1}{2} \le X \le 3\right)$의 값은?



① $\frac{25}{32}$ ② $\frac{13}{16}$ ③ $\frac{27}{32}$
④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{29}{32}$

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 11

81. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $0 \le X \le 4$이고, X의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다. $1 < k < 2$일 때, $\mathrm{P}(k \le X \le 2k)$가 최대가 되도록 하는 k의 값은?



① $\frac{7}{5}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{8}{5}$
④ $\frac{17}{10}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

05 확통

08 정규분포

03 정규분포의 표준화

05 확률관계식1 (변수 1개)

[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 24

82. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(X \ge 128) = \mathrm{P}(X \le 140)$

(나) $\mathrm{P}(m \le X \le m+10) = \mathrm{P}(-1 \le Z \le 0)$

$\mathrm{P}(X \ge k) = 0.0668$을 만족시키는 상수 k의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.
(단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

83. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(X \geq 128) = \mathrm{P}(X \leq 140)$

(나) $\mathrm{P}(m \leq X \leq m+10) = \mathrm{P}(-1 \leq Z \leq 0)$

$\mathrm{P}(X \geq k) = 0.0668$을 만족시키는 상수 k의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.
(단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.)

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

05 확통 08 정규분포

03 정규분포의 표준화

06 확률관계식2 (변수2개)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 16

84. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ \sigma^2)$을 따른다. 확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)$일 때, $f(x)$와 두 확률변수 X, Y가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+10) = f(20-x)$이다.

(나) $\mathrm{P}(X \geq 17) = \mathrm{P}(Y \leq 17)$

$\mathrm{P}(X \leq m+\sigma)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $\sigma > 0$)

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.9104
④ 0.9332 ⑤ 0.9772

85. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ \sigma^2)$을 따른다. 확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)$일 때, $f(x)$와 두 확률변수 $X,\ Y$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+10)=f(20-x)$이다.

(나) $\mathrm{P}(\mathrm{X} \geq 17)=\mathrm{P}(\mathrm{Y} \leq 17)$

$\mathrm{P}(\mathrm{X} \leq \mathrm{m}+\sigma)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $\sigma>0$)

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \leq \mathrm{Z} \leq \mathrm{z})$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.9104
④ 0.9332 ⑤ 0.9772

05 확통 08 정규분포

03 정규분포의 표준화

10 확률밀도함수의 해석

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 17

86. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 5^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 5^2)$을 따른다. 두 확률변수 $X,\ Y$의 확률밀도함수를 각각 $f(x),\ g(x)$라 할 때, 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 만나는 점의 x좌표를 k라 하자. $\mathrm{P}(\mathrm{Y} \leq 2\mathrm{k})$의 값을 다음 정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $m \neq 10$)

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \leq \mathrm{Z} \leq \mathrm{z})$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.8413 ③ 0.9104
④ 0.9332 ⑤ 0.9772

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 29

87. 서로 다른 두 자연수 a, b에 대하여 두 확률변수 X, Y가 각각 정규분포 $\mathrm{N}(a,\ \sigma^2)$, $\mathrm{N}(2b-a,\ \sigma^2)$을 따른다. 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$와 확률변수 Y의 확률밀도함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오.

(가) $\mathrm{P}(X \leq 11) = \mathrm{P}(Y \geq 11)$
(나) $f(17) < g(10) < f(15)$

05 확통

09 통계적 추정

01 모평균과 표본평균

02 모평균과 표본평균2 (모집단의 분포와 표본평균의 분포의 관계)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 23

88. 모평균이 15이고 모표준편차가 8인 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{E}(\overline{\mathrm{X}})+\sigma(\overline{\mathrm{X}})$ 의 값을 구하시오.

89. 모평균이 양수이고 모표준편차가 6인 모집단에서 임의추출한 크기가 4인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. 모집단의 확률변수를 X라 할 때, $\mathrm{E}\left(X^2\right)+\mathrm{E}\left(\overline{X}^2\right)=53$이다. $\mathrm{E}(X)$의 값은?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

05 확통　09 통계적 추정

02 표본평균의 확률분포

02 표본평균의 정규분포2 (정규분포조건에서 확률)

[출처]　2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 25

90. 모평균이 85, 모표준편차가 6인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때,

$$\mathrm{P}\left(\overline{X} \geq k\right)=0.0228$$

을 만족시키는 상수 k의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

[출처] 2018 모의_공공 사관학교 고3 07월 10

91. 모평균이 85, 모표준편차가 6인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때,

$$\mathrm{P}(\overline{X} \geq k) = 0.0228$$

을 만족시키는 상수 k의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 86 ② 87 ③ 88
④ 89 ⑤ 90

[출처] 2021 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 27

92. 평균이 100, 표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자.
$\mathrm{P}(98 \leq \overline{X} \leq 102) = 0.9876$일 때, σ의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

05 확통

09 통계적 추정

02 표본평균의 확률분포

03 표본평균의 정규분포3 (실생활. 확률 구하기)

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 확률과 통계 25

93. 어느 회사에서 근무하는 직원들의 일주일 근무 시간은 평균이 42시간, 표준편차가 4시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 근무하는 직원 중에서 임의추출한 4명의 일주일 근무 시간의 표본평균이 43시간 이상일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587
④ 0.3085 ⑤ 0.3413

[출처] 2022 일반_시중교재 EBS한국교육방송공사 EBS교육방송 편집부 수능특강 예제와 유제 유제

94. 어느 배드민턴 전용 운동화를 만드는 한 업체에서 제작한 운동화 1켤레의 무게는 평균이 320, 표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 업체에서 제작한 운동화 중에서 임의추출한 9켤레의 무게의 표본평균이 315 이상 330 이하일 확률을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 g이다.)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① 0.9104 ② 0.9275 ③ 0.9319
④ 0.9759 ⑤ 0.9925

05 확통

09 통계적 추정

03 모평균의 추정

03 신뢰구간3 (관계식 해석)

[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 14

95. 어느 도시의 직장인들이 하루 동안 도보로 이동한 거리는 평균이 $m$km, 표준편차가 σkm인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 직장인들 중에서 36명을 임의추출하여 조사한 결과 36명이 하루 동안 도보로 이동한 거리의 총합은 216km이었다. 이 결과를 이용하여, 이 도시의 직장인들이 하루 동안 도보로 이동한 거리의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \le m \le a+0.98$이다. $a+\sigma$의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$로 계산한다.)

① 6.96 ② 7.01 ③ 7.06
④ 7.11 ⑤ 7.16

96. 모평균이 m, 모표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 36인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균으로부터 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $58.56 \le m \le 65.44$이다. σ의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58)=0.99$로 계산한다.)

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

05 확통

09 통계적 추정

03 모평균의 추정

04 신뢰구간4 (신뢰구간의 길이)

[출처] 2019 모의_공공 사관학교 고3 07월 13

97. 어느 도시의 직장인들이 하루 동안 도보로 이동한 거리는 평균이 $m$km, 표준편차가 1.5km인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 직장인들 중에서 36명을 임의추출하여 조사한 결과 36명이 하루 동안 도보로 이동한 거리의 평균은 $\overline{x}$km이었다. 이 결과를 이용하여, 이 도시의 직장인들이 하루 동안 도보로 이동한 거리의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \le m \le 6.49$이다. a의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$로 계산한다.)

① 5.46 ② 5.51 ③ 5.56

④ 5.61 ⑤ 5.66

[출처] 2018 모의_공공 평가원 고3 11월 12

98. 어느 마을에서 수확하는 수박의 무게는 평균이 $m$kg, 표준편차가 1.4kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 마을에서 수확한 수박 중에서 49개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 이 마을에서 수확하는 수박의 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \le m \le 7.992$이다. a의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(Z \le 1.96) = 0.95$로 계산한다.)

① 7.198 ② 7.208 ③ 7.218

④ 7.228 ⑤ 7.238

05 확통

09 통계적 추정

03 모평균의 추정

05 신뢰구간5 (표본의 크기)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 14

99. 어느 방위산업체에서 생산하는 방독면 1개의 무게는 평균이 m, 표준편차가 50인 정규분포를 따른다고 한다. 이 방위산업체에서 생산하는 방독면 중에서 n개를 임의추출하여 얻은 방독면 무게의 표본평균이 1740이었다. 이 결과를 이용하여 이 방위산업체에서 생산하는 방독면 1개의 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1720.4 \le m \le a$이다. $n+a$의 값은?
(단, 무게의 단위는 g이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.)

① 1772.6 ② 1776.6 ③ 1780.6
④ 1784.6 ⑤ 1788.6

100. 어느 공장에서 생산하는 노트북 1개의 무게는 평균이 m, 표준편차가 50인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산하는 노트북 중에서 n개를 임의추출하여 얻은 노트북 무게의 표본평균이 1740이었다. 이 결과를 이용하여 이 공장에서 생산하는 노트북 1개의 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1720.4 \le m \le a$이다. $n+a$의 값은? (단, Z의 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산하고, 무게의 단위는 g이다.)

① 1772.6 ② 1776.6 ③ 1780.6
④ 1784.6 ⑤ 1788.6

[확통] 사관학교 최근5개년(빠른 정답)

유형별한글 2022.12.17

1. [정답] ①
2. [정답] ④
3. [정답] ③
4. [정답] ③
5. [정답] ③

6. [정답] ①
7. [정답] 63
8. [정답] 14
9. [정답] 36
10. [정답] ④

11. [정답] 390
12. [정답] ⑤
13. [정답] 121
14. [정답] ②
15. [정답] 50

16. [정답] 12
17. [정답] ③
18. [정답] ④
19. [정답] ②
20. [정답] ②

21. [정답] ②
22. [정답] ④
23. [정답] ②
24. [정답] ①
25. [정답] 135

26. [정답] ①
27. [정답] 68
28. [정답] 49
29. [정답] ②
30. [정답] 103

31. [정답] 259
32. [정답] ③
33. [정답] ③
34. [정답] ④
35. [정답] ③
36. [정답] ②
37. [정답] ③
38. [정답] ③
39. [정답] ⑤
40. [정답] 25

41. [정답] ⑤
42. [정답] 5
43. [정답] 151
44. [정답] ①
45. [정답] ①

46. [정답] ④
47. [정답] 41
48. [정답] 27
49. [정답] ②
50. [정답] ②

51. [정답] ③
52. [정답] ①
53. [정답] ②
54. [정답] ⑤
55. [정답] ④

56. [정답] 14
57. [정답] 20
58. [정답] ①
59. [정답] ⑤
60. [정답] ②

61. [정답] ③
62. [정답] 29
63. [정답] ⑤
64. [정답] ②
65. [정답] ②

66. [정답] ②
67. [정답] 77
68. [정답] ③
69. [정답] 80
70. [정답] ④

71. [정답] 10, $\frac{2}{3}$

72. [정답] ④
73. [정답] ⑤
74. [정답] ①
75. [정답] ②

76. [정답] 29
77. [정답] ②
78. [정답] ⑤
79. [정답] ②
80. [정답] ③

81. [정답] ③
82. [정답] 149
83. [정답] 149
84. [정답] ④
85. [정답] ④

86. [정답] ⑤
87. [정답] 25
88. [정답] 19
89. [정답] ②
90. [정답] 88

91. [정답] ③
92. [정답] ⑤
93. [정답] ④
94. [정답] ③
95. [정답] ②

96. [정답] ④
97. [정답] ②
98. [정답] ②
99. [정답] ④
100. [정답] ④

[확통] 사관학교 최근5개년(해설)

유형별한글 2022.12.17

1) [정답] ①

[해설]
3, 6이 이웃하므로 한 덩어리로 묶어 원탁에 나열하면 $4!$
3, 6이 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 $2!$
따라서 구하고자 하는 경우의 수는
$4! \times 2! = 48$

2) [정답] ④

[해설]
먼저 A, B, C를 제외한 4사람을 먼저 원순열로 배치한다.
따라서 그 경우는 $(4-1)!=6$(가지)
4명 사이에 3곳을 택하여 A, B, C가 끼워 들어간다.
따라서 경우는 ${}_4P_3=24$(가지)
따라서 A, B, C세 명 중 어느 두 명도 서로 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는 $6\times25=144$(가지)

3) [정답] ③

[해설]
A와 C가 이웃하지 않고, B와 C도 이웃하지 않는 경우는
(ⅰ) A, B는 이웃하면서 위의 조건을 만족하는 경우와
(ⅱ) A, B, C 모두 이웃하지 않는 경우
로 나눌 수 있다.
(ⅰ) A, B는 이웃하는 경우
(A, B)와 C가 이웃하지 않아야 하므로
(1) A, B, C를 제외한 3명을 원 모양의 탁자에 배열하는 경우의 수 $2!$
(2) 배열된 3명의 사이사이의 3자리 중 2자리에 (A, B)와 C를 배열하는 경우의 수 ${}_3P_2$
(3) A, B가 자리를 바꾸는 경우의 수 $2!$
이상에서 구하는 경우의 수는
$2!\times{}_3P_2\times2!=24$
(ⅱ) A, B, C 모두 이웃하지 않는 경우
(1) A, B, C를 제외한 3명을 원 모양의 탁자에 배열하는 경우의 수 $2!$
(2) 배열된 3명의 사이사이에 A, B, C를 배열하는 경우의 수 $3!$
이상에서 구하는 경우의 수는
$2!\times3!=12$
(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는 $24+12=36$이다.

[다른 풀이]
6명을 원 모양의 탁자에서 배열하는 경우의 수는 $5!=120$
A와 C가 이웃하지 않고, B와 C도 이웃하지 않는 경우의 여사건은 A와 C가 이웃하거나 B와 C가 이웃하는 경우이다.
A와 C가 이웃하는 경우의 수는 $4!\times2!=48$
B와 C가 이웃하는 경우의 수는 $4!\times2!=48$
A와 C가 이웃하면서 B와 C도 이웃하는 경우의 수는 A와 B 사이에 C가 와야 하므로 $2!\times3!=12$
따라서 A와 C가 이웃하거나 B와 C가 이웃하는 경우의 수는
$48+48-12=84$
이므로 구하는 경우의 수는 $120-84=36$이다.

4) [정답] ③

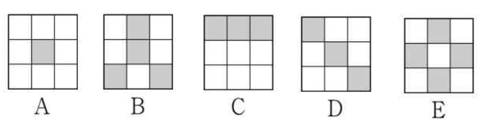
[해설]
가운데 색을 칠하는 경우의 수는 7
나머지 색을 칠하는 경우의 수는 $(6-1)!=120$
따라서 구하는 경우의 수는 $7\times120=840$

5) [정답] ③

[해설]
6가지 색 중 4가지 색을 고르는 경우의 수 ${}_6C_4=15$
가운데 들어갈 색을 고르는 경우 ${}_4C_1=4$
나머지 색을 배열하는 경우 $2!=2$
따라서 $15\times4\times2=120$

6) [정답] ①

[해설]
A와 E는 회전하면 모두 일치하고, −1가지
B와 C는 회전하면 모두 놓인 모양이 다르고, −4가지
D는 회전하여 다른 경우는 2가지이다. −2가지



(ⅰ) 중앙에 A 또는 E를 붙인 경우
나머지 4개는 원순열에 의하여 $3!$ 인데, 각각의 경우 회전하여 다른 경우의 수를 따지면 $1\times2\times4\times4=32$
그러므로 $2\times3!\times32=384$

(ii) 중앙에 B 또는 C를 붙인 경우

네 방향이 모두 상대적으로 다른 모양이므로

나머지 4개를 놓는 경우의 수는 $4!$

각각의 경우 회전하여 다른 경우의 수를 따지면

$1\times1\times2\times4=8$

그러므로 $2\times4!\times8=384$

(iii) 중앙에 D를 붙인 경우

나머지 4개는 회전하여 일치하는 경우가 2방향이므로

$\dfrac{4!}{2}=12$

각각의 경우 회전하여 다른 경우의 수를 따지면

$1\times1\times4\times4=16$

그러므로 $12\times16=192$

따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 서로 다른 문양의 개수는

$384+384+192=960$

(가) $=a=24$, (나) $=b=12$, (다) $=c=16$

$\therefore\ a+b+c=24+12+16=52$

7) [정답] 63

[해설]

오른쪽으로 한 칸, 위로 한 칸, 대각선으로 한 칸 가는 것을 각각 a, b, c라고 하면 지점 A에서 지점 B까지 가는 모든 경로의 수는 다음과 같다.

(i) 대각선을 0번 이용하는 경우는 a, a, a, b, b, b를 배열하는 것과 같으므로 그 경우의 수는 $\dfrac{6!}{3!\times3!}=20$

(ii) 대각선을 1번 이용하는 경우는 a, a, b, b, c를 배열하는 것과 같으므로 그 경우의 수는 $\dfrac{5!}{2!\times2!}=30$

(iii) 대각선을 2번 이용하는 경우는 a, b, c, c를 배열하는 것과 같으므로 그 경우의 수는 $\dfrac{4!}{2!}=12$

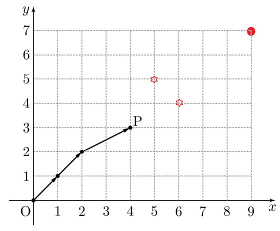
(iv) 대각선을 3번 이용하는 경우는 c, c, c를 배열하는 것과 같으므로 그 경우의 수는 1

(i)~(iv)에서 구하는 모든 경로의 수는 $20+30+12+1=63$

8) [정답] 14

[해설]

㉠, ㉡ 버튼의 사용횟수를 각각 a, b라 하면



O→C : $a+2b=9$, $a+b=7$이므로

$a=5$, $b=2$ --- $\dfrac{7!}{5!2!}=21$가지

O→A→C : $a+2b=5$, $a+b=5$

$a=5$, $b=0$ --- 1 가지

O→B→C : $a+2b=6$, $a+b=4$

$a=2$, $b=2$ --- $\dfrac{4!}{2!2!}=6$ 가지

$\therefore 21-(1+6)=14$

9) [정답] **36**

[해설]

카드를 한 장씩 4번 꺼내어 말을 움직였을 때, O지점에 있는 말이 P지점까지 가는 경우는 ‘동’, ‘북’이 적힌 카드가 각각 2번씩 나오는 경우와 ‘정’, ‘동’, ‘북’, ‘동북’이 적힌 카드가 각각 한 번씩 나오는 경우와 ‘정’, ‘동북’이 적힌 카드가 각각 2번씩 나오는 경우의 세 가지가 있다.

(i) ‘동’, ‘북’이 적힌 카드가 각각 2번씩 나오는 경우

동, 동, 북, 북을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\dfrac{4!}{2!2!}=6$

(ii) ‘정’, ‘동’, ‘북’, ‘동북’이 적힌 카드가 각각 1번씩 나오는 경우

정, 동, 북, 동북을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$4!=24$

(iii) ‘정’, ‘동북’이 적힌 카드가 각각 2번씩 나오는 경우

정, 정, 동북, 동북을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\dfrac{4!}{2!2!}=6$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는

$6+24+6=36$

10) [정답] ④

[해설]

모든 경우의 수는 ${}_5\mathrm{H}_3={}_7\mathrm{C}_3=35$

택한 세 수의 곱이 6미만인 경우는

(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 1, 3), (1, 1, 4),

(1, 1, 5), (1, 2, 2)

즉, 6가지

택한 세 수의 곱이 6이상인 경우의 수는 모든 경우에서 6미만이 나오는 경우를 빼면 되므로 $35-6=29$

11) [정답] 390

[해설]

같은 종류의 사탕 6개를 서로 구별되는 6개의 접시에 남김없이 담는 경우의 수는 서로 다른 접시 6개에서 중복을 허락하여 6개를 택하는 경우의 수와 같으므로

$${}_6\mathrm{H}_6={}_{6+6-1}\mathrm{C}_6={}_{11}\mathrm{C}_6={}_{11}\mathrm{C}_5=\frac{11\times10\times9\times8\times7}{5\times4\times3\times2\times1}=462$$

각 접시에 적힌 수를 접시의 번호라 하자.

(ⅰ) 사탕이 담겨진 접시에 적힌 번호의 합이 6이하가 되는 경우는 다음과 같다.

① 1개의 접시에 사탕을 모두 담는 경우
6가지

② 2개의 접시에 사탕을 모두 담는 경우
1번과 2번, 1번과 3번, 1번과 4번, 1번과 5번, 2번과 3번, 2번과 4번 접시에 담는 6가지
택한 2개의 접시에 사탕을 모두 담는 경우의 수는 2개의 접시에 사탕을 하나씩 놓고 남은 4개의 사탕을 중복을 허락하여 2개의 접시에 모두 담는 경우의 수이므로
${}_2\mathrm{H}_4={}_{2+4-1}\mathrm{C}_4={}_5\mathrm{C}_4={}_5\mathrm{C}_1=5$
따라서 구하는 경우의 수는 $6\times5=30$

③ 3개의 접시에 사탕을 모두 담는 경우
1번과 2번과 3번 접시에 담는 1가지
1번과 2번과 3번 접시에 사탕을 모두 담는 경우의 수는 1번과 2번과 3번 접시에 사탕을 하나씩 놓고 남은 3개의 사탕을 중복을 허락하여 1번과 2번과 3번 접시에 모두 담는 경우의 수이므로
${}_3\mathrm{H}_3={}_{3+3-1}\mathrm{C}_3={}_5\mathrm{C}_3={}_5\mathrm{C}_2=10$
따라서 구하는 경우의 수는 $1\times10=10$

(ⅱ) 사탕이 담겨진 접시에 적힌 번호의 합이 18 이상이 되는 경우는 다음과 같다.

① 6개의 접시에 사탕을 모두 담는 경우
$1+2+3+4+5+6=21$이므로 1가지

② 5개의 접시에 사탕을 모두 담는 경우
1번을 제외한 5개, 2번을 제외한 5개, 3번을 제외한 5개의 접시에 담는 3가지.
택한 1개의 접시를 제외한 5개의 접시에 사탕을 모두 담는 경우의 수는 5개의 접시에 사탕을 하나씩 놓고 남은 1개의 사탕을 5개의 접시 중 하나에 담는 경우의 수이므로
${}_5\mathrm{C}_1=5$
따라서 구하는 경우의 수는 $3\times5=15$

③ 4개의 접시에 사탕을 모두 담는 경우
1번과 2번을 제외한 4개의 접시에 담는 1가지
1번과 2번을 제외한 4개의 접시에 사탕을 모두 담는 경우의 수는 4개의 접시에 사탕을 하나씩 놓고 남은 2개의 사탕을 중복을 허락하여 4개의 접시에 담는 경우의 수이므로
${}_4\mathrm{H}_2={}_{4+2-1}\mathrm{C}_2={}_5\mathrm{C}_2=10$
따라서 구하는 경우의 수는 $1\times10=10$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는

$462-(6+30+10)-(1+15+10)=390$

12) [정답] ⑤

[해설]

A, B, C, D가 가질 수 있는 개수를 각각 x, y, z, w라고 하면
사탕 9개를 네 명의 학생에게 나누어주는 경우의 수는
$x+y+z+w=9$의 해의 개수와 같으므로
${}_4\mathrm{H}_9={}_{12}\mathrm{C}_9={}_{12}\mathrm{C}_3=220$

(ⅰ) 한 개도 받지 못한 사람이 0명인 경우
모두 한 개씩 받아야하므로
$x+y+z+w=9$ (x, y, z, w는 자연수)의 해의 개수와 같다.
${}_4\mathrm{H}_5={}_8\mathrm{C}_5={}_8\mathrm{C}_3=56$

(ⅱ) 한 개도 받지 못한 사람이 1명인 경우
네 사람 중 한 개도 받지 못한 사람을 선택할 경우의 수 ${}_4\mathrm{C}_1=4$
$x=0$이라 하면, $y+z+w=9$ (y, z, w는 자연수)의 해의 개수 ${}_3\mathrm{H}_6={}_8\mathrm{C}_6={}_8\mathrm{C}_2=28$
$\therefore\ 4\times28=112$

따라서 구하는 경우의 수는 $220-56-112=52$

13) [정답] 121

[해설]

(i) 고등어를 1마리 구입하는 경우
갈치, 병어, 꽁치 중에서 중복을 허락하여 9마리를 구입하면 되므로 서로 다른 3개에서 9개를 택하는 중복조합의 수와 같다.
즉,

$$\begin{aligned}{}_3H_9 &= {}_{3+9-1}C_9 \\ &= {}_{11}C_9 = {}_{11}C_2 \\ &= \frac{11\times10}{2\times1} = 55\end{aligned}$$

(ii) 고등어를 1마리도 구입하지 않는 경우
갈치, 병어, 꽁치 중에서 중복을 허락하여 10마리를 구입하면 되므로 서로 다른 3개에서 10개를 택하는 중복조합의 수와 같다.
즉,

$$\begin{aligned}{}_3H_{10} &= {}_{3+10-1}C_{10} \\ &= {}_{12}C_{10} = {}_{12}C_2 \\ &= \frac{12\times11}{2\times1} = 66\end{aligned}$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$55+66=121$

14) [정답] ②

[해설]
일단 A상자에 흰 공 1개, 주황색 공 1개를 넣어 두고 나머지 흰 공 2개와 주황색 공 3개를 넣는 경우의 수를 구한다.
(i) A상자에 흰 공이 2개 모두 넣은 경우 남은 주황색 3개를 3상자에 넣는 경우의 수는 $a+b+c=3$,
${}_3H_3={}_5C_3=10$, $\therefore$ 10
(ii) A상자에 흰 공 1개를 넣고 남은 1개는 B 또는 C에 넣은 경우 남은 주황색 3개 중 1개는 흰 공이 들어간 B 또는 C에 넣고 나머지 2개를 3상자에 넣는 경우의 수는 $a+b+c=2$, ${}_3H_2={}_4C_2=6$, $\therefore$ $2\times6=12$
(iii) 2개의 흰 공 2개를 모두 B 또는 C에 넣는 경우 주황색 1개를 흰 공이 들어간 B 또는 C에 넣고 나머지 2개를 3상자에 넣는 경우의 수는 6, $\therefore$ $2\times6=12$
(iv) 흰 공 2개를 B와 C에 1개씩 나누어 넣은 경우 주황색 2개를 B와 C에 1개씩 넣고, 나머지 1개를 3상자에 넣는 경우의 수는 3, $\therefore$ 3
$\therefore$ $10+12+12+3=37$

15) [정답] 50

[해설]
(나)에서 ab가 홀수인 경우는 다음과 같다.
(가)에서 $a+b+c+d+e=10$을 적용하면
(i) $(a,\ b)=(1,\ 1)$일 때, $c+d+e=8$
그런데 c, d, e가 자연수이므로
$c'=c+1$, $d'=d+1$, $e'=e+1$이라 하면
$c'+d'+e'=5$
$\therefore {}_3H_5={}_7C_5={}_7C_2=21$
(ii) $(a,\ b)=(1,\ 3)$, $(3,\ 1)$일 때, $c+d+e=6$
(i)과 마찬가지로 $c'+d'+e'=3$
$\therefore 2\times{}_3H_3=2\times{}_5C_3=2\times{}_5C_2=20$
(iii) $(a,\ b)=(1,\ 5)$, $(3,\ 3)$, $(5,\ 1)$일 때, $c+d+e=4$
(i)과 마찬가지로 $c'+d'+e'=1$
$\therefore 3\times{}_3H_1=3\times{}_3C_1=9$
(i), (ii), (iii)에서 자연수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d,\ e)$의 개수는 $21+20+9=50$

16) [정답] 12

[해설]
(i) $x=1$일 때,
$y+z=5$를 만족시키는 음이 아닌 정수 y, z의 순서쌍 $(y,\ z)$의 개수는
${}_2H_5={}_{2+5-1}C_5={}_6C_5={}_6C_1=6$
(ii) $x=3$일 때,
$y+z=3$를 만족시키는 음이 아닌 정수 y, z의 순서쌍 $(y,\ z)$의 개수는
${}_2H_3={}_{2+3-1}C_3={}_4C_3={}_4C_1=4$
(iii) $x=5$일 때,
$y+z=1$를 만족시키는 음이 아닌 정수 y, z의 순서쌍 $(y,\ z)$의 개수는
${}_2H_1={}_{2+1-1}C_3={}_2C_1=2$
이상에서 구하는 순서쌍의 개수는
$6+4+2=12$

17) [정답] ③

[해설]
$x=2a+1$, $y=2b+1$, $z=2c+1$, $w=2d+1$ (a, b, c, d는 음이 아닌 정수)로 놓으면

$8x+y+z+w=2(8a+b+c+d)+11=31$

$8a+b+c+d=10$

그러므로 $a=0$, $a=1$일 때로 나누어 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하면 다음과 같다.

(ⅰ) $a=0$일 때

주어진 방정식을 만족시키는 모든 순서쌍 $(0, b, c, d)$의 개수는 방정식 $b+c+d=10$을 만족시키는 음이 아닌 정수 b, c, d의 모든 순서쌍 (b, c, d)의 개수와 같다.

즉, 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 10개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3\mathrm{H}_{10}={}_{3+10-1}\mathrm{C}_{10}={}_{12}\mathrm{C}_{10}={}_{12}\mathrm{C}_2=\frac{12\times11}{2\times1}=66$$

(ⅱ) $a=1$일 때

주어진 방정식을 만족시키는 모든 순서쌍 $(1, b, c, d)$의 개수는 방정식 $b+c+d=2$를 만족시키는 음이 아닌 정수 b, c, d의 모든 순서쌍 (b, c, d)의 개수와 같다.

즉, 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 2개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3\mathrm{H}_2={}_{3+2-1}\mathrm{C}_2={}_4\mathrm{C}_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 모든 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수는

$66+6=72$

18) [정답] ④

[해설]

$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)=8$을 만족시키는 경우의 수는 $f(n)\ (1\le n\le 4)$에서 중복을 허락하여 8번 뽑는 경우의 수에서 $f(n)$의 값이 7 또는 8이 되는 경우의 수를 제외한 수와 같다.

$$\begin{aligned}\therefore {}_4\mathrm{H}_8-({}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1+{}_4\mathrm{C}_1)&={}_{11}\mathrm{C}_8-16\\&={}_{11}\mathrm{C}_3-16\\&=\frac{11\times10\times9}{3\times2\times1}-16\\&=165-16=149\end{aligned}$$

19) [정답] ②

[해설]

구하고자 하는 함수의 개수를 치역에 따라 분류하면

(ⅰ) 치역이 $\{1\}$인 경우

조건을 성립하며 경우의 수는 1가지이다.

(ⅱ) 치역이 $\{1, 2\}$인 경우

(가)조건에 의해 $f(1)=1$이고

(1) $f(2)=1$일 때

$x=2$인 경우

$f(f(f(2)))=f(f(1))=f(1)=1$ 이고

$x\ge3$인 경우도

$f(f(f(x)))$는 $f(f(1))=1$ 또는 $f(f(2))=1$ 이므로 주어진 조건을 만족한다.

3이상의 정의역이 1, 2에 대응하는 개수를 각각 x_1, x_2라 하면

$$x_1+x_2=6\ (x_1\ge0,\ x_2\ge1\text{인 정수})$$

이므로 ${}_2\mathrm{H}_{6-1}={}_6\mathrm{C}_5=6$가지이다.

(2) $f(2)=2$일 때

$f(f(f(2)))=2$이므로 모순

(ⅲ) 치역이 $\{1, 3\}$인 경우

(1) $f(2)=1$, $f(3)=1$인 경우

$f(f(f(x)))$는 $f(f(1))=1$ 또는 $f(f(3))=1$이므로 성립

4이상의 정의역이 1, 3에 대응하는 개수를 각각 x_1, x_2라 하면

$$x_1+x_2=5\ (x_1\ge0,\ x_2\ge1\text{인 정수})$$

이므로 ${}_2\mathrm{H}_{5-1}={}_5\mathrm{C}_4=5$가지이다.

(2) $f(2)=1$, $f(3)=3$인 경우

$f(f(f(3)))=3$이므로 모순

(3) $f(2)=3$인 경우

(가)에 의해 $f(3)\ge f(2)=3$ 즉, $f(3)=3$이므로

$f(f(f(2)))=3$이므로 모순

(ⅳ) 치역이 $\{1, 2, 3\}$인 경우

3이상의 정의역이 1, 2, 3에 각각 대응하는 개수를 x_1, x_2, x_3라 하면

$$x_1+x_2+x_3=6\ (x_1\ge0,\ x_2\ge1,\ x_3\ge1\text{인 정수})$$

이므로 ${}_3\mathrm{H}_{6-2}={}_6\mathrm{C}_4=15$가지이다.

따라서 (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에서 조건을 만족시키는 모든 함수 $f: X\to Y$의 개수는 $1+6+5+15=27$가지

20) [정답] ②

[해설]

x^2의 계수는 ${}_6\mathrm{C}_2\cdot 2^2=60$

21) [정답] ②

[해설]

$(x+2)^6$의 전개식에서 x^4항은

${}_6\mathrm{C}_4x^4\cdot2^2=60x^4$

이므로 x^4의 계수는 60이다.

22) [정답] ④

[해설]

$(x+2)^6$의 전개식의 일반항은 ${}_6C_r\ 2^{6-r}x^r\ (r=0,1,\cdots,6)$이다.

x^4의 계수는 $r=4$일 때이므로

${}_6C_4\times2^2={}_6C_2\times2^2=\dfrac{6\times5}{2\times1}\times4=60$

23) [정답] ②

[해설]

$\left(x^3+\dfrac{1}{x}\right)^5$의 전개식에서 일반항이 ${}_5\mathrm{C}_\mathrm{r}(\mathrm{x}^3)^\mathrm{r}\left(\dfrac{1}{\mathrm{x}}\right)^{5-\mathrm{r}}$이므로

x^3이 나오는 경우는 $r=2$일 때이다.

즉, ${}_5\mathrm{C}_2(\mathrm{x}^3)^2\left(\dfrac{1}{\mathrm{x}}\right)^3=10\mathrm{x}^3$이므로 x^3의 계수는 10

24) [정답] ①

[해설]

$\left(2x^2+\dfrac{1}{x}\right)^5$의 전개식에서 일반항은

$${}_5\mathrm{C}_\mathrm{r}(2\mathrm{x}^2)^\mathrm{r}\left(\dfrac{1}{\mathrm{x}}\right)^{5-\mathrm{r}}=2^r\cdot{}_5\mathrm{C}_\mathrm{r}\mathrm{x}^{3\mathrm{r}-5}$$

이므로 x^4의 계수는 $r=3$일 때이다.

따라서 x^4의 계수는 ${}_5\mathrm{C}_3\cdot2^3=80$

25) [정답] 135

[해설]

상수항은 ${}_6\mathrm{C}_2(3x^2)^2\left(\dfrac{1}{x}\right)^4=3^2\times{}_6\mathrm{C}_2=135$

26) [정답] ①

[해설]
주사위를 두 번 던져서 나오는 전체 경우의 수는 $6\times6=36$가지이다.
$ax^2+2bx+a-3\le0$에서 최고차항의 계수가 양수이므로 해가 존재하기 위해서는 이차방정식 $ax^2+2bx+a-3=0$의 판별식을 D라 할 때

$\dfrac{D}{4}=b^2-a(a-3)\ge0$, 즉 $b^2\ge a(a-3)$

을 만족해야 한다.

(ⅰ) $a=1,\ 2,\ 3$일 때
$b=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 6$이면 성립하므로 가능한 경우의 수는 $3\times6=18$가지이다.

(ⅱ) $a=4$일 때
$b^2\ge4$에서 $b=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$의 5가지이다.

(ⅲ) $a=5$일 때
$b^2\ge10$에서 $b=4,\ 5,\ 6$의 3가지이다.

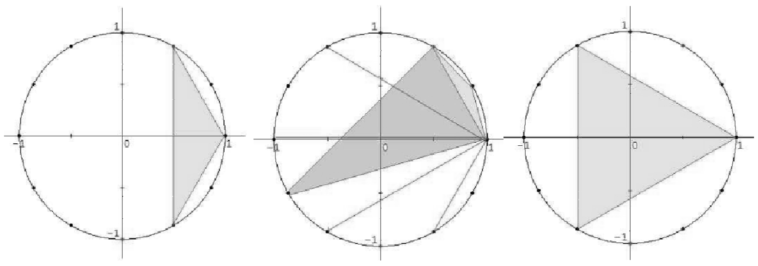
(ⅳ) $a=6$일 때
$b^2\ge18$에서 $b=5,\ 6$의 2가지이다.

이상에서 이차부등식 $ax^2+2bx+a-3\le0$의 해가 존재하는 경우의 수는 $18+5+3+2=28$이므로 구하는 확률은

$\dfrac{28}{36}=\dfrac{7}{9}$

27) [정답] 68

[해설]
A, B, C는 그림과 같이 단위원을 12등분하는 점이다.



이등변삼각형인 경우는
(ⅰ) $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$인 경우 5가지
(ⅱ) A가 이등변삼각형의 밑변의 꼭짓점인 경우 10가지
(ⅲ) 정삼각형은 1가지인데 (ⅰ), (ⅱ) 에서 3번 중복
따라서 이등변삼각형은 $5+10-2=13$이고,
모든 경우의 수는 ${}_{11}\mathrm{C}_2=55$이다.

$\therefore\ \dfrac{q}{p}=\dfrac{13}{55},\ p+q=13+55=68$

28) [정답] 49

[해설]
E, (A, B), F, (C, D)의 순으로 자리를 정하여 앉히면 된다.
E는 2열과 3열의 4자리 중 한 곳 …… 4가지
(A, B)는 E가 앉지 않은 열에 좌우 배치 …… $2\times2=4$가지
F는 E, (A, B)가 앉지 않은 2자리 중 한 곳 …… 2가지
(C, D) 는 남은 자리에 배치 …… 2가지
그러므로 조건을 만족하도록 앉는 경우의 수는

$4\times4\times2\times2=64$

모든 경우의 수는 $6!=720$이므로, 구하려는 확률은

$\frac{64}{720}=\frac{4}{45}$,

$\therefore\ p+q=45+4=49$

29) [정답] ②

[해설]

8명의 학생이 일렬로 서는 경우의 수는 $8!$이다.

(ⅰ) 여학생 2명이 맨 앞과 맨 뒤를 제외한 여섯 자리 중 두 자리에 서는 경우의 수는 ${}_6\mathrm{P}_2$

(ⅱ) 여학생 2명이 서고 남은 여섯 자리에 여학생 2명을 제외한 남학생 6명이 서는 경우의 수는 $6!$

(ⅰ), (ⅱ)에서 맨 앞과 맨 뒤를 제외한 자리에 여학생 2명이 서는 경우의 수는

$${}_6\mathrm{P}_2\times6!$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{{}_6\mathrm{P}_2\times6!}{8!}=\frac{6\times5}{8\times7}=\frac{15}{28}$$

30) [정답] 103

[해설]

중복을 허락하여 만들 수 있는 네 자리 자연수는

${}_5\Pi_4-{}_5\Pi_3=625-125=500$ 가지

$a_1<a_2<a_3$ 이므로 a_3 는 3 또는 4 이다.

(ⅰ) $a_3=3$ 일 때

$a_1<a_2<a_3$ 이므로, $a_1=1$, $a_2=2$ 이고

a_4 는 $0, 1, 2$ 중 한 가지이므로 3가지

(ⅱ) $a_3=4$ 일 때

a_1, a_2는 $1, 2, 3$ 중 2개의 수를 선택하여 큰 수가 a_2, 작은 수가 a_1 $(a_1\neq0)$이다. 따라서, a_1, a_2가 될 수 있는 경우는 ${}_3\mathrm{C}_2=3$가지, a_4는 $0, 1, 2, 3$ 중 한 가지이므로 4가지이다.
조건에 맞는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2\times4=12$ 가지

구하고자 하는 확률은 $\frac{3+12}{500}=\frac{3}{100}$ $\therefore p+q=103$

31) [정답] 259

[해설]

① $a_1>a_2$, $a_2<a_3<a_4<a_5<a_6$
a_1을 2, 3, 4, 5, 6 중에서 하나 정하면 된다.
따라서 5가지

② $a_1<a_2$, $a_2>a_3$, $a_3<a_4<a_5<a_6$
a_1와 a_3는 a_2보다 작으므로 가능한 a_2는 3, 4, 5, 6이고 그 각각에 대하여 a_2보다 작은 a_1을 정하기만 하면 되는데, 각각 2, 3, 4, 5가지이므로 모두 14가지

③ $a_1<a_2<a_3$, $a_3>a_4$, $a_4<a_5<a_6$
a_3보다 작은 것이 a_1, a_2, a_4이므로 가능한 a_3는 4, 5, 6이고 그 각각에 대하여 $a_1<a_2$를 정하기만 하면된다.
따라서 ${}_3\mathrm{C}_2+{}_4\mathrm{C}_2+{}_5\mathrm{C}_2=19$가지

④ $a_4>a_5$인 경우는 ②를 반대로 대칭배열한다.
따라서 14가지

⑤ $a_5>a_6$인 경우도 ①을 반대로 대칭배열한다. 따라서 5가지 모든 경우의 수는 $6!$이므로 구하는 확률은
$\frac{5+14+19+14+5}{6!}=\frac{19}{240}$

$\therefore\ 19+240=259$

32) [정답] ③

[해설]

$$\mathrm{P}(A\cap B^C)=1-\mathrm{P}(A^C\cup B)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap B^C)=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$$

33) [정답] ③

[해설]

$$\mathrm{P}(A\cap B^C)=1-\mathrm{P}(A^C\cup B)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap B^C)=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$$

34) [정답] ④

[해설]

전체 경우의 수는 ${}_{10}\mathrm{C}_3=\frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=120$

구하고자 하는 경우의 수를 여사건을 이용하면

세 수의 곱이 4의 배수가 아닐 경우이고 이를 분류하면

(ⅰ) 2의 배수이고, 4의 배수가 아닌 경우

2, 6, 10중 1개를 뽑고 1, 3, 5, 7, 9에서 2개를 뽑으므로

$\therefore {}_9C_1 \times {}_5C_2 = 30$

(ⅱ) 홀수인 경우

1, 3, 5, 7, 9에서 3개를 뽑으므로

$\therefore {}_5C_3 = 10$

따라서 구하고자 하는 확률은

$\therefore 1 - \frac{30+10}{120} = \frac{2}{3}$

35) [정답] ③

[해설]

$a+b+c=3n$을 만족시키는 자연수의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는

$${}_3H_{3n-3} = {}_{3n-1}C_{3n-3} = {}_{3n-1}C_2 = \frac{(3n-1)(3n-2)}{2}$$

$a>b$ 또는 $a>c$의 여사건은 $a \le b$이고 $a \le c$이다.

$a=k$일 때 $k \le b,\ k \le c$은 $b+c=3n-k$에서

$(b,\ c)=(k,\ 3n-2k),\ (k+1,\ 3n-2k-1),\ \cdots,\ (3n-2k,\ k)$

즉 $3n-3k+1$개 이다. 따라서 여사건의 개수는

$$\sum_{k=1}^{n}(3n-3k+1) = 3n^2 - \frac{3}{2}n(n+1)+n = \frac{1}{2}n(3n-1)$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{\frac{1}{2}n(3n-1)}{\frac{1}{2}(3n-1)(3n-2)} = 1 - \frac{n}{3n-2} = \frac{2n-2}{3n-2}$$

$n=2$일 때 $p = \frac{5\times4}{2} = 10$,

$n=7,\ k=2$일 때 $q = 21-6+1 = 16$

$n=4$일 때 $r = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\quad \therefore pqr = 10 \times 16 \times \frac{3}{5} = 96$

36) [정답] ②

[해설]

$P(A\cap B) = P(A)P(B|A)$

$P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\frac{4}{5} = \frac{1}{2} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2}P(B|A)$

$\therefore\ P(B|A) = \frac{1}{5}$

37) [정답] ③

[해설]

$P(A|B) = P(B|A)$에서 $\frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

따라서 $P(A) = P(B)$

$P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$1 = 2P(A) - \frac{1}{4}$

따라서 $P(A) = \frac{5}{8}$

38) [정답] ③

[해설]

학생들이 사용하는 컴퓨터의 종류를 표로 나타내면 다음과 같다.

	데스크탑	노트북
남	15	6
녀	8	10

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{15}{15+8} = \frac{15}{23}$ 이다.

39) [정답] ⑤

[해설]

지난 달 한 달 동안 비가 온 날은 $9+3=12$일이고 비가 온 12일 중 비가 온다고 예보하여 우산을 가지고 나온 날은 9일이므로 구하는 확률은 $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

40) [정답] 25

[해설]

표로 나타내면 다음과 같다

	1	2	3	4	5	6
1	○	○	○	○	○	○
2	○	×	○	×	○	×
3	○	○	×	○	●	×
4	○	×	○	×	○	×
5	○	○	●	○	×	○
6	○	×	×	×	○	×

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{23}$이므로 $2+23=25$이다.

41) [정답] ⑤

[해설]
두 수의 합이 홀수인 경우를 표시하면

B \ A	1	2	3	4	5
6	○	×	○	×	○
7	×	○	×	○	×
8	○	×	○	×	○

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

42) [정답] 5

[해설]

ab가 6의 배수인 경우는

$(1,\ 6),\ (2,\ 3),\ (2,\ 6),\ (3,\ 2),\ (3,\ 4),\ (3,\ 6),$

$(4,\ 3),\ (4,\ 6),\ (5,\ 6),\ (6,\ 1),\ (6,\ 2),\ (6,\ 3),$

$(6,\ 4),\ (6,\ 5),\ (6,\ 6)$

총 15개다.

이 중에서 a또는 b가 홀수인 것은 10개다.

따라서 ab가 6의 배수일 때, a 또는 b가 홀수일 확률은

$$\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$$

따라서 $p=3,\ q=2$이므로 $p+q=5$

43) [정답] 151

[해설]

(i) 눈의 수가 3의 배수일 때. 즉 확률은 $\frac{1}{3}$

이 상자에서 임의로 2개의 구슬을 꺼내므로 검은 구슬이 2개 나오는 확률은 $\frac{{}_4C_2}{{}_7C_2}$

$$\therefore \frac{1}{3}\times\frac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\frac{2}{21}$$

(ii) 눈의 수가 3의 배수가 아닐 때, 즉 확률은 $\frac{2}{3}$

이 상자에서 임의로 3개의 구슬을 꺼내므로 검은 구슬이 2개 나오는 확률은 $\frac{{}_4C_2\times{}_3C_1}{{}_7C_3}$

$$\therefore \frac{2}{3}\times\frac{{}_4C_2\times{}_3C_1}{{}_7C_3}=\frac{12}{35}$$

(i), (ii)에서 구하고자 하는 확률은

$$\frac{2}{21}+\frac{12}{35}=\frac{10}{105}+\frac{36}{105}=\frac{46}{105}$$

따라서 $p=105,\ q=46$이므로 $p+q=105+46=151$

44) [정답] ①

[해설]

(i) 주사위 5가 나온 경우

$$\frac{1}{6}\times\frac{{}_4C_3\times{}_2C_2}{{}_6C_5}=\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{9}$$

(ii) 주사위 4가 나온 경우

$$\frac{1}{6}\times\frac{{}_4C_3\times{}_2C_1}{{}_6C_4}=\frac{1}{6}\times\frac{8}{15}=\frac{4}{45}$$

(iii) 주사위 3가 나온 경우

$$\frac{1}{6}\times\frac{{}_4C_3\times{}_2C_0}{{}_6C_3}=\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{30}$$

모두 합하면 $\frac{7}{30}$

$p+q=30+7=37$

45) [정답] ①

[해설]

주어진 시행에서 검은 공이 3개 나오려면 정사면체에서 나온 수가 3또는 4이어야 한다.

주어진 시행에서 검은 공이 3개 나오는 사건을 X라 하자.

(i) 정사면체에서 나온 수가 3이고, 검은 공이 3개 나오는 경우

정사면체에서 나온 수가 3인 사건을 A라 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{4}$$

$\mathrm{P}(X|A)$는 주머니에서 3개의 공을 꺼낼 때 검은 공이 3개 나올 확률이므로

$\mathrm{P}(X|A)=\dfrac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_5\mathrm{C}_3}=\dfrac{1}{10}$

$\mathrm{P}(A\cap X)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(X|A)=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{10}=\dfrac{1}{40}$

(ii) 정사면체에서 나온 수가 4이고, 검은 공이 3개 나오는 경우

정사면체에서 나온 수가 4인 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{4}$

$\mathrm{P}(X|B)$는 주머니에서 4개의 공을 꺼낼 때 검은 공이 3개 나올 확률이므로

$\mathrm{P}(X|B)=\dfrac{{}_3\mathrm{C}_3\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_4}=\dfrac{2}{5}$

$\mathrm{P}(B\cap X)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(X|B)=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{1}{10}$

$(A\cap X)\cap(B\cap X)=\varnothing$ 이고

$(A\cup X)\cup(B\cup X)=X$이므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(X)=\mathrm{P}(A\cap X)+\mathrm{P}(B\cup X)$$
$$=\frac{1}{40}+\frac{1}{10}$$
$$=\frac{1+4}{40}=\frac{1}{8}$$

46) [정답] ④

[해설]

(i) 첫 번째 꺼낸 공이 흰 공 또는 파란 공이었을 때, 두 번째 꺼낸 공이 검은 공일 확률은

$\dfrac{{}_3\mathrm{C}_1}{{}_6\mathrm{C}_1}\times\dfrac{{}_3\mathrm{C}_1}{{}_7\mathrm{C}_1}=\dfrac{3}{14}$

(ii) 첫 번째 꺼낸 공이 검은 공이었을 때, 두 번째 꺼낸 공도 검은 공일 확률은

$\dfrac{{}_3\mathrm{C}_1}{{}_6\mathrm{C}_1}\times\dfrac{{}_4\mathrm{C}_1}{{}_7\mathrm{C}_1}=\dfrac{2}{7}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{14}+\frac{2}{7}}=\frac{4}{7}$$

47) [정답] 41

[해설]

두 번 시행 후 주머니에 흰 공만 2개가 들어 있는 확률은 다음과 같이 분류할 수 있다.

(i) 첫 번째 시행에 검은 공 3개, 두 번째 시행에 검은 공 1개, 흰색 공 2개를 뽑는 경우

첫 번째 시행 후 남아 있는 공은 검은 공 1개, 흰색 공 2개다.

$\dfrac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_6\mathrm{C}_3}\cdot\dfrac{{}_1\mathrm{C}_1\cdot{}_2\mathrm{C}_2}{{}_3\mathrm{C}_3}=\dfrac{1}{5}$

(ii) 첫 번째 시행에 검은 공 2개, 흰색 공 1개를 뽑고 두 번째 시행에 검은 공 2개, 흰색 공 1개를 뽑는 경우

첫 번째 시행 후 남아 있는 공은 검은 공 2개, 흰색 공 2개다.

$\dfrac{{}_4\mathrm{C}_2\cdot{}_2\mathrm{C}_1}{{}_6\mathrm{C}_3}\cdot\dfrac{{}_2\mathrm{C}_2\cdot{}_2\mathrm{C}_1}{{}_4\mathrm{C}_3}=\dfrac{3}{10}$

(iii) 첫 번째 시행에 검은 공 1개, 흰색 공 2개를 뽑고, 두 번째 시행에 검은 공 3개를 뽑는 경우

첫 번째 시행 후 남아 있는 공은 검은 공 3개, 흰색 공 2개다.

$\dfrac{{}_4\mathrm{C}_1\cdot{}_2\mathrm{C}_2}{{}_6\mathrm{C}_3}\cdot\dfrac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_5\mathrm{C}_3}=\dfrac{1}{50}$

따라서 구하고자 하는 확률은

$$\frac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{5}+\frac{3}{10}+\frac{1}{50}}=\frac{30}{20+30+2}=\frac{15}{26}$$

따라서 $p=26,\ q=15$이므로 $p+q=41$

48) [정답] 27

[해설]

각 주머니의 흰 공의 개수와 검은 공의 개수를

(흰 공 개수, 검은 공 개수)

로 나타내기로 하자. 주머니 A의 공의 개수가 정해지면 주머니 B의 공의 개수도 정해지므로 주머니 A의 공의 개수의 변화만 고려해도 된다.

(i) 1회의 시행에서 주머니 A의 공의 개수의 변화에 따른 확률은 다음과 같다.

(1) $(1,\ 1)\to(0,\ 1)$, $(1,\ 1)\to(1,\ 0)$, $(1,\ 1)\to(1,\ 2)$, $(1,\ 1)\to(2,\ 1)$일 확률은 모두 $\dfrac{1}{4}$

(2) $(0,\ 1)\to(0,\ 2)$일 확률은 $\dfrac{1}{3}$,

$(0,\ 1)\to(0,\ 0)$일 확률은 $\dfrac{2}{3}$

(3) $(1,\ 0)\to(2,\ 0)$일 확률은 $\dfrac{1}{3}$,

$(1,\ 0)\to(0,\ 0)$일 확률은 $\dfrac{2}{3}$

(4) $(1,\ 2)\to(1,\ 1),\ (2,\ 1)\to(1,\ 1)$일 확률은 $\frac{2}{3}$

(5) $(0,\ 2)\to(0,\ 1),\ (2,\ 0)\to(1,\ 0)$일 확률은 1

(ii) 4회의 시행 후 주머니 A에 들어있는 공의 개수가 0일 확률은 다음과 같다.

(1) $(1,\ 1)\to(0,\ 1)\to(0,\ 2)\to(0,\ 1)\to(0,\ 0)$일 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times1\times\frac{2}{3}=\frac{1}{18}$

(2) $(1,\ 1)\to(1,\ 0)\to(2,\ 0)\to(1,\ 0)\to(0,\ 0)$일 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times1\times\frac{2}{3}=\frac{1}{18}$

(3) $(1,\ 1)\to(1,\ 2)\to(1,\ 1)\to(1,\ 0)\to(0,\ 0)$ 또는
$(1,\ 1)\to(1,\ 2)\to(1,\ 1)\to(0,\ 1)\to(0,\ 0)$일 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{18}$

(4) $(1,\ 1)\to(2,\ 1)\to(1,\ 1)\to(1,\ 0)\to(0,\ 0)$ 또는
$(1,\ 1)\to(2,\ 1)\to(1,\ 1)\to(0,\ 1)\to(0,\ 0)$일 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{18}$

이상에서 4회 시행 후 주머니 A에 들어 있는 공의 개수가 0인 사건을 E라 하면

$\mathrm{P}(E)=\frac{1}{18}\times4=\frac{2}{9}$

2회 시행 후 주머니 A에 들어 있는 흰 공의 개수가 1 이상인 사건을 F라 하면 사건 $E\cap F$가 일어나는 경우는 (ii)의 (2), (3), (4)에 해당하므로

$\mathrm{P}(E\cap F)=\frac{1}{18}\times3=\frac{1}{6}$

$$\therefore p=\mathrm{P}(F|E)=\frac{\mathrm{P}(E\cap F)}{\mathrm{P}(E)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{9}}=\frac{3}{4}$$

$\therefore 36p=27$

49) [정답] ②

[해설]

두 사건 $A,\ B$가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})$

그런데, $\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{2}{3}$,$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\frac{1}{4}$이므로

$\frac{1}{4}=\frac{2}{3}\cdot\mathrm{P}(\mathrm{B})$

$\therefore\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{1}{4}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{8}$

50) [정답] ②

[해설]

$\mathrm{P}(B^C)=\frac{3}{4}$

$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)\times\mathrm{P}(B^C)$

$=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

51) [정답] ③

[해설]

한 개의 주사위를 두 번 던지는 경우의 수는 36

$A=\{(4,\ 1),\ (4,\ 2),\ \cdots,\ (4,\ 6)\}$이므로 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{6}$

$A\cap B$는 첫 번째는 4, 두 번째는 $k-4$의 눈이 나오는 사건이므로 $\mathrm{P}(A\cap B_k)=\frac{1}{36}$

이때 사건 A와 B_k가 독립이므로

$\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B_k)=\frac{1}{6}\mathrm{P}(B_k)=\frac{1}{36}=\mathrm{P}(A\cap B_k)$에서

$\mathrm{P}(B_k)=\frac{1}{6}=\frac{6}{36}$, 즉, $n(B_k)=6$

따라서 두 눈의 수의 합이 경우 6가지는

$(1,\ 6),\ (2,\ 5),\ (3,\ 4),\ (4,\ 3),\ (5,\ 2),\ (6,\ 1)$으로 $k=7$일 때이다.

52) [정답] ①

[해설]

흰 공이 나올 확률은 $\frac{2}{3}$, 검은 공이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 점수의 합이 7이려면 $2\times2+3\times1=7$이므로 5번 중 흰 공이 3번, 검은 공이 2번

$\therefore\ {}_5\mathrm{C}_2\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{80}{243}$

53) [정답] ②

[해설]

한 개의 동전을 4번 던져 앞면이 나온 횟수가 a, 뒷면이 나온 횟수가 b이므로

$a+b=4$

두 식 $a+b=4,\ a-b=2$를 연립하여 풀면

$a=3,\ b=1$

따라서 구하는 확률은 한 개의 동전을 4번 던질 때 앞면이 3번 나올 확률이므로

$${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$$

54) [정답] ⑤

[해설]

상자에서 임의로 한 장의 카드를 꺼낼 때 1이 적혀 있는 카드가 나올 확률은 $\frac{3}{4}$, 2가 적혀 있는 카드가 나올 확률은 $\frac{1}{4}$이다.

4번의 시행에서 꺼낸 카드에 적혀 있는 수의 합이 5가 되기 위해서는 1이 적혀있는 카드가 3번, 2가 적혀 있는 카드가 1번 나와야 한다.

따라서 구하는 확률은

$${}_4C_3\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^1=\frac{27}{64}$$

55) [정답] ④

[해설]

$a+b=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$, $\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+3b=\frac{11}{6}$

$b=\frac{4}{12}$, $a=\frac{1}{12}$

$\therefore\ \frac{b}{a}=4$

56) [정답] 14

[해설]

$\frac{4}{7}$, a, b가 순서대로 등비수열을 이루므로 $a^2=\frac{4}{7}b\cdots$①

또, 확률의 합은 1이므로 $\frac{4}{7}+a+b=1\cdots$②

②에서 $b=\frac{3}{7}-a$를 ①에 대입하여 정리하면

$a^2=\frac{4}{7}(\frac{3}{7}-a)\Leftrightarrow 47a^2+28a-12=0$

$(7a+6)(7a-2)=0\ \therefore\ a=\frac{2}{7}(\because a\geq 0)$

평균은 $k\cdot\frac{4}{7}+2k\cdot a+4k\cdot b$

$=k(\frac{4}{7}+2\cdot\frac{2}{7}+4\cdot\frac{1}{7})=\frac{12k}{7}$

이 때 평균이 24이므로 $\therefore\ k=14$

57) [정답] 20

[해설]

$\left(\frac{1}{10}-p\right)+\left(\frac{1}{10}+p\right)+\left(\frac{1}{10}-p\right)+\ldots+\left(\frac{1}{10}+p\right)=1$이므로

$\frac{2n}{10}=1$ 따라서 $n=5$

확률변수 X의 기대값이 $\frac{23}{4}$이므로

$\mathrm{E}(X)=1\left(\frac{1}{10}-p\right)+2\left(\frac{1}{10}+p\right)+\ \ldots\ +10\left(\frac{1}{10}+p\right)$

$=\frac{1}{10}(1+2+\ \ldots\ +10)+(-p+2p-\ \ldots\ +10p)$

$=\frac{55}{10}+5p=\frac{23}{4}$

따라서 $p=\frac{1}{20}$이므로 $\frac{1}{p}=20$

58) [정답] ①

[해설]

주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 두 수의 차를 확률변수 X라 하므로

(ⅰ) $X=0$일 때. 둘 다 1이거나 2인 경우이므로

$$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_3C_2+{}_2C_2}{{}_6C_2}=\frac{4}{15}$$

(ⅱ) $X=1$일 때, 1과 2 또는 2와 3인 경우이므로

$$\mathrm{P}(X=1)=\frac{3\times2+2\times1}{{}_6C_2}=\frac{8}{15}$$

(ⅲ) $X=2$일 때, 1과 3인 경우이므로

$$\mathrm{P}(X=2)=\frac{3\times1}{{}_6C_2}=\frac{3}{15}$$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{4}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$	1

따라서 평균 $\mathrm{E}(X)$는

$$\mathrm{E(X)}=0\times\frac{4}{15}+1\times\frac{8}{15}+2\times\frac{3}{15}=\frac{14}{15}$$

59) [정답] ⑤

[해설]

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이고 각각의 확률은

$$\mathrm{P}(X=0)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{25}$$

$$\mathrm{P}(X=1)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{19}{50}$$

$$\mathrm{P}(X=2)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{19}{50}$$

$$\mathrm{P}(X=3)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{3}{25}$$

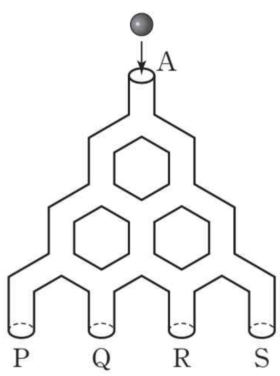
이므로 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3}{25}$	$\frac{19}{50}$	$\frac{19}{50}$	$\frac{3}{25}$	1

$$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{3}{25}+1\times\frac{19}{50}+2\times\frac{19}{50}+3\times\frac{3}{25}=\frac{75}{50}=\frac{3}{2}$$

60) [정답] ②

[해설]



입구에 투입된 하나의 공이 P, Q, R, S 중의 한 출구로 나올 확률은 각각

$\left(\frac{1}{2}\right)^3$, $3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3$, $3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3$, $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

즉, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{8}$이다.

이때 확률변수 X가 갖는 값은 1, 2, 3이다.

(ⅰ) $X=1$일 때

공이 세 번 모두 P, Q, R, S 중 한 출구로 나오는 경우이므로 $\mathrm{P}(X=1)=\left(\frac{1}{8}\right)^3+\left(\frac{3}{8}\right)^3+\left(\frac{3}{8}\right)^3+\left(\frac{1}{8}\right)^3=\frac{7}{64}$

(ⅱ) $X=3$일 때

공이 다음과 같이 서로 다른 세 출구로 한 번씩 나오는 경우이다.

P$-$Q$-$R, P$-$Q$-$S, P$-$R$-$S, Q$-$R$-$S

세 출구 P$-$Q$-$R로 공이 한 번씩 나오는 경우를 시행 순서에 따라 순서쌍으로 나타내면

(P, Q, R), (P, R, Q), (Q, P, R), (Q, R, P), (R, P, Q), (R, Q, P)이므로 그 경우의 수는 $3!$ 이다.

따라서 세 출구 P$-$Q$-$R로 공이 한 번씩 나올 확률은

$3!\times\left(\frac{1}{8}\times\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}\right)=\frac{54}{8^3}$

마찬가지 방법으로 생각하면 세 출구 P$-$Q$-$S로 공이 한 번씩 나올 확률은 $3!\times\left(\frac{1}{8}\times\frac{3}{8}\times\frac{1}{8}\right)=\frac{18}{8^3}$

세 출구 P$-$R$-$S로 공이 한 번씩 나올 확률은

$3!\times\left(\frac{1}{8}\times\frac{3}{8}\times\frac{1}{8}\right)=\frac{18}{8^3}$

세 출구 Q$-$R$-$S로 공이 한 번씩 나올 확률은

$3!\times\left(\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}\times\frac{1}{8}\right)=\frac{54}{8^3}$

따라서 $\mathrm{P}(X=3)=\frac{54}{8^3}+\frac{18}{8^3}+\frac{18}{8^3}+\frac{54}{8^3}=\frac{9}{32}$

(ⅲ) $X=2$일 때

$$\mathrm{P}(X=2)=1-\{\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=3)\}$$
$$=1-\left(\frac{7}{64}+\frac{9}{32}\right)=\frac{39}{64}$$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타 내면 다음과 같다.

X	1	2	3	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{7}{64}$	$\frac{39}{64}$	$\frac{9}{32}$	1

$$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{7}{64}+2\times\frac{39}{64}+3\times\frac{9}{32}=\frac{139}{64}$$

61) [정답] ③

[해설]

확률의 총합이 1이므로

$a+\frac{a}{2}+\frac{a}{3}=1,\ \frac{11}{6}a=1 \qquad \therefore a=\frac{6}{11}$

$E(X)=1\times a+2\times\frac{a}{2}+3\times\frac{a}{3}=3a=\frac{18}{11}$ 이므로

$E(11X+2)=11E(X)+2=20$

62) [정답] **29**

[해설]

확률의 총합은 1이므로 $\frac{1}{8}+\frac{a}{2}+\frac{5}{2}a^2=1$

$20a^2+4a-7=0$

$(2a-1)(10a+7)=0$

$a>0$이므로 $a=\frac{1}{2}$

$E(X)=0\times\frac{1}{8}+4\times\frac{1}{4}+8\times\frac{5}{8}=6$

따라서

$$\begin{aligned}E(5X-1)&=5E(X)-1\\&=5\times6-1\\&=29\end{aligned}$$

63) [정답] ⑤

[해설]

$P(1\le X\le 3)=k(1+2+3)=6k=1\ \therefore k=\frac{1}{6}$

$E(X)=k+4k+9k=14k=\frac{14}{6}$

$E(6X+1)=6E(X)+1=6\times\frac{14}{6}+1=15$

64) [정답] ②

[해설]

X	0	2	4	6	합계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	1

$a=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$, $E(X)=3$,

$\therefore E(aX)=\frac{1}{12}\times3=\frac{1}{4}$

65) [정답] ②

[해설]

$P(X=-2)=\frac{k}{6}$

$P(X=0)=\frac{k}{4}$

$P(X=1)=\frac{k}{3}$

$P(X=2)=\frac{k}{2}$

이고

$P(X=-2)+P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=1$

이므로

$\frac{k}{6}+\frac{k}{4}+\frac{k}{3}+\frac{k}{2}=\frac{5}{4}k=1$

$k=\frac{4}{5}$

따라서 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-2	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{5}$	1

$$\begin{aligned}E(X)&=(-2)\times\frac{2}{15}+0\times\frac{1}{5}+1\times\frac{4}{15}+2\times\frac{2}{5}\\&=\frac{4}{5}\end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned}E(3X-k)&=3E(X)-k\\&=3\times\frac{4}{5}-\frac{4}{5}\\&=\frac{8}{5}\end{aligned}$$

66) [정답] ②

[해설]

$P(X=1)=\frac{2}{15}$, $P(X=2)=\frac{5}{15}$,

$P(X=3)=\frac{8}{15}$

확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{8}{15}$	1

$E(X)=1\times\frac{2}{15}+2\times\frac{5}{15}+3\times\frac{8}{15}=\frac{36}{15}=\frac{12}{5}$

$\therefore\ E(5X-2)=5E(X)-2=5\times\frac{12}{5}-2=10$

67) [정답] 77

[해설]

$E(X)=0\times\frac{40}{100}+1\times\frac{43}{100}+2\times\frac{17}{100}=0.77$

$\therefore\ E(100X)=100E(X)=77$

68) [정답] ③

[해설]

흰 공이 나올 확률 $\frac{1}{4}$, 검은 공이 나올 확률 $\frac{3}{4}$,

1회에는 흰 공이 나왔고 2회와 3회에서 나온 공의 색을 고려해서

순서쌍과 점수의 총합을 따져보면

(흰 공, 흰 공, 흰 공)(2점), (흰 공, 흰 공, 검은 공)(3점)

(흰 공, 검은 공, 검은 공)(3점), (흰 공, 검은 공, 흰 공)(4점)

X	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{3}{16}$	1

$E(X)=\frac{2+36+12}{16}=\frac{25}{8}$,

그러므로

$E(40X-50)=40\times\frac{25}{8}-50=75$

69) [정답] 80

[해설]

3이상의 눈이 나오는 횟수를 x라 하면 3보다 작은 경우는 $4-x$번이다.

x에 따른 확률변수 X값은 다음 표와 같다.

x	0	1	2	3	4
X	4	6	0	2	4

이때 $x=k$일 때의 확률은 ${}_4C_k\left(\frac{2}{3}\right)^k\left(\frac{1}{3}\right)^{4-k}={}_4C_k\cdot\frac{2^k}{3^4}$이므로

확률변수 X에 대한 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	2	4	6	계
$P(X=x)$	$\frac{24}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{17}{81}$	$\frac{8}{81}$	1

$\therefore E(36X)=\frac{36}{81}(64+68+48)=\frac{4}{9}\times180=80$

70) [정답] ④

[해설]

$P(X=3)={}_5C_3p^3(1-p)^2,\ P(X=4)={}_5C_4p^4(1-p)$

$10p^3(1-p)^2=5p^4(1-p),\ p=\frac{2}{3}$

$\therefore\ E(6X)=6E(X)=6\times5p=20$

71) [정답] 10, $\frac{2}{3}$

[해설]

$P(X=1)={}_nC_1p(1-p)^{n-1}=np(1-p)^{n-1}$

$P(X=0)={}_nC_0p(1-p)^n=(1-p)^n$

(가)에서 $np(1-p)^{n-1}=20(1-p)^n$이므로

$np=20(1-p)$

(나)에서 $np=\frac{20}{3}$이므로 $\frac{20}{3}=20(1-p)$

따라서 $p=\frac{2}{3},\ n=10$

72) [정답] ④

[해설]

확률변수 X는 이항분포 $B(n,p)$를 따르므로

$E(X)=np=\frac{5}{4}$ $\cdots$ ㉠

또한, $15P(X=n)=P(X=n-1)$에서

$15\times{}_nC_np^n={}_nC_{n-1}p^{n-1}(1-p)$

$15p=n(1-p)$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $n=5,\ p=\frac{1}{4}$

따라서 $V(X)=5\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{15}{16}$이므로

$V(4X+1)=16V(X)=16\times\frac{15}{16}=15$

73) [정답] ⑤

[해설]
서로 다른 두 주사위의 눈의 수의 곱이 소수가 되려면 한 개의 주사위의 눈의 수는 1이고, 다른 주사위의 눈의 수는 소수이어야 하므로 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 주사위의 눈의 수의 곱이 소수일 확률은

$\frac{1}{6}\times\frac{3}{6}+\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$

따라서 확률변수 X는 이항분포 $B\left(240,\ \frac{1}{6}\right)$을 따르므로

$V(X)=240\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}$

$=\frac{100}{3}$

즉,

$V(3X)=9V(X)$

$=9\times\frac{100}{3}$

$=300$

74) [정답] ①

[해설]
어느 사관생도가 1회의 사격을 하여 표적에 명중시킬 확률이 $\frac{4}{5}$이고, 이 사관생도가 20회의 사격을 할 때, 표적에 명중시키는 횟수 X는 이항분포 $B\left(20,\ \frac{4}{5}\right)$를 따른다.

따라서 $E(X)=20\times\frac{4}{5}=16$, $V(X)=16\times\frac{1}{5}=\frac{16}{5}$

$\therefore V\left(\frac{1}{4}X+1\right)=\frac{1}{16}V(X)$

$=\frac{1}{16}\times\frac{16}{5}$

$=\frac{1}{5}$

75) [정답] ②

[해설]
확률변수 X는 이항분포 $B\left(100,\ \frac{4}{5}\right)$을 따르므로

$V(X)=100\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=16$

$\therefore\ V\left(\frac{1}{4}X+1\right)=\frac{1}{16}V(X)=\frac{1}{16}\times16=1$

76) [정답] 29

[해설]
확률변수 X는 이항분포 $B(25,\ p)$를 따른다.

$m=np=25p,\ 4=np(1-p)=25p(1-p)$

$p(1-p)=\frac{4}{25}=\frac{1}{5}\times\frac{4}{5},\ \therefore\ p=\frac{1}{5}$

$E(X^2)=V(X)+m^2=4+\left(25\times\frac{1}{5}\right)^2=4+5^2=29$

77) [정답] ②

[해설]
확률변수 X는 이항분포 $B\left(10,\ \frac{2}{5}\right)$를 따르므로

$E(X)=10\times\frac{2}{5}=4$

$V(X)=10\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{5}$

$\therefore\ E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2=\frac{12}{5}+4^2=\frac{92}{5}$

78) [정답] ⑤

[해설]
${}_nC_x4^x\left(\frac{1}{5}\right)^n={}_nC_x\left(\frac{4}{5}\right)^x\left(\frac{1}{5}\right)^{n-x}$ 이므로

확률변수 X는 $B\left(n,\ \frac{4}{5}\right)$를 따르고

$E(5X+3)=5E(X)+3=203$이므로

$E(X)=40$

$V(X)=40\times\frac{1}{5}=8$

$E(X^2)=V(X)+E(X)^2=1608$

79) [정답] ②

[해설]
$\frac{3}{4a}\times a+\frac{1}{2}\times(2-a)\times\frac{3}{4a}=1$이므로

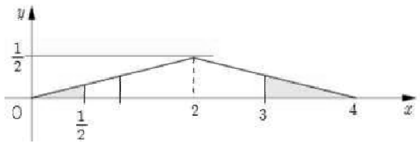
$\frac{3(2-a)}{8a}=\frac{1}{4},\ 3(2-a)=2a,\ a=\frac{6}{5}$

$\therefore\ P\left(\frac{1}{2}\le X\le 2\right)=1-\frac{1}{2}\times\frac{3}{4a}=\frac{11}{16}$

80) [정답] ③

[해설]

확률밀도함수의 정의와 삼각형의 닮음으로 부터



$\mathrm{P}\left(0 \le X \le \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \mathrm{P}(0 \le X \le 2) = \frac{1}{16} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$

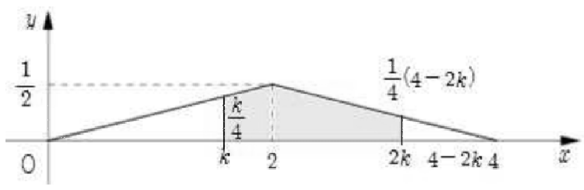
$\mathrm{P}(3 \le X \le 4) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \mathrm{P}(2 \le X \le 4) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$\therefore\ \mathrm{P}\left(\frac{1}{2} \le X \le 3\right) = 1 - \frac{1}{32} - \frac{1}{8} = \frac{27}{32}$

81) [정답] ③

[해설]

아래 그림에서



$\mathrm{P}(k \le X \le 2k) = 1 - \frac{1}{8}k^2 - \frac{1}{8}(4-2k)^2$

$= -\frac{5}{8}k^2 + 2k - 1 = -\frac{5}{8}\left(k - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{3}{5}$

따라서 $k = \frac{8}{5}$일 때 최댓값 $\frac{3}{5}$를 갖는다.

82) [정답] 149

[해설]

(가)에서 $m = \frac{128+140}{2} = 134$, (나)에서 $\sigma = 10$

$\therefore k = m + 1.5\sigma = 134 + 1.5 \times 10 = 149$

83) [정답] 149

[해설]

(가)에서 $m = \frac{128+140}{2} = 134$, (나)에서 $\sigma = 10$

$\therefore k = m + 1.5\sigma = 134 + 1.5 \times 10 = 149$

84) [정답] ④

[해설]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+10) = f(20-x)$이므로 좌우대칭인 값이다.

즉, 평균을 m이라 하면 $m-(20-x) = x+10-m$을 만족한다.

따라서 $m = 15$

즉, 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 4^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ \sigma^2)$을 따른다.

(나)조건에서 $\mathrm{P}(\mathrm{X} \ge 17) = \mathrm{P}(\mathrm{Y} \le 17)$을 만족하므로

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le \mathrm{z})$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

$$\frac{17-15}{4} = -\frac{20-17}{\sigma}$$

$$\therefore \sigma = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore \mathrm{P}(\mathrm{X} \le 15+6) &= \mathrm{P}\left(\mathrm{Z} \le \frac{21-15}{4}\right) \\ &= \mathrm{P}(\mathrm{Z} \le 1.5) \\ &= 0.5 + 0.4332 \\ &= 0.9332 \end{aligned}$$

85) [정답] ④

[해설]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+10) = f(20-x)$이므로 좌우대칭인 값이다.

즉, 평균을 m이라 하면 $m-(20-x) = x+10-m$을 만족한다.

따라서 $m = 15$

즉, 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 4^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ \sigma^2)$을 따른다.

(나)조건에서 $\mathrm{P}(\mathrm{X} \ge 17) = \mathrm{P}(\mathrm{Y} \le 17)$을 만족하므로

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \le \mathrm{Z} \le \mathrm{z})$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

$\frac{17-15}{4}=-\frac{20-17}{\sigma}$

$\therefore \sigma=6$

$\therefore \mathrm{P}(\mathrm{X} \leq 15+6)=\mathrm{P}\left(\mathrm{Z} \leq \frac{21-15}{4}\right)$

$=\mathrm{P}(\mathrm{Z} \leq 1.5)$

$=0.5+0.4332$

$=0.9332$

86) [정답] ⑤

[해설]

확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 5^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(\mathrm{m},\ 5^2)$이다.

두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 만나는 점의 x좌표가 k이므로

k는 평균 10과 m의 중점이다.

따라서 $2k=m+10$

$\therefore \mathrm{P}(\mathrm{Y} \leq 2\mathrm{k})=\mathrm{P}(\mathrm{Y} \leq \mathrm{m}+10)$

$=\mathrm{P}\left(\mathrm{Z} \leq \frac{\mathrm{m}+10-\mathrm{m}}{5}\right)$

$=\mathrm{P}(\mathrm{Z} \leq 2)$

$=0.5+\mathrm{P}(0 \leq \mathrm{Z} \leq 2)$

$=0.5+0.4772$

$=0.9772$

87) [정답] 25

[해설]

조건 (가)에서

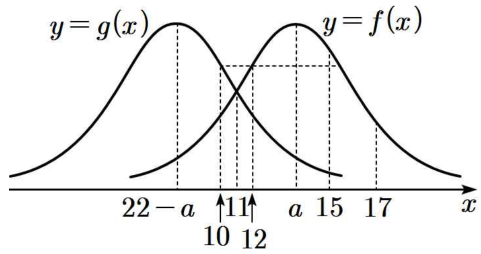
$\mathrm{P}(X \leq 11)=\mathrm{P}\left(Z \geq \frac{11-a}{\sigma}\right)$

$\mathrm{P}(Y \geq 11)=\mathrm{P}\left(Z \geq \frac{11-2b+a}{\sigma}\right)$

$\mathrm{P}(X \leq 11)=\mathrm{P}(Y \geq 11)$이므로

$\frac{11-a}{\sigma}+\frac{11-2b+a}{\sigma}=0$ $\qquad \therefore b=11$

확률변수 X의 평균이 a, 확률변수 Y의 평균이 $22-a$이고, 두 확률변수 $X,\ Y$의 표준편차가 같으므로 두 확률밀도함수 $f(x),\ g(x)$는 $x=11$에 대하여 대칭인 함수이다.



$g(10)=f(12)$이므로 조건 (나)에서

$f(17)<g(10)=f(12)<f(15)$

$|15-a|<a-12<17-a$

$\frac{27}{2}<a<\frac{29}{2}$ $\qquad \therefore a=14$

$\therefore a+b=14+11=25$

88) [정답] **19**

[해설]

평균이 15이고 모표준편차가 8인 모집단에서 크기가 4이므로

$\mathrm{E(X)}=15,\ \sigma(\mathrm{X})=8,\ n=4$

$\therefore \mathrm{E}(\overline{\mathrm{X}})+\sigma(\overline{\mathrm{X}})=\mathrm{E(X)}+\frac{\sigma(\mathrm{X})}{\sqrt{\mathrm{n}}}$

$=15+\frac{8}{\sqrt{4}}$

$=19$

89) [정답] ②

[해설]

$\mathrm{E}(X)=m(m>0)$이라 하면 $\mathrm{E}(\overline{X})=m$

또 $\mathrm{V}(X)=36$이고 표본의 크기가 4이므로

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{1}{4}\times\mathrm{V}(X)=\frac{1}{4}\times 36=9$

한편, $\mathrm{E}(X^2)+\mathrm{E}\left(\overline{X}^2\right)=53$에서

$\mathrm{E}(X^2)+\mathrm{E}\left(\overline{X}^2\right)=\left[\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2\right]+\left[\mathrm{V}(\overline{X})+\{\mathrm{E}(\overline{X})\}^2\right]$

$=(36+m^2)+(9+m^2)$

$=45+2m^2=53$

$m^2=4$

$m>0$이므로 $m=2$

따라서, $E(\overline{X})=2$

90) [정답] 88

[해설]

$\overline{X}$는 $\mathrm{N}\left(85,\ \frac{9}{4}\right)$를 따른다.

$\mathrm{P}(\overline{X} \geq k) = 0.0228 = \mathrm{P}(Z \geq 2)$

$\frac{k-85}{\frac{3}{2}} = 2,$

$\therefore\ k = 85 + 3 = 88$

91) [정답] ③

[해설]

$\overline{X}$는 $\mathrm{N}\left(85,\ \frac{9}{4}\right)$를 따른다.

$\mathrm{P}(\overline{X} \geq k) = 0.0228 = \mathrm{P}(Z \geq 2)$

$\frac{k-85}{\frac{3}{2}} = 2,$

$\therefore\ k = 85 + 3 = 88$

92) [정답] ⑤

[해설]

확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(100,\ \sigma^2)$을 따른다.

표본평균 $\overline{X}$는 크기가 25이므로 $\overline{X} \sim \mathrm{N}\left(100,\ \left(\frac{\sigma}{5}\right)^2\right)$

따라서

$\mathrm{P}(98 \leq \overline{X} \leq 102) = 2\mathrm{P}(0 \leq Z \leq \frac{10}{\sigma}) = 0.9876$

$\therefore \mathrm{P}(0 \leq Z \leq \frac{10}{\sigma}) = 0.4938$

표준정규분포표에서 $\frac{10}{\sigma} = \frac{5}{2}$이므로 $\sigma = 4$

93) [정답] ④

[해설]

근무 시간은 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(42,\ 4^2)$을 따르므로 $n=4$일 때의 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(42,\ 2^2)$을 따른다.

$\therefore \mathrm{P}(\overline{X} \geq 43) = \mathrm{P}\left(Z \geq \frac{43-42}{2}\right)$
$= \mathrm{P}(Z \geq 0.5)$
$= 0.5 - \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 0.5)$
$= 0.5 - 0.1915$
$= 0.3085$

94) [정답] ③

[해설]

이 업체에서 제작한 배드민턴 전용 운동화 1켤레의 무게를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(320,\ 10^2)$을 따른다.

이때 크기가 9인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라 하면

$\mathrm{E}(\overline{X}) = \mathrm{E}(X) = 320$

$\mathrm{V}(\overline{X}) = \frac{10^2}{9} = \left(\frac{10}{3}\right)^2$

이므로 확률변수 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(320,\ \left(\frac{10}{3}\right)^2\right)$을 따르고,

$Z = \frac{\overline{X}-320}{\frac{10}{3}}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(315 \leq \overline{X} \leq 330)$
$= \mathrm{P}\left(\frac{315-320}{\frac{10}{3}} \leq Z \leq \frac{330-320}{\frac{10}{3}}\right)$
$= \mathrm{P}(-1.5 \leq Z \leq 3)$
$= \mathrm{P}(-1.5 \leq Z \leq 0) + \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 3)$
$= \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1.5) + \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 3)$
$= 0.4332 + 0.4987$
$= 0.9319$

95) [정답] ②

[해설]

$\overline{x} = \frac{216}{36} = 6,$

$a = 6 - 1.96 \times \frac{\sigma}{6},\ a + 0.98 = 6 + 1.96 \times \frac{\sigma}{6}$

을 연립하여 풀면, $a = 5.51,\ \sigma = 1.5,\ \therefore a + \sigma = 7.01$

96) [정답] ④

[해설]

크기가 36인 표본으로부터 구한 표본평균의 값을 $\overline{x}$라 하면 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간은

$\overline{x} - 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{36}} \leq m \leq \overline{x} + 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{36}}$

이다. 따라서

$2\times2.58\times\frac{\sigma}{\sqrt{36}}=65.44-58.56$

$0.86\times\sigma=6.88$

$\sigma=8$

97) [정답] ②

[해설]

$a=\overline{x}-1.96\times\left(\frac{1.5}{6}\right)$, $6.49=\overline{x}+1.96\times\left(\frac{1.5}{6}\right)$이므로

$a-6.49=-1.96\times\left(\frac{3}{6}\right)$, $\therefore a=6.49-\frac{1.96}{2}=5.51$

98) [정답] ②

[해설]

49개를 이용하여 얻은 표본평균의 값을 $\overline{x}$라 하면

$\overline{x}-1.96\times\frac{1.4}{\sqrt{49}}\le x\le\overline{x}+1.96\times\frac{1.4}{\sqrt{49}}$

이다. 이때

$7.992-a=\left(\overline{x}+1.96\times\frac{1.4}{\sqrt{49}}\right)-\left(\overline{x}-1.96\times\frac{1.4}{\sqrt{49}}\right)$

$=2\times1.96\times\frac{1.4}{\sqrt{49}}$

$=0.784$

이므로

$a=7.992-0.784=7.208$

99) [정답] ④

[해설]

어느 방위산업체에서 생산하는 방독면 1개의 무게는 평균이 m, 표준편차가 50인 정규분포를 따르므로 $\mathrm{N}(m,\ 50^2)$

이 방위산업체에서 생산하는 방독면 중에서 n개를 임의추출하여 얻은 방독면 무게의 표본평균이 1740이므로

$m=1740$

따라서 $\mathrm{N}\left(1740,\ \left(\frac{50}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따른다.

방독면 1개의 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1720.4\le m\le a$이므로

$1740-1.96\times\frac{50}{\sqrt{n}}=1720.4.$

$1740+1.96\times\frac{50}{\sqrt{n}}=a$

$\therefore n=25,\ a=1759.6$

$\therefore n+a=1784.6$

100) [정답] ④

[해설]

모표준편차가 50, 표본의 크기가 n, 표본평균이 1740이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$1740-1.96\times\frac{50}{\sqrt{n}}\le m\le1740+1.96\times\frac{50}{\sqrt{n}}$

$1740-\frac{98}{\sqrt{n}}\le m\le1740+\frac{98}{\sqrt{n}}$

이것은 $1720.4\le m\le a$와 동일하므로

$1740-\frac{98}{\sqrt{n}}=1720.4$

$\sqrt{n}=5\quad\therefore\ n=25$

따라서 $a=1740+\frac{98}{\sqrt{25}}=1759.6$이므로

$n+a=25+1759.6=1784.6$