제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\left(\dfrac{4}{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

$\left(2^{2-\sqrt{2}}\right)^{(2+\sqrt{2})} = 2^{4-2} = 2^2 = 4$

2. $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-2}+3x}{x+5}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\dfrac{4x}{x} = 4$

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_2+a_4=30,\quad a_4+a_6=\frac{15}{2}$$

$ar+ar^3=30$, $ar^3+ar^5=\frac{15}{2}$

를 만족시킬 때, a_1의 값은? [3점]

① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

$a(r+r^3)=30$, $ar^2(r+r^3)=\frac{15}{2}$

$30r^2=\frac{15}{2}$ $\Rightarrow r^2=\frac{1}{4}$ $\Rightarrow r=\frac{1}{2}\ (r>0)$

$a\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\right)=30$

$\frac{5}{8}$

$a=\cancel{30}^{\,6}\times\frac{8}{\cancel{5}}=48$

4. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=x^2f(x)$$

라 하자. $f(2)=1$, $f'(2)=3$일 때, $g'(2)$의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$g'(x)=2xf(x)+x^2f'(x)$

$g'(2)=4f(2)+4f'(2)$

$=4+12=16.$

5. $\tan\theta < 0$이고 $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

$-\sin\theta$

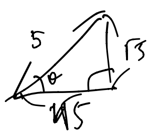
① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0

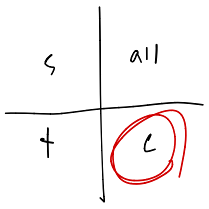
④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\cos\theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\sin\theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

$25-5$





$\tan\theta<0$

$\sin\theta<0$

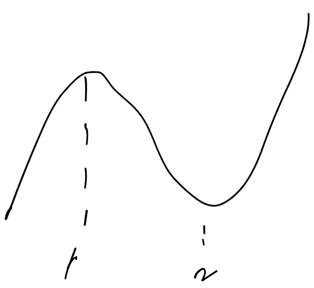
6. 함수 $f(x)=2x^3-9x^2+ax+5$는 $x=1$에서 극대이고, $x=b$에서 극소이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$f'(x) = 6x^2-18x+a$

$f'(1) = 6-18+a = -12+a=0 \rightarrow a=12$

$f'(x) = 6x^2-18x+12 = 6(x^2-3x+2) = 6(x-2)(x-1)$



$b=2$

$a=12$

14

7. 모든 항이 양수이고 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_k}+\sqrt{a_{k+1}}} = 2$$

를 만족시킬 때, a_4의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$a_n = d+(n-1)d = dn.$

$\sum_{n=1}^{15} \frac{\sqrt{a_{n+1}}-\sqrt{a_n}}{\underbrace{a_{n+1}-a_n}_{d}} = \frac{1}{d}\sum_{n=1}^{15}(\sqrt{a_{n+1}}-\sqrt{a_n})$

$= \frac{1}{d}(\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1}+\sqrt{a_3}-\sqrt{a_2}+\cdots\sqrt{a_{16}}-\sqrt{a_{15}})$

$= \frac{1}{d}(\sqrt{a_{16}}-\sqrt{a_1}) = 2$

$\sqrt{16d}-\sqrt{d} = 2d$

$4\sqrt{d}-\sqrt{d} = 2d$

$3\sqrt{d} = 2d$

$9d = 4d^2$

$4d^2-9d=0$

$d(4d-9)=0 \Rightarrow d=\frac{9}{4}$ $(d>0)$

$a_4 = d\times4 = \frac{9}{4}\times4 = 9$

8. 점 (0, 4)에서 곡선 $y=x^3-x+2$에 그은 접선의 x절편은? [3점]

① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

접점 $(t,\ t^3-t+2)$

대입

$y=(3t^2-1)(x-t)+t^3-t+2$

$4=-3t^3+t+t^3-t+2$

$4=-2t^3+2$

$2=-2t^3 \Rightarrow t=-1$

$y=2(x+1)-\cancel{1}+\cancel{1}+2 \Rightarrow y=2x+4$

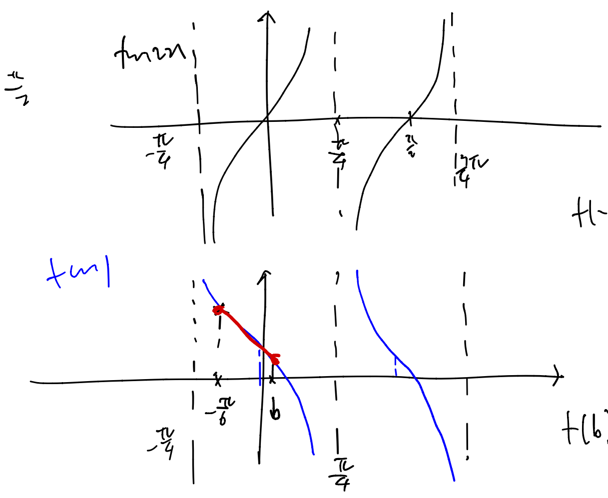
∴ x절편 -2

9. 함수

$$f(x)=a-\sqrt{3}\tan 2x$$

가 닫힌구간 $\left[-\frac{\pi}{6},\ b\right]$에서 최댓값 7, 최솟값 3을 가질 때, $a\times b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{5\pi}{12}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{6}$



60°

$f(-\frac{\pi}{6})=7 \Rightarrow a-\sqrt{3}\tan(-\frac{\pi}{3})=7$

$a-\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})=7$

$a+3=7 \Rightarrow a=4$

$f(b)=3 \Rightarrow 4-\sqrt{3}\tan 2b=3$

$-\sqrt{3}\tan 2b=-1$

$\tan 2b=\frac{1}{\sqrt{3}}$

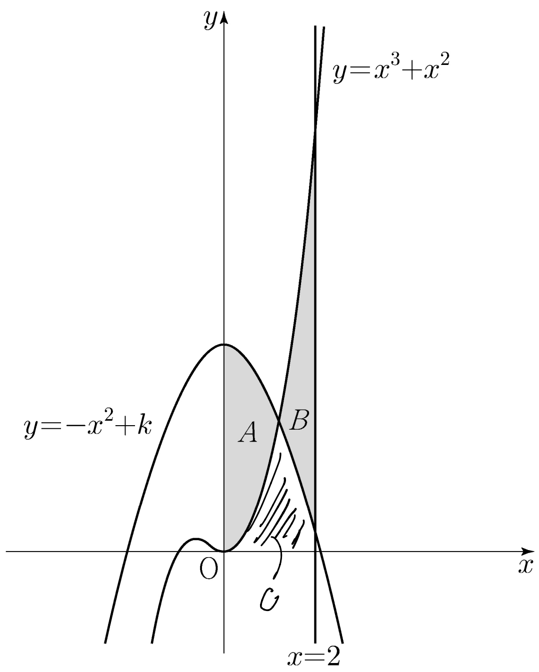
$2b=\frac{\pi}{6}$

$-\frac{\pi}{6}<b<\frac{\pi}{4} \Rightarrow b=\frac{\pi}{12}$

$\therefore a\times b=4\times\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{3}$

10. 두 곡선 $y=x^3+x^2$, $y=-x^2+k$와 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 두 곡선 $y=x^3+x^2$, $y=-x^2+k$와 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 하자. $A=B$일 때, 상수 k의 값은? (단, $4<k<5$) [4점]

① $\frac{25}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{29}{6}$



$A+C=\int_0^2(-x^2+k)\,dx$

$B+C=\int_0^2(x^3+x^2)\,dx$

$-$

$0=\int_0^2(-x^2+k-x^3-x^2)\,dx$

$0=\int_0^2(-x^3-2x^2+k)\,dx$

$\left[-\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}+kx\right]_0^2=0$

$-4-\frac{16}{3}+2k=0$

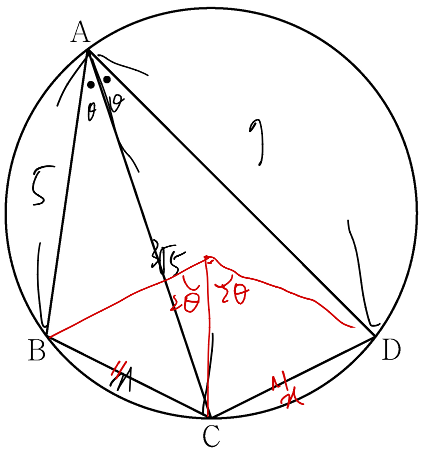
$2k=\frac{28}{3}$

$\therefore k=\frac{14}{3}$

11. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고

$$\overline{AB}=5,\ \overline{AC}=3\sqrt{5},\ \overline{AD}=7,\ \angle BAC=\angle CAD$$

일 때, 이 원의 반지름의 길이는? [4점]



① $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$ ④ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

$\triangle ABC$ $\cos\theta = \frac{25+45-x^2}{30\sqrt{5}}$, $\triangle ACD$ $\cos\theta = \frac{49+45-x^2}{42\sqrt{5}}$

$\frac{70-x^2}{30\sqrt{5}} = \frac{94-x^2}{42\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{70-x^2}{5} = \frac{94-x^2}{7}$

$490-7x^2 = 470-5x^2$

$2x^2=20$

$x^2=10$

$x=\sqrt{10}$

$\cos\theta = \frac{70-10}{30\sqrt{5}} = \frac{60}{30\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\Downarrow$

$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\frac{\overline{BC}}{\sin\theta} = 2R \Rightarrow \frac{\sqrt{10}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = 2R \Rightarrow \sqrt{50}=2R$

$\Downarrow$

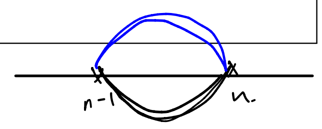
$5\sqrt{2}=2R$

$\Downarrow$

$R=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $n-1 \le x < n$일 때, $|f(x)| = |6(x-n+1)(x-n)|$이다.
> (단, n은 자연수이다.)



열린구간 $(0, 4)$에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)\,dt - \int_x^4 f(t)\,dt$$

가 $x=2$에서 최솟값 0을 가질 때, $\int_{\frac{1}{2}}^4 f(x)\,dx$의 값은? [4점]

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

$g(x) = F(x)-F(0)-F(4)+F(x) = 2F(x)-F(0)-F(4)$

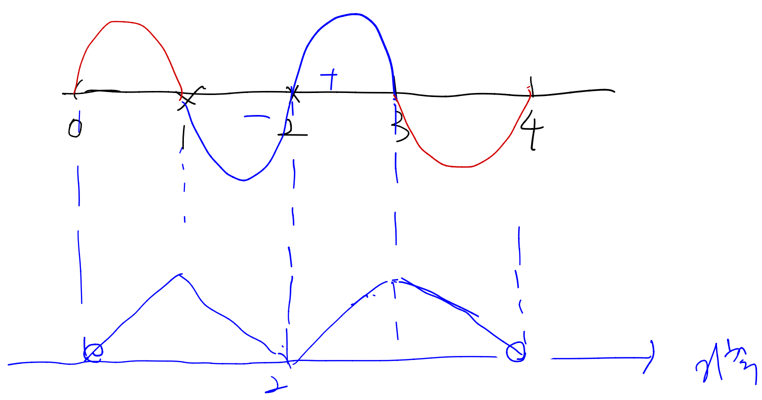
$g'(x) = 2f(x)$

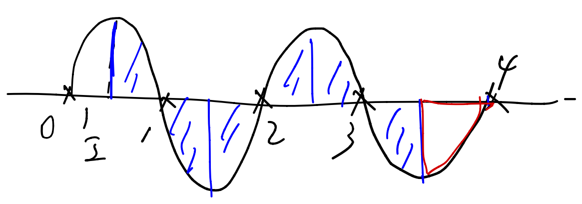
$g'(2) = 2f(2) = 0 \Rightarrow f(2)=0$

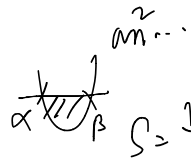
$g(2)=0 \Rightarrow \int_0^2 f(t)dt - \int_2^4 f(t)dt = 0$

$\Downarrow$

$\int_0^2 f(t)dt = \int_2^4 f(t)dt$







$S = \frac{|a|}{6}(\beta-\alpha)^3$

암기

$\therefore \int_{\frac{1}{2}}^4 f(x)dx = -\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx = -\frac{|6|}{6}(1-0)^3 \times \frac{1}{2}$

$= -\frac{1}{2}$

13. 자연수 $m\,(m \ge 2)$에 대하여 m^{12}의 n제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2 이상의 자연수 n의 개수를 $f(m)$이라 할 때, $\sum_{m=2}^{9} f(m)$의 값은? [4점]

① 37 ② 42 ③ 47 ④ 52 ⑤ 57

$x^n = m^{12}$ $(m \ge 2)$

5개 ① $m=2$, $x^n = 2^{12}$ 12의 약수 1. ② ③ ④ ⑥ ⑫

5개 ② $m=3$ $x^n = 3^{12}$ 1. ② ③ ④ ⑥ ⑫

7개 ③ $m=4$ $x^n = 4^{12} = 2^{24}$ 24의 약수 1. ② ③ ④ ⑥ ⑧ ⑫ ㉔

5개 ④ $m=5$ $x^n = 5^{12}$

5개 ⑤ $m=6$ $x^n = 6^{12}$

5개 ⑥ $m=7$ $x^n = 7^{12}$

8개 ⑦ $m=8$ $x^n = 8^{12} = 2^{36}$ 36의 약수 $2^2 \times 3^2$ ⇒ 3×3 9개. ⇒ 1빼버리면 8개

7개 ⑧ $m=9$ $x^n = 3^{24}$

$5 \times 5 + 7 \times 2 + 8 = 25 + 14 + 8 = 47$

39

$-3 \times f(-1)$ -2

-29

$-1 \times f(1)$ -3

14. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} x & (x < -1 \text{ 또는 } x > 1) \\ f(x) & (-1 \le x \le 1) \end{cases}$$

함수 $h(x) = \lim_{t \to 0+} g(x+t) \times \lim_{t \to 2+} g(x+t)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

$g(t+) \times g(t+2+)$

$g(1+) \times g(3+)$ 1 3

$f(1)$

<보 기>

ㄱ. $h(1) = 3$ $h(1) = \lim_{t\to 0+} g(1+t) \times \lim_{t \to 2+} g(1+t)$

ㄴ. 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. → 보장X

ㄷ. 함수 $g(x)$가 닫힌구간 $[-1, 1]$에서 감소하고 $g(-1) = -2$이면 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

ㄴ.

$t < -3$ ⇒ $t(t+2)$

$-3 < t < -1$ ⇒ $t \times f(t+2)$

$t = -1$ ⇒ $f(-1)$

$-1 < t < 1$ ⇒ $f(t) \times (t+2)$

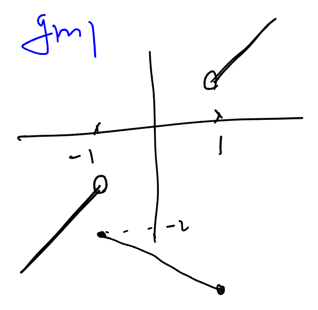
$t \ge 1$ ⇒ $t(t+2)$

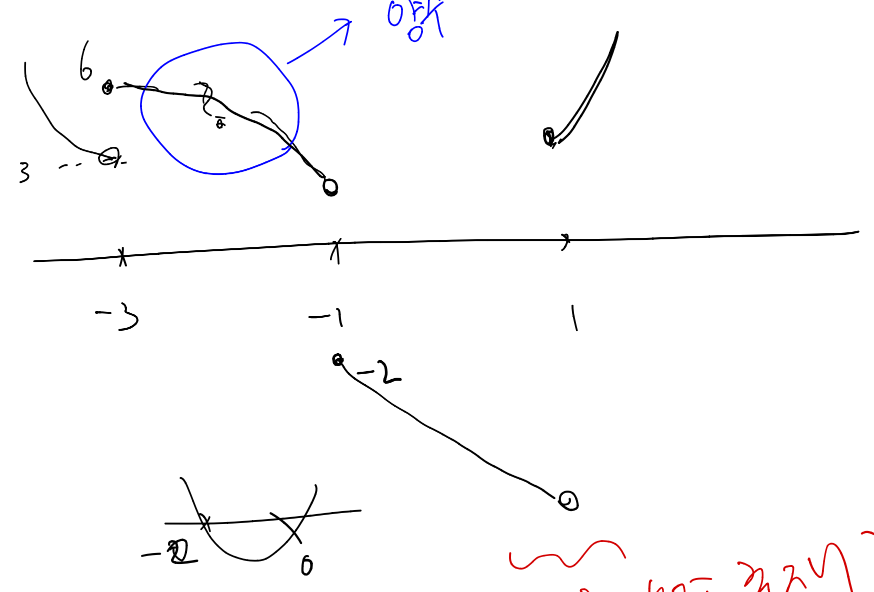
$f(1)$일 때 3

$f(1) = 1$ 이어야 보장X

⇒ 불연속

ㄷ. 만약 $g(x)$가 아래와 같다면





최솟값 양수

최솟값 존재X

15. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_9의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은? [4점]

> (가) $a_7=40$
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1}\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$
>
> 이다.

$\frac{1}{3}a_6$ (a_6이 3의 배수.

① 216 ② 218 ③ 220 ④ 222 ⑤ 224

① a_6 = 3의 배수 = $3k$.

a_6 a_7 a_8 a_9

120, 40 160 200

② $a_6 = 3k+1$

a_5 a_6 a_7 a_8 a_9

$3k+1$ 40 $3k+41$ $3k+81$

$39-3k$

$39-3k$

$13-k=3k+1$

$12=4k$ ⇒ $k=3$

$k=3$

90

30 10

③ $a_6=3k+2$

a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9

$6k-36$ $38-3k$ $3k+2$ 40 $3k+42$ $k+14$

24

$2k-12=38-3k$

$5k=50$ ⇒ $k=10$

∴ 200 + 24 = 224

단답형

16. 방정식

$x>-\frac{2}{3}$, $x>2$ ⇒ $x>2$

$$\log_2(3x+2)=2+\log_2(x-2)$$

를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$\log_2(3x+2)=\log_2(4x-8)$

$3x+2=4x-8$

$x=10$

10

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=4x^3-2x$이고 $f(0)=3$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x)=x^4-x^2+C$

$f(x)=x^4-x^2+3$

$f(2)=16-4+3=15$

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{5}(3a_k+5)=55,\quad \sum_{k=1}^{5}(a_k+b_k)=32$$

일 때, $\sum_{k=1}^{5} b_k$의 값을 구하시오. [3점]

$3\sum_{k=1}^{5} a_n + \underbrace{\sum_{k=1}^{5} 5}_{25} = 55$

$\sum a_n + \sum b_n = 32$

$\cancel{3}\sum_{k=1}^{5} a_n = \cancel{30}$ 10

10

22

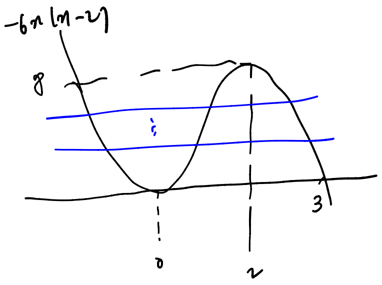
22

19. 방정식 $2x^3-6x^2+k=0$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 k의 개수를 구하시오. [3점]

$k=-2x^3+6x^2$

$-6x^2+12x=-6x(x-2)$

$-16+24=8$



k=1, 2, 3 ⋯ 7

7

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\ge 0)$에서의 속도 $v(t)$와 가속도 $a(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

t=2에서 연속

(가) $0\le t\le 2$일 때, $v(t)=2t^3-8t$이다.
(나) $t\ge 2$일 때, $a(t)=6t+4$이다. $\Rightarrow v(t)=3t^2+4t+C$ -20

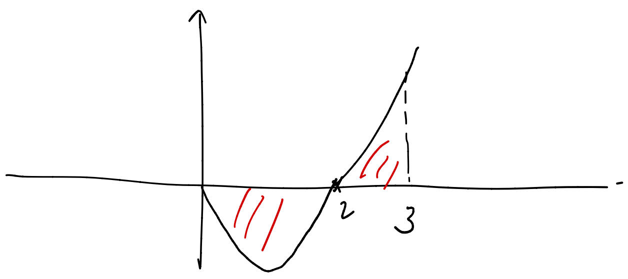
$16-16=0$

$12+8+c=0$

$c=-20$

시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [4점]

$v(t)=\begin{cases} 2t^3-8t & (0\le t\le 2) \\ 2t(t^2-4) \to 2t(t-2)(t+2) & \\ 3t^2+4t-20 & (t\ge 2)\end{cases}$



$\int_0^3 |v(t)|\,dt = \int_0^2(-2t^3+8t)\,dt + \int_2^3(3t^2+4t-20)\,dt$

$\left[-\frac{t^4}{2}+4t^2\right]_0^2 + \left[t^3+2t^2-20t\right]_2^3$

$-8+16$ $\quad + \quad (27+18-60)-(8+8-40)$

8 $\qquad$ $-15-(-16+40)$ $\quad$ 9

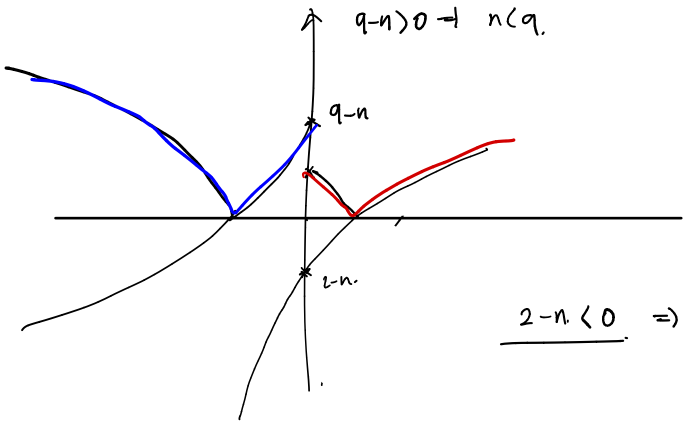
17

21. 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} |3^{x+2}-n| & (x<0) \\ |\log_2(x+4)-n| & (x\ge 0)\end{cases}$$

이라 하자. 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

$9-n>0 \to n<9$



$2-n<0 \Rightarrow 2<n$

$2<n<9$

3 4 5 6 7 8

7 11 15

18

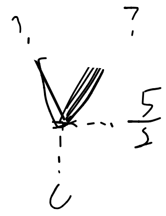
33

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(1)+(x-1)f'(g(x))$이다.

(나) 함수 $g(x)$의 최솟값은 $\frac{5}{2}$이다.

(다) $f(0)=-3$, $f(g(1))=6$



13

$f(x)=x^3+ax^2+bx-3$

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

$x^3+ax^2+bx-3-(1+a+b-3)=(x-1)f'(g(x))$

$x^3+ax^2+bx-1-a-b=(x-1)f'(g(x))$

$(x-1)(x^2+(a+1)x+a+b+1)=(x-1)f'(g(x))$

$x^2+(a+1)x+a+b+1=f'(g(x))$

$x=-\frac{a+1}{2}$ 대칭 $g(x)$는 $x=c$ 대칭 $c=-\frac{a+1}{2}$

$c^2+(a+1)c+a+b+1=f'(g(c))$, $g(c)=\frac{5}{2}$

$c=-\frac{a+1}{2}$ $c^2+(a+1)c+a+b+1=\frac{75}{4}+5a+b$

$\frac{(a+1)^2}{4}-\frac{(a+1)^2}{2}+a+1=\frac{75}{4}+5a$

$-\frac{(a+1)^2}{4}+a+1=\frac{75}{4}+5a$

$(a+1)^2-4a-4=-75-20a$

$a^2+2a+1+16a+71=0 \Rightarrow a^2+18a+72=0$

$a=-6$ or $a=-12$, $c=\frac{5}{2}$, $c=\frac{11}{2}$

① $a=-12$, $c=\frac{11}{2}$

$f'(x)=3x^2-24x+6$

$6x-24$

② $a=-6$, $c=\frac{5}{2}$

$f'(x)=3x^2-12x+6$

$6x-12$

이차함수 (x)

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1}f'(g(x))$

$f'(1)=f'(g(1))$ $\Rightarrow g(1)=1$ or 3

$f(1)=6$ or $f(3)=6$

① $f(1)=6$

$f(x)=x^3-6x^2+bx-3 \Rightarrow f(x)=x^3-6x^2+14x-3$

$x^2-5x+9=f'(g(x))=3(g(x)-2)^2+2$

$3x^2-12x+14$

$3(x^2-4x)+14$

$3(x-2)^2+2$

$g(x)\ge\frac{5}{2}$

$\sqrt{\frac{x^2-5x+7}{3}}=|g(x)-2|$

$\sqrt{\frac{x^2-5x+7}{3}}=g(x)-2$

$2+\sqrt{\frac{x^2-5x+7}{3}}=g(x)$

$g(1)=1$ 이어야 하므로 모순!

$\therefore f(3)=6$

② $f(3)=6$

$f(x)=x^3-6x^2+bx-3$

$27-54+3b-3=6$

$3b=36 \Rightarrow b=12$

$f(x)=x^3-6x^2+12x-3$

$\therefore f(4)=64-96+48-3=13$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다항식 $(x^3+3)^5$의 전개식에서 x^9의 계수는? [2점]

① 30 ② 60 ③ 90 ④ 120 ⑤ 150

$_5C_3 (x^3)^3 3^2$

$10 \times 9 = 90$

24. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 4000 이상인 홀수의 개수는? [3점]

① 125 ② 150 ③ 175 ④ 200 ⑤ 225

_ _ _ _

4 ... 1, 3, 5 $\Rightarrow 5 \times 5 \times 3 = 75$

5 ... 1, 3, 5 $\Rightarrow 5 \times 5 \times 3 = 75$

150

25. 흰색 마스크 5개, 검은색 마스크 9개가 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 3개의 마스크를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 마스크 중에서 적어도 한 개가 흰색 마스크일 확률은? [3점]

① $\frac{8}{13}$ ② $\frac{17}{26}$ ③ $\frac{9}{13}$ ④ $\frac{19}{26}$ ⑤ $\frac{10}{13}$

$1 - \frac{{}_9C_3}{{}_{14}C_3}$

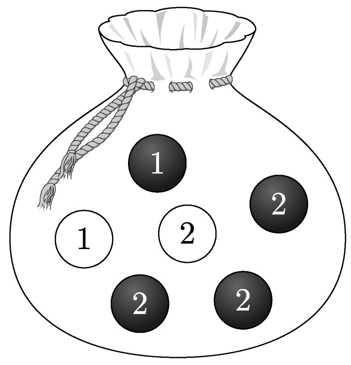
$\frac{\cancel{3}\times\cancel{8}\times 7}{\cancel{3}\times 2\times 1}$

$\frac{3\times\cancel{8}\times\cancel{7}}{\cancel{14}\times 13\times\cancel{12}} = \frac{3}{13}$

$1 - \frac{3}{13} = \frac{10}{13}$

26. 주머니에 1이 적힌 흰 공 1개, 2가 적힌 흰 공 1개, 1이 적힌 검은 공 1개, 2가 적힌 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 3개의 공 중에서 흰 공이 1개이고 검은 공이 2개인 사건을 A, 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수를 모두 곱한 값이 8인 사건을 B라 할 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? [3점]

① $\frac{11}{20}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{13}{20}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{3}{4}$



흰공 1개
검은공 2개) A

3개 공 곱해서 8 ⇒ B

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$P(A) = \frac{{}_2C_1 \times {}_4C_2}{{}_6C_3} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

$\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2}$ $2\times\frac{4\cdot3}{2}$ $12.$

$P(B) = \frac{4}{{}_6C_3} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

흰 검검 ⇒ $1\times{}_3C_2 = 3$
검 검검 ⇒ ${}_3C_3 = 1$

$P(A\cap B) = \frac{3}{{}_6C_3} = \frac{3}{20}$

흰 검검 ⇒ $1\times{}_3C_2 = 3$

$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} - \frac{3}{20} = \frac{12+4-3}{20} = \frac{13}{20}$

27. 어느 회사에서 생산하는 샴푸 1개의 용량은 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 샴푸 중에서 16개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $746.1 \le m \le 755.9$이다. 이 회사에서 생산하는 샴푸 중에서 n개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구하는 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $a \le m \le b$일 때, $b-a$의 값이 6 이하가 되기 위한 자연수 n의 최솟값은? (단, 용량의 단위는 mL이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58) = 0.99$로 계산한다.) [3점]

① 70 ② 74 ③ 78 ④ 82 ⑤ 86

$9.8 = 2 \times 1.96 \times \frac{6}{\sqrt{16}}$

$\frac{98}{10} = 2 \times \frac{196}{100} \times \frac{6}{4}$

$10 = \sigma$

$b-a = 2 \times 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{n}} \le 6$

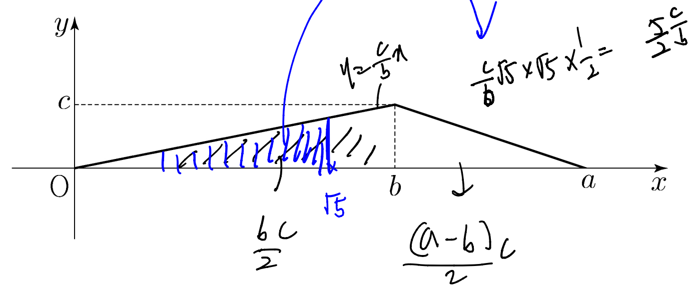
$\frac{25.8}{3} \le \sqrt{n}$

$8.6 \le \sqrt{n}$

$8.6 \times 8.6 = 73.96$

$73.96 \le n$

28. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le a$이고, X의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같다.



$\mathrm{P}(X \le b) - \mathrm{P}(X \ge b) = \frac{1}{4}$, $\mathrm{P}(X \le \sqrt{5}) = \frac{1}{2}$일 때, $a+b+c$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.) [4점]

① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

$\boxed{5c = b}$

$a \times c \times \frac{1}{2} = 1$

$ac = 2$

$\frac{bc}{2} - \frac{(ac-bc)}{2} = \frac{1}{4}$

$\frac{2bc - ac}{2} = \frac{1}{4}$

$2bc - ac = \frac{1}{2}$

$2bc = \frac{5}{2}$

$bc = \frac{5}{4}$

$5c^2 = \frac{5}{4}$

$c^2 = \frac{1}{4}$

$c = \frac{1}{2}$

$b = \frac{5}{2}$

$a = 4$

$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{5}{2} + 4 = 7$

단답형

29. 앞면에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있고 뒷면에는 모두 0이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드가 그림과 같이 6 이하의 자연수 k에 대하여 k번째 자리에 자연수 k가 보이도록 놓여 있다.

1	2	3	4	5	6
1번째 자리	2번째 자리	3번째 자리	4번째 자리	5번째 자리	6번째 자리

1. 3 5

이 6장의 카드와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k이면
> k번째 자리에 놓여 있는 카드를 한 번 뒤집어 제자리에 놓는다.

위의 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수일 때, 주사위의 1의 눈이 한 번만 나왔을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

49

홀 짝 홀 짝 홀 짝
1 2 3 4 5 6

보는 수의 합이 짝수. 더 홀수 2, 홀수 0

$\frac{36}{72}$ ⇒ 짝수확률 $\frac{36}{72}$

짝수 이면서 주사위 1번만

$3C_2 \times 3! \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{3}{36}$

$2C_1 \times 3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{36}$

$3! \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{36}$

$3C_1 \times 3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{3}{72}$

⇒ $\frac{6+2+2+3}{72} = \frac{13}{72}$ ∴ $\frac{\frac{13}{72}}{\frac{36}{72}} = \frac{13}{36}$ ⇒ 49

30. 집합 $X=\{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) 9 이하의 모든 자연수 x에 대하여 $f(x) \le f(x+1)$이다.
>
> (나) $1 \le x \le 5$일 때 $f(x) \le x$이고, $6 \le x \le 10$일 때 $f(x) \ge x$이다.
>
> (다) $f(6)=f(5)+6$

100

$f(1) \le f(2) \le f(5) \le \cdots \le f(10)$

$f(1)=1$, $f(1)\le 1$, $f(2)\le 2$, $f(3)\le 3$, $f(4)\le 4$, $f(5)\le 5$

$f(6)\ge 6$, $f(7)\ge 7$, $f(8)\ge 8$, $f(9)\ge 9$, $f(10)\ge 10 = f(10)=10$.

① $f(5)=5$ ⇒ $f(6)=11$ (x)

② $f(5)=4$ ⇒ $f(6)=10$ — $14 \times 1 = 14$

③ $f(5)=3$ ⇒ $f(6)=9$ — $9 \times 4 = 36$

④ $f(5)=2$ ⇒ $f(6)=8$ — $4 \times 9 = 36$

⑤ $f(5)=1$ ⇒ $f(6)=7$ — ②와 구조 동일 14

∴ $14+36+36+14 = 100$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+4}-2}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{1}{2\sqrt{x+4}}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

24. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\sqrt{1+\frac{3k}{n}}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{13}{9}$ ③ $\frac{14}{9}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

$$\int_0^1 \sqrt{1+3x}\,dx$$

$$\sqrt{1+3x} = t$$

$$1+3x = t^2$$

$$3dx = 2t\,dt$$

$$\int_1^2 t \times \frac{2t}{3}\,dt = \int_1^2 \frac{2t^2}{3}\,dt$$

$$\left[\frac{2t^3}{9}\right]_1^2 = \frac{16-2}{9} = \frac{14}{9}$$

25. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+1}{3^n+2^{2n-1}}=3$일 때, a_2의 값은? [3점]

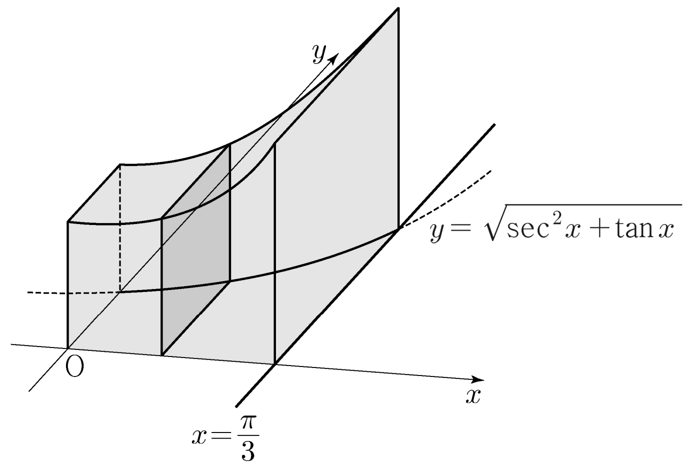
$3^n + \frac{1}{2}\cdot 4^n$

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

$a_n = \frac{3}{2}\cdot 4^n$

$a_2 = \frac{3}{\cancel{2}} \times \cancel{16}^{8} = 24$

26. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{\sec^2 x+\tan x}$ $\left(0\le x\le\frac{\pi}{3}\right)$와 x축, y축 및 직선 $x=\frac{\pi}{3}$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\ln 2}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}+\ln 2$ ③ $\sqrt{3}+\frac{\ln 2}{2}$
④ $\sqrt{3}+\ln 2$ ⑤ $\sqrt{3}+2\ln 2$

$\int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sec^2 x+\tan x)\,dx$ $\quad -\frac{\sin x}{\cos x}$

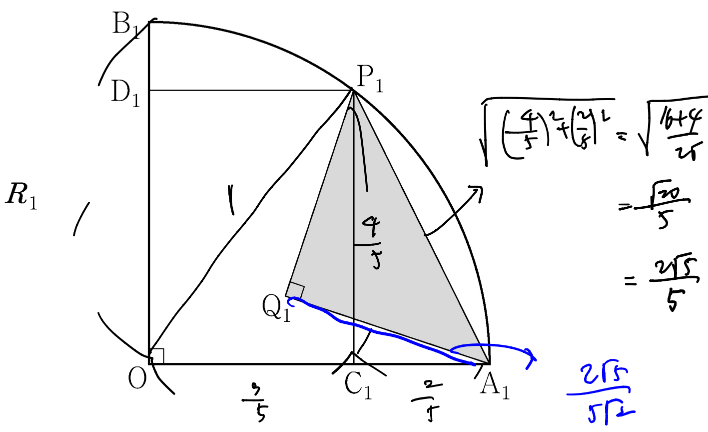
$= \left[\tan x - \ln|\cos x|\right]_0^{\frac{\pi}{3}}$

$= \sqrt{3} - \ln\frac{1}{2} - \cancel{(0-\ln 1)}$

$= \sqrt{3}+\ln 2$

27. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OA_1B_1이 있다. 호 A_1B_1 위에 점 P_1, 선분 OA_1 위에 점 C_1, 선분 OB_1 위에 점 D_1을 사각형 $OC_1P_1D_1$이 $\overline{OC_1} : \overline{OD_1} = 3:4$인 직사각형이 되도록 잡는다.
부채꼴 OA_1B_1의 내부에 점 Q_1을 $\overline{P_1Q_1} = \overline{A_1Q_1}$, $\angle P_1Q_1A_1 = \frac{\pi}{2}$가 되도록 잡고, 이등변삼각형 $P_1Q_1A_1$에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 OA_1 위의 점 A_2와 선분 OB_1 위의 점 B_2를 $\overline{OQ_1} = \overline{OA_2} = \overline{OB_2}$가 되도록 잡고, 중심이 O, 반지름의 길이가 $\overline{OQ_1}$, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OA_2B_2를 그린다. 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 네 점 P_2, C_2, D_2, Q_2를 잡고, 이등변삼각형 $P_2Q_2A_2$에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]

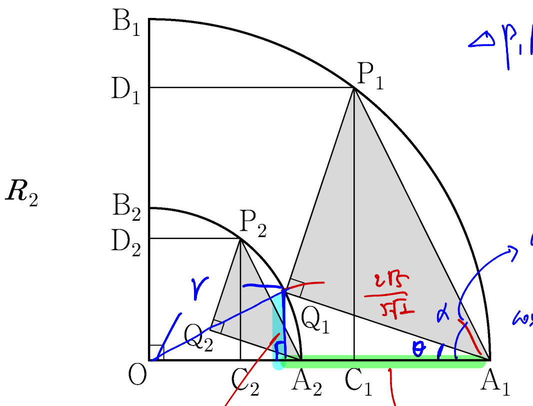
R_1



$$\sqrt{\left(\tfrac{4}{5}\right)^2+\left(\tfrac{2}{5}\right)^2} = \sqrt{\tfrac{16+4}{25}} = \tfrac{\sqrt{20}}{5} = \tfrac{2\sqrt5}{5}$$

$\frac{2\sqrt5}{5\sqrt2}$

R_2



$\triangle P_1A_1Q_1 = \frac{1}{2}\times\frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

⋮ ⋮

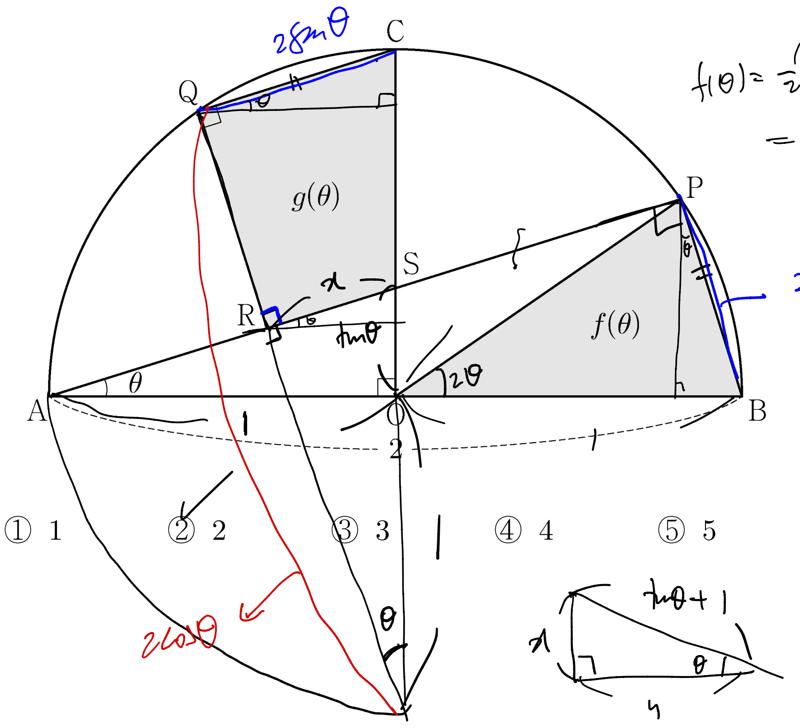
① $\frac{9}{40}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{11}{40}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{13}{40}$

$$\sqrt{\left(\tfrac{2\sqrt5}{5\sqrt2}\right)^2 - \left(\tfrac{9}{25}\right)} = \sqrt{\tfrac{1}{25}} = \tfrac{1}{5}$$

$$r = \sqrt{\tfrac{1}{25}+\tfrac{4}{25}} = \sqrt{\tfrac{5}{25}} = \tfrac{1}{\sqrt5} \rightarrow \text{공비 } \tfrac{1}{5}$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}} = \frac{1}{5-1} = \frac{1}{4}$$

28. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 $\angle AOC = \frac{\pi}{2}$인 점 C가 있다. 호 BC 위에 점 P와 호 CA 위에 점 Q를 $\overline{PB} = \overline{QC}$가 되도록 잡고, 선분 AP 위에 점 R를 $\angle CQR = \frac{\pi}{2}$가 되도록 잡는다. 선분 AP와 선분 CO의 교점을 S라 하자. $\angle PAB = \theta$일 때, 삼각형 POB의 넓이를 $f(\theta)$, 사각형 CQRS의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0+} \frac{3f(\theta)-2g(\theta)}{\theta^2}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점]



$f(\theta) = \frac{1}{2}\times 1^2 \sin2\theta = \frac{1}{2}\sin2\theta$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$x = (\tan\theta+1)\sin\theta$
$y = (\tan\theta+1)\cos\theta$

$\frac{1}{2}xy = (\tan\theta+1)^2\frac{\sin\theta\cos\theta}{2}$

$$g(\theta) = 2\sin\theta\, 2\cos\theta\times\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}xy$$
$$= 2\sin\theta\cos\theta - \tfrac{\sin\theta\cos\theta}{2}(\tan\theta+1)^2$$
$$= \sin2\theta - \tfrac{1}{4}\sin2\theta(\tan\theta+1)^2 = \sin2\theta\left(1-\tfrac{1}{4}(\tan\theta+1)^2\right)$$

$$3f(\theta)-2g(\theta) = \tfrac{3}{2}\sin2\theta - 2\sin2\theta\left(1-\tfrac{1}{4}(\tan\theta+1)^2\right)$$
$$= \sin2\theta\left(\tfrac{3}{2}-2+\tfrac{1}{2}(\tan\theta+1)^2\right)$$
$$= \frac{\sin2\theta\left(\frac{1}{2}\tan^2\theta+\tan\theta\right)}{\theta^2}$$

$$2\times\left(\tfrac{1}{2}\tan\theta+1\right)$$
$$= 2$$

단답형

29. 세 상수 a, b, c에 대하여 함수 $f(x)=ae^{2x}+be^{x}+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)+6}{e^{x}}=1$
>
> (나) $f(\ln 2)=0$

$-x=t$

$\displaystyle\lim_{t\to\infty}\frac{ae^{-2t}+be^{-t}+c+6}{e^{-t}}=1$

$\Rightarrow \displaystyle\lim_{t\to\infty} ae^{-t}+b+ce^{t}+6e^{t}=1$

$c=-6$, $b=1$

함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\displaystyle\int_0^{14} g(x)\,dx=p+q\ln 2$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p, q는 유리수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점]

26

$f(x)=ae^{2x}+e^{x}-6$

$f(\ln 2)=ae^{\ln 4}+e^{\ln 2}-6=4a+2-6=0$

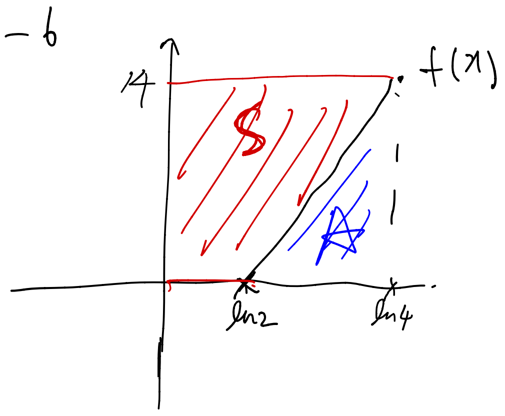
$a=1$

$f(x)=e^{2x}+e^{x}-6$

$f'(x)=2e^{2x}+e^{x}$

$f(0)=1+1-6$

$f(x)=14$



$e^{x}=t$

t^2+t-6 $(t+3)(t-2)=0$ $t=2$

$x=\ln 2$

$t^2+t-6=14$ $t>4$

$t^2+t-20=0$

$(t+5)(t-4)=0$

$S=14\ln 4-A$

$A=\displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 4}(e^{2x}+e^{x}-6)\,dx$

$=\left[\frac{e^{2x}}{2}+e^{x}-6x\right]_{\ln 2}^{\ln 4}$

$=8+4-6\ln 4-(2+2-6\ln 2)$

$=12-6\ln 4-4+6\ln 2$

$=8-6\ln 2$

$\therefore S=28\ln 2-8+6\ln 2$

$=34\ln 2-8$

$34-8=26$

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=e^{\sin \pi x}-1$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 합성함수 $h(x)=g(f(x))$가 다음 조건을 만족시킨다.

$h'(x)=f'(x)g'(f(x))$

> (가) 함수 $h(x)$는 $x=0$에서 극댓값 0을 갖는다.
>
> (나) 열린구간 $(0,3)$에서 방정식 $h(x)=1$의 서로 다른 실근의 개수는 7이다.

$e^{\sin\pi f(0)}=1$

$f(3)=\frac{1}{2}$, $f'(3)=0$일 때, $f(2)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

31

$h(0)=e^{\sin\pi f(0)}-1=0$

$\Rightarrow f(0)=n$

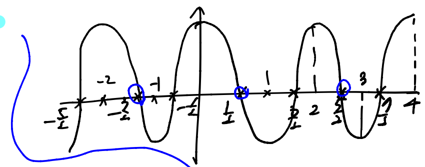
$h(x)=e^{\sin\pi(f(x))}-1$

$h'(x)=\pi f'(x)\cos\pi f(x)\, e^{\sin\pi f(x)}$

$h'(0)=\pi f'(0)\cos\pi f(0)\left(e^{\sin\pi f(0)}\right)=0$

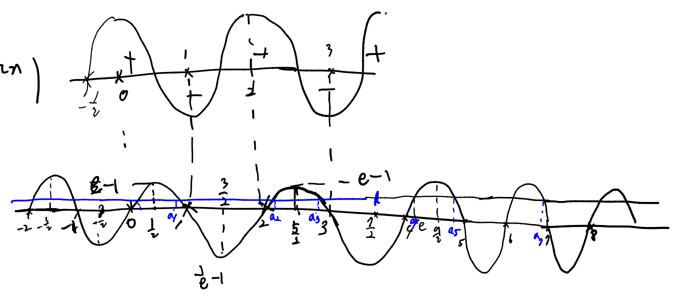
$f'(0)=0$ $\Rightarrow f(0)=0$

$f(0)=\frac{2n+1}{2}$ (X)



$g(x)=e^{\sin\pi x}-1$

$g'(x)=\pi\cos\pi x\,(e^{\sin\pi x})$

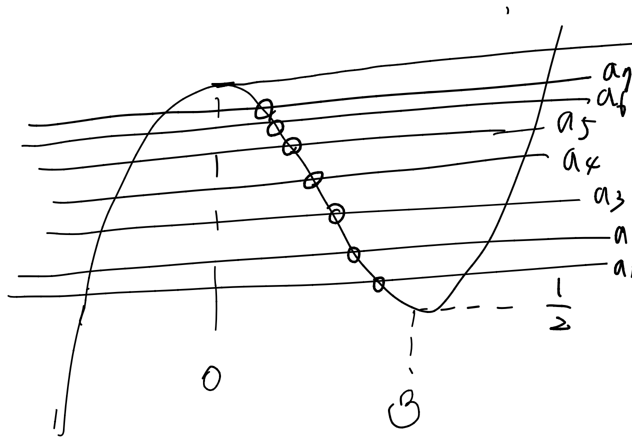


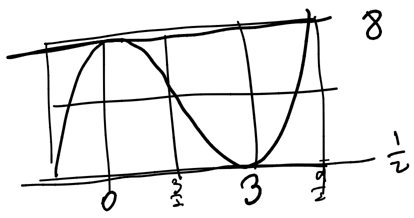
$g(f(x))=1$ $(0,3)$

시비는 x이에서 극소

7이면

$\therefore 8$





$f(x)=ax^2\left(x-\frac{9}{2}\right)+8$

$f(3)=9a\left(3-\frac{9}{2}\right)+8=\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $-\frac{27}{2}a+8=\frac{1}{2}$

$\frac{27}{2}a=\frac{15}{2}$ $\Rightarrow$ $a=\frac{15}{27}=\frac{5}{9}$

$f(x)=\frac{5}{9}x^2\left(x-\frac{9}{2}\right)+8$

$f(2)=\frac{20}{9}\times-\frac{5}{2}+8=-\frac{50}{9}+\frac{72}{9}=\frac{22}{9}$

31

> ＊ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

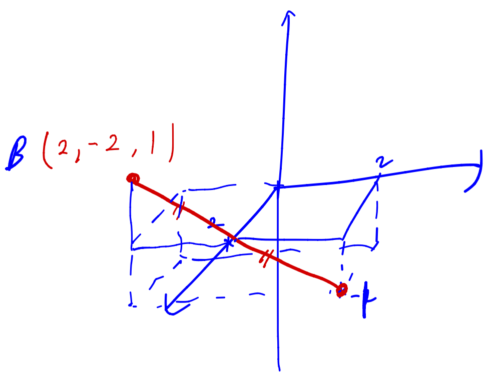
수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 좌표공간의 점 A$(2, 2, -1)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하자. 점 C$(-2, 1, 1)$에 대하여 선분 BC의 길이는? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

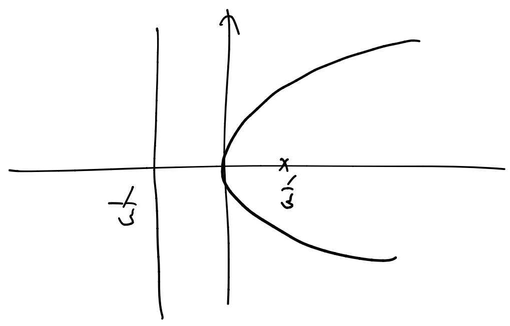


$\sqrt{(2+2)^2+(-2-1)^2+(1-1)^2} = \sqrt{16+9}$

$= 5$

24. 초점이 F$\left(\frac{1}{3}, 0\right)$이고 준선이 $x = -\frac{1}{3}$인 포물선이 점 $(a, 2)$를 지날 때, a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



$y^2=4px$

$y^2=\frac{4}{3}x$

$4=\frac{4}{3}a$

$a=3$

25. 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 $(2,\,1)$에서의 접선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$일 때, 이 타원의 두 초점 사이의 거리는? (단, a, b는 양수이다.) [3점]

① $2\sqrt{3}$ ② 4 ③ $2\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{7}$

$\frac{4}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1$,

$\frac{2x}{a^2}+\frac{y}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{y}{b^2}=-\frac{2x}{a^2}+1$

$y=-\frac{2b^2}{a^2}x+b^2$

$-\frac{2b^2}{a^2}=-\frac{1}{2} \Rightarrow 4b^2=a^2$

$\frac{\cancel{4}}{\cancel{4}b^2}+\frac{1}{b^2}=1$

$\frac{2}{b^2}=1 \Rightarrow b^2=2 \Rightarrow a^2=8$

$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$

$\sqrt{8-2}=\sqrt{6}$

$2\sqrt{6}$

26. 좌표평면에서 세 벡터

$$\vec{a}=(2,\,4),\quad \vec{b}=(2,\,8),\quad \vec{c}=(1,\,0)$$

에 대하여 두 벡터 $\vec{p}$, $\vec{q}$가

$$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0,\quad \vec{q}=\frac{1}{2}\vec{a}+t\,\vec{c}\ (t\text{는 실수})$$

를 만족시킬 때, $|\vec{p}-\vec{q}|$의 최솟값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

$(x-2,\,y-4)\cdot(x-2,\,y-8)=0$

$(x-2)^2+(y-4)(y-8)=0$

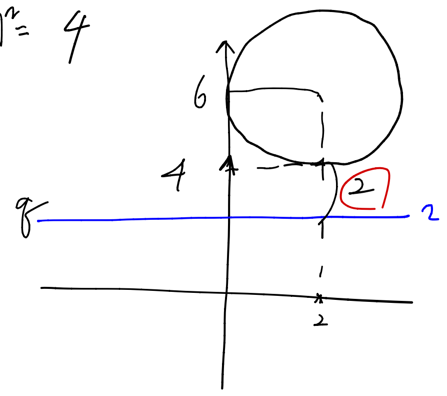
$(x-2)^2+y^2-12y+32=0$

$p:\ (x-2)^2+(y-6)^2=4$

$(x,y)=(1,2)+(t,0)$

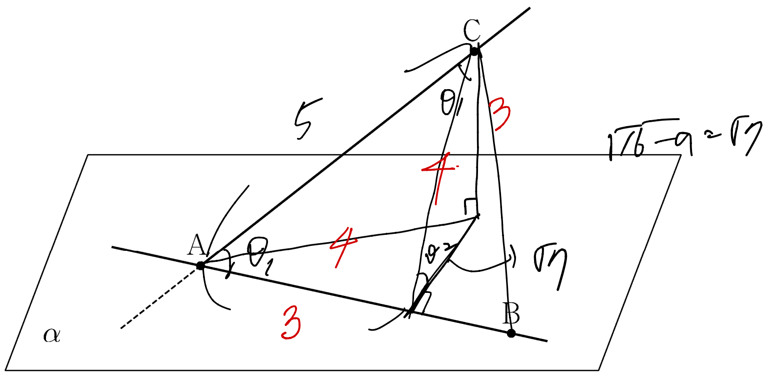
$t+1=x$

$y=2$



27. 좌표공간에 직선 AB를 포함하는 평면 α가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 C에 대하여 직선 AB와 직선 AC가 이루는 예각의 크기를 θ_1이라 할 때 $\sin\theta_1 = \frac{4}{5}$이고, 직선 AC와 평면 α가 이루는 예각의 크기는 $\frac{\pi}{2} - \theta_1$이다. 평면 ABC와 평면 α가 이루는 예각의 크기를 θ_2라 할 때, $\cos\theta_2$의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{7}}{6}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{7}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{8}$



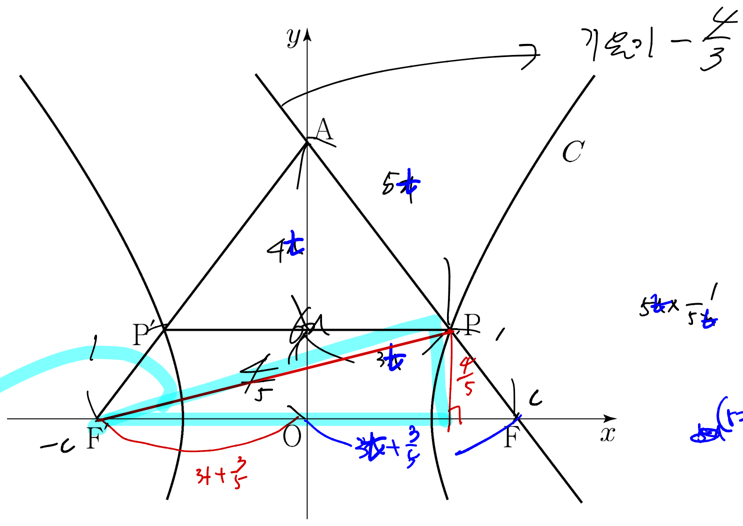
$\frac{\sqrt{7}}{4}$

28. 두 초점이 F$(c, 0)$, F$'(-c, 0)$ $(c > 0)$인 쌍곡선 C와 y축 위의 점 A가 있다. 쌍곡선 C가 선분 AF와 만나는 점을 P, 선분 AF$'$과 만나는 점을 P$'$이라 하자.
직선 AF는 쌍곡선 C의 한 점근선과 평행하고

$$\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{PP'}} = 5 : 6, \quad \overline{\mathrm{PF}} = 1$$

일 때, 쌍곡선 C의 주축의 길이는? [4점]

① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{29}{12}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



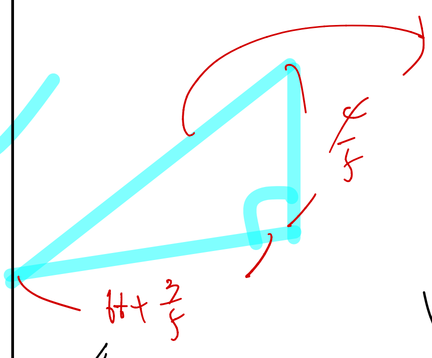
$\frac{x^2}{9a^2} - \frac{y^2}{16a^2} = 1$

3a, 4a.

6a= ?

$5a = 3t + \frac{9}{5}$

$3t = 5a - \frac{9}{5} \Rightarrow 6t = 10a - \frac{18}{5}$



$\sqrt{\left(10a-\frac{3}{5}\right)^2 + \frac{16}{25}} = \sqrt{100a^2 - 12a + 1}$

$\sqrt{100a^2 - 12a + 1} - 1 = 6a$

$100a^2 - 12a + 1 = 36a^2 + 12a + 1$

$64a^2 - 24a = 0$

$8a(8a-3) = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{8}$

$\therefore 6a = 6 \times \frac{3}{8} = \frac{9}{4}$

단답형

29. 평면 α 위에 $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{AD}=2$, $\angle ABC=\angle BCD=\frac{\pi}{3}$ 인 사다리꼴 ABCD가 있다. 다음 조건을 만족시키는 평면 α 위의 두 점 P, Q에 대하여 $\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{DQ}$의 값을 구하시오. [4점]

$\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{AP}-2\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AP}$

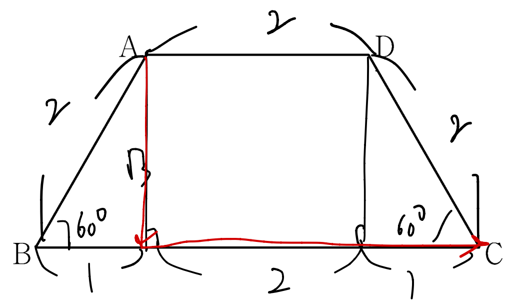
(가) $\overrightarrow{AC}=2(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BP})$

$\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AB}$

(나) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{PQ}=6$

(다) $2\times\angle BQA=\angle PBQ<\frac{\pi}{2}$

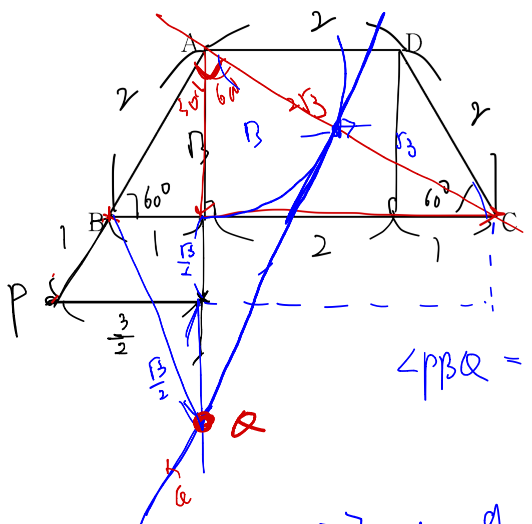
12

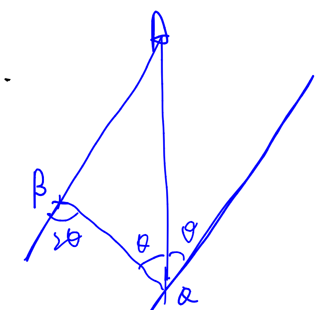


(가) $\overrightarrow{AC}=(3,-\sqrt{3})$ $\quad -2\overrightarrow{AD}=-2(2,0)=(-4,0)$

$2\overrightarrow{AB}=2(-1,-\sqrt{3})=(-2,-2\sqrt{3})$

$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}(-3,-3\sqrt{3})=\left(-\frac{3}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$





$\angle PBQ=60°$, $\angle BQA=30°$

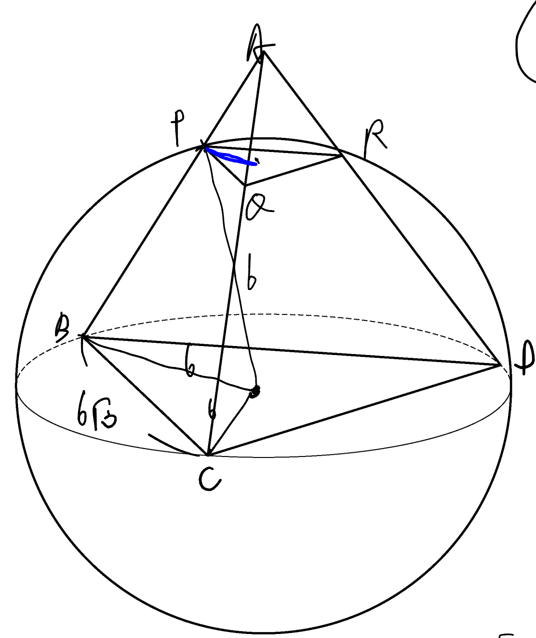
$\overrightarrow{CP}=\left(-\frac{9}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

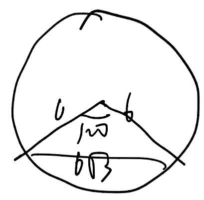
$\overrightarrow{DQ}=(-2,-2\sqrt{3})$

$\therefore\ 9+3=12$

30. 좌표공간에 정사면체 ABCD가 있다. 정삼각형 BCD의 외심을 중심으로 하고 점 B를 지나는 구를 S라 하자. 구 S와 선분 AB가 만나는 점 중 B가 아닌 점을 P, 구 S와 선분 AC가 만나는 점 중 C가 아닌 점을 Q, 구 S와 선분 AD가 만나는 점 중 D가 아닌 점을 R라 하고, 점 P에서 구 S에 접하는 평면을 α라 하자. 구 S의 반지름의 길이가 6일 때, 삼각형 PQR의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는 k이다. k^2의 값을 구하시오. [4점]

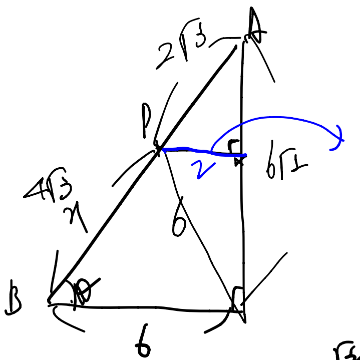
24





$2\times3\sqrt{2}$ $\quad 6\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{6}}{3}\times6\sqrt{3}$



$2\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=2$

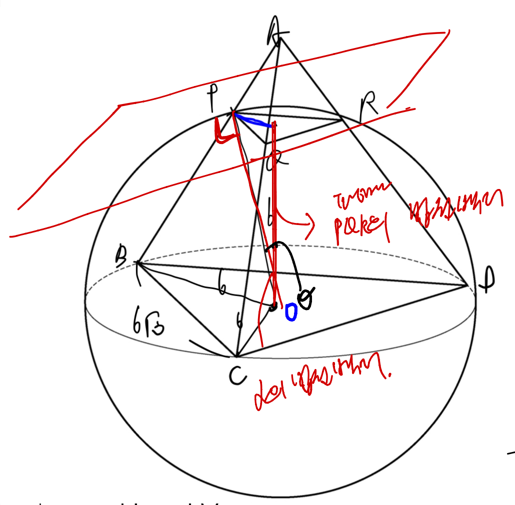
$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$

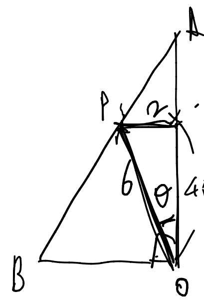
$\tan\theta=\sqrt{2}$

$\cos\theta=\frac{x^2+36-36}{12x}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$x^2=\frac{12x}{\sqrt{3}} \Rightarrow x=\frac{12}{\sqrt{3}}=\frac{12\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$

$\overline{PQ}=2\sqrt{3}$ $\quad \therefore \triangle PQR=\frac{\sqrt{3}}{4}\times12=3\sqrt{3}$





$\sqrt{36-4}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

$\cos\theta=\frac{4\sqrt{2}}{6}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore\ 3\sqrt{3}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{6}$

$\therefore (2\sqrt{6})^2=24$

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.