EBS FINAL
기하 선별 19제
by 파급효과

문제의 저작권은 EBS에게 있습니다.

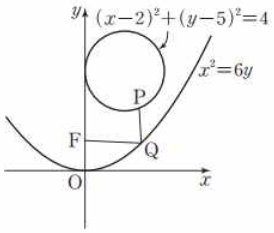
기하 수능특강 p12 3번

[22012-0017]

3 그림과 같이 원 $(x-2)^2+(y-5)^2=4$ 위의 점 P와 초점이 F인 포물선 $x^2=6y$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{PQ}+\overline{FQ}$의 최솟값은?

① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{19}{4}$ ③ 5

④ $\frac{21}{4}$ ⑤ $\frac{11}{2}$



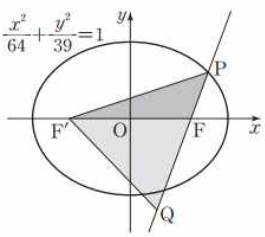
문제 Comment

아주 기본적인 문제이지만 PQ를 두 개의 길이로 쪼개는 벡터의 아이디어를 엿볼 수 있는 문제라서 이 문제를 통해 하나의 길이를 한쪽으로만 보는게 아니고 두 개 이상의 길이로 쪼개서 볼 수 있는 아이디어를 잘 숙지하라는 차원에서 선정하였습니다.

기하 수능특강 p26 1번

[22012-0046]

1 그림과 같이 두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{39}=1$ 위에 점 P가 있다. 두 점 P, F를 지나는 직선 위의 점 Q에 대하여 삼각형 PF′F와 삼각형 QFF′의 넓이를 각각 S_1, S_2라 하자. $\overline{PF'}=\overline{PQ}$이고 $S_1 : S_2=1 : 2$일 때, S_1+S_2의 값은?
(단, 점 F의 x좌표는 점 F′의 x좌표보다 크고, 점 P는 제1사분면에 있고 점 Q는 제4사분면에 있다.)



① $9\sqrt{35}$ ② $9\sqrt{37}$ ③ $9\sqrt{39}$
④ $10\sqrt{37}$ ⑤ $10\sqrt{39}$

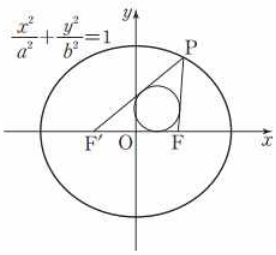
문제 Comment
본격적인 계산 전에 길이 동일 조건과 비율을 통해 구하는 길이의 수식을 간단하게 줄이는 과정이 숨겨져 있어서 선정했습니다.

기하 수능특강 p26 2번

[22012-0047]

2 그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(4,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-4,\ 0)$인 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$ 위에 점 P가 있다. $\overline{\mathrm{PF}}=7$이고 삼각형 $\mathrm{PF'F}$에 내접하는 원의 중심의 x좌표가 2일 때, a^2+b^2의 값은? (단, 점 P는 제1사분면에 있다.)

① 142 ② 144 ③ 146
④ 148 ⑤ 150



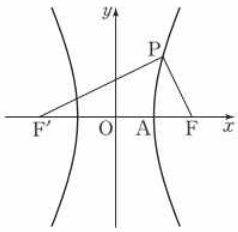
문제 Comment

어려운 문제는 아니지만 중학교 도형지식인 내심의 개념을 이용하여 간단하게 풀리는 문제라 선정했습니다.

기하 수능특강 p36 3번

[22012-0065]

3 그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$ $(c>0)$인 쌍곡선의 한 꼭짓점을 $\mathrm{A}(a,\ 0)$ $(a>0)$이라 하자. 이 쌍곡선 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+c$의 값은? (단, O는 원점이다.)



(가) $\overline{\mathrm{PF}'}=\overline{\mathrm{PF}}+2\overline{\mathrm{AF}}$, $\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{OF}}$

(나) 삼각형 OAP의 넓이가 $\frac{3}{2}$이다.

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

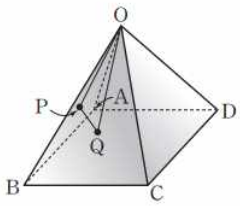
문제 Comment

쌍곡선과 원의 아이디어를 매끄럽게 잘 이은 문제입니다. 상당히 좋은 문제라 선정했습니다.

기하 수능특강 p81 7번

[22012-0149]

7 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 6인 정사각뿔 O-ABCD에서 두 삼각형 OAB, OBC의 무게중심을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 OPQ의 평면 ABCD 위로의 정사영의 넓이는?



① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2

④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

문제 Comment

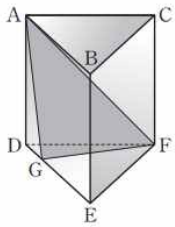
PQ를 연장하여 같은 평면 위에 있는 더 큰 삼각형에서 비율식으로도 충분히 정사영을 생각해 풀 수 있는 문제라 선정했습니다.

기하 수능특강 p83 4번

[22012-0153]

4 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 4인 삼각기둥 ABC−DEF가 있다. 선분 DE를 1 : 3으로 내분하는 점을 G라 하고, 평면 AGF와 삼각기둥 ABC−DEF의 세 개의 옆면이 이루는 예각의 크기를 각각 θ_1, θ_2, θ_3이라 할 때, $\frac{\cos\theta_j}{\cos\theta_i}$의 최댓값은?

(단, i, j는 모두 1 이상 3 이하인 자연수이다.)



① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{7}{4}$
④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

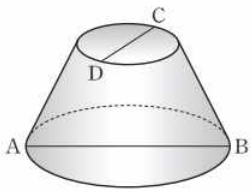
문제 Comment

계산을 적게 하고도 충분히 정사영의 판단만으로 풀 수 있는 풀이가 존재하여 선정했습니다.

기하 수능특강 p83 6번

[22012-0155]

6 그림과 같이 한 밑면은 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 원이고 다른 한 밑면은 길이가 2인 선분 CD를 지름으로 하는 원이며 높이는 2인 원뿔대가 있다. 두 직선 AB, CD가 이루는 예각의 크기가 $60°$일 때, 삼각형 BCD의 외접원의 평면 ACD 위로의 정사영의 넓이는?



① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{2}{7}\pi$ ③ $\frac{9}{28}\pi$

④ $\frac{5}{14}\pi$ ⑤ $\frac{11}{28}\pi$

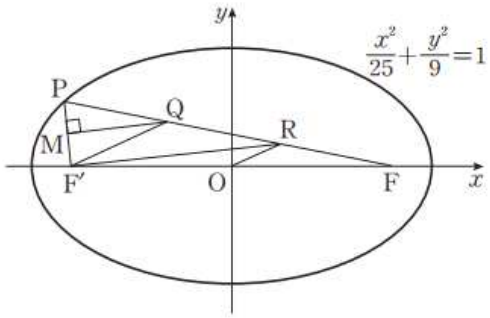
문제 Comment

난이도가 상당합니다. 공간지각능력을 직접 요구하기도 하고 그림으로 풀려해도 꽤나 논리적인 과정을 많이 밟아야 해서 선정했습니다.

기하 수능완성 p80 8번

08 ▸ 22056-0194

그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$ $(c>0)$인 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 위의 점 중 제2사분면에 있고 x좌표가 $-c$보다 작은 점 P가 있다. 선분 F′P의 중점을 M이라 하고, 점 M을 지나고 선분 F′P에 수직인 직선이 선분 FP와 만나는 점을 Q라 하자. 점 F′을 지나고 직선 QM에 평행한 직선이 선분 FP와 만나는 점을 R라 하자. 직선 F′Q와 직선 OR가 서로 평행할 때, $(\overline{\mathrm{F'P}}+10)^2$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)



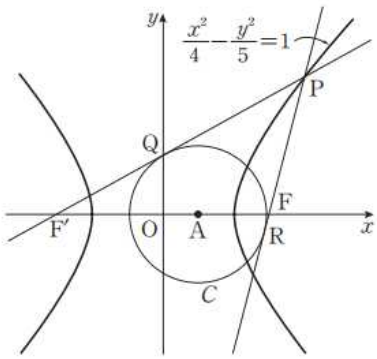
문제 Comment

코사인법칙과 타원의 성질을 같이 쓰는 문항입니다. 평행조건, 닮음비 등등 중학교 도형 지식의 활용과 타원의 정의를 잇는 생각이 중요하여 선정했습니다.

기하 수능완성 p81 10번

10 ▸ 22056-0196

그림과 같이 두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 위의 제1사분면에 점 P가 있다. 중심이 A(1, 0)인 원 C가 직선 F′P와 점 Q에서 접하고, 직선 FP와 점 R에서 접할 때, $\overline{F'Q}+\overline{FR}$의 값은? (단, $\overline{F'P}>\overline{FP}$)



① 4 ② $\frac{17}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{19}{4}$ ⑤ 5

문제 Comment

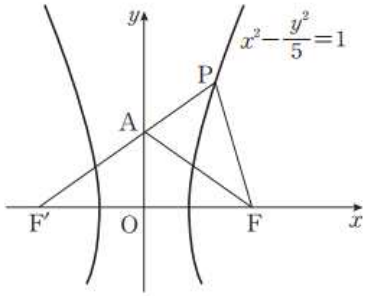
쌍곡선의 정의에 충실하게 잘 낸 문항입니다. 난이도도 은근 있지만 학생들이 능숙하게 풀 때까지 연습할 필요가 있어 선정했습니다.

기하 수능완성 p81 11번

11 ▸ 22056-0197

두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $x^2-\frac{y^2}{5}=1$ 위의 점 P에 대하여 직선 PF′이 y축과 만나는 점을 A라 하자. $\overline{FA}=\overline{FP}$일 때, $\overline{F'P}+\overline{FP}$의 값은? (단, $\overline{F'P}>\overline{FP}$)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12



문제 Comment
수선을 내리는 아이디어가 다소 기발하여 선정했습니다. 유사 문항으로 2018학년도 9월 평가원 27번(가형)이 있습니다.

기하 수능완성 p98 25번

25 ▸ 22056-0238

좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위의 두 점 P, Q에 대하여 $\overline{PQ}=\sqrt{2}$이다. 점 R(2, 3)에 대하여 $\overrightarrow{RP}\cdot\overrightarrow{RQ}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M\times m$의 값은?

① 141 ② 142 ③ 143
④ 144 ⑤ 145

문제 Comment

$OP\perp OQ$임을 이용하여 최소한의 식으로 푸는 것이 중요하여 선정했습니다.

기하 수능완성 p99 29번

29 ▸ 22056-0242

좌표평면 위의 두 점 $A(-2, 3)$, $B(5, 12)$에 대하여 점 P와 도형 D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BP}|=9$
(나) 도형 D 위의 임의의 두 점 Q, R에 대하여
$\overrightarrow{OB}\cdot(\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OR})=0$

점 P가 나타내는 도형의 넓이를 도형 D가 이등분할 때, 원점 O와 도형 D 사이의 거리는?

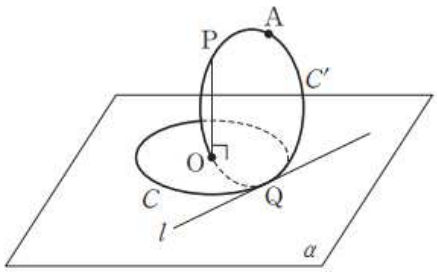
① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

문제 Comment
(가) 조건에서 $\triangle OAB$의 무게중심을 떠올리는 것이 중요하여 선정했습니다.

기하 수능완성 p106 12번

12 ▸ 22056-0254

그림과 같이 점 P에서 평면 α에 내린 수선의 발을 O라 할 때, $\overline{OP}=4$이다. 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 평면 α 위의 원 C 위의 점 Q에서 원 C와 접하는 평면 α 위의 직선을 l이라 하자. 세 점 O, P, Q를 지나는 원 C' 위의 점 A에 대하여 점 A에서 평면 α까지의 거리가 최대일 때, 직선 l과 점 P를 포함하는 평면과 직선 l과 점 A를 포함하는 평면이 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\cos\theta$의 값은?



① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{85}}{10}$

④ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{95}}{10}$

문제 Comment

2018년 10월 교육청 (가형) 29번과 유사 문항입니다. 삼수선의 정리에 대한 이해가 된 상태에서 각 변의 길이를 구하고 각의 크기도 생각하는 문제라 초고난도 문항이라고 봐도 될 듯합니다. 수완 문항 중에 제일 어려운 듯합니다.

기하 수능완성 p125 30번

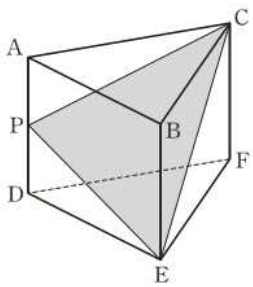
30 ▸ 22056-1030

그림과 같이 모든 모서리의 길이가 같은 삼각기둥 ABC−DEF에서 모서리 AD 위의 한 점을 P라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 CPE의 평면 ADEB 위로의 정사영의 넓이는 정사각형 ADEB의 넓이의 $\frac{3}{8}$배이다.

(나) 삼각형 CPE의 넓이는 $4\sqrt{6}$이다.

삼각형 ABC의 평면 CPE 위로의 정사영의 넓이를 S라 할 때, S^2의 값을 구하시오. [4점]



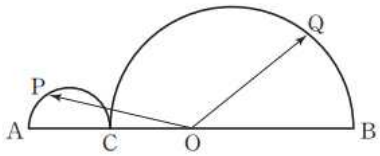
문제 Comment

정사영과 공간도형의 단면화를 적절히 활용하는 문항이라 선정했습니다.

기하 수능완성 p137 30번

30 ▸ 22056-1060

그림과 같이 길이가 8인 선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점을 C라 하고, 선분 AB의 중점을 O라 하자. 두 선분 AC, CB를 지름으로 하는 두 반원을 선분 AB를 기준으로 각각 같은 쪽에 그리고, 호 AC 위의 점 P와 호 CB 위의 점 Q를 $|\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}|=4$를 만족시키도록 잡는다. $|\overrightarrow{OQ}|$의 값이 최대일 때, 점 Q를 Q_1, 점 P를 P_1이라 하자. $(\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OQ_1})\cdot\overrightarrow{OQ_1}$의 값을 구하시오. [4점]



문제 Comment

2017학년도 6월 평가원 (가형) 28번 문항 변형 버전이라 선정했습니다. 해당 기출은 당시 난이도가 제법 있는 문항이라 지금도 유효한 문항입니다.

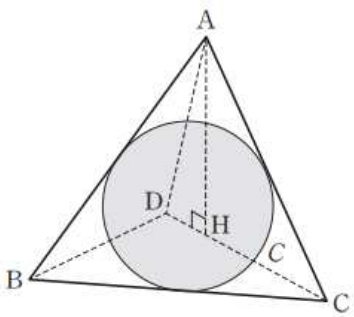
기하 수능완성 p149 30번

30 ▸ 22056-1090

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}=6$인 사면체 ABCD가 있다. 삼각형 ABC에 내접하는 원을 C라 하고, 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 원 C와 점 H가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 원 C의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이는 $\sqrt{3}\pi$이다.
(나) 점 H는 선분 CD를 3 : 1로 내분한다.

평면 ABD와 평면 BCD가 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\tan^2\theta$의 값을 구하시오. [4점]



문제 Comment
정사영과 이면각의 관계를 잘 물어본 문항이고, 삼수선 정리도 깔끔하게 쓰고 단면화도 잘 해야 해서 선정했습니다.

기하 수능완성 p161 29번

29 ▸ 22056-1119

초점이 F인 포물선 $y^2=4x$와 쌍곡선의 일부분인 곡선 $C : \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1\ (x<0)$이 있다. 점 $A(-3,\ 0)$에서 포물선 $y^2=4x$에 그은 접선의 한 접점 P에 대하여 곡선 C 위의 점 Q가 $\frac{\overline{AQ}}{\overline{PF}}=\frac{1}{2}$을 만족시킬 때, $\overline{FQ}^2=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

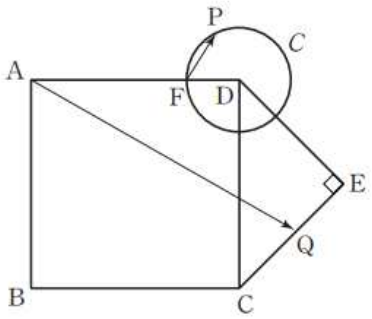
문제 Comment

쌍곡선 연습문제로 제법 괜찮은 문항이라 선정했습니다.

기하 수능완성 p172 28번

28 ▸ 22056-1148

평면에 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다. 이 정사각형의 외부에 $\angle DEC=90^\circ$, $\overline{CE}=\overline{DE}$를 만족시키는 점 E를 잡고, 변 AD를 3 : 1로 내분하는 점을 F, 점 D를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원을 C라 하자. 원 C 위의 점 P와 선분 CE 위의 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{FP}-\overrightarrow{AQ}|$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $(M-1)^2+(m+1)^2$의 값은? [4점]



① $\frac{105}{2}$ ② 53 ③ $\frac{107}{2}$

④ 54 ⑤ $\frac{109}{2}$

문제 Comment

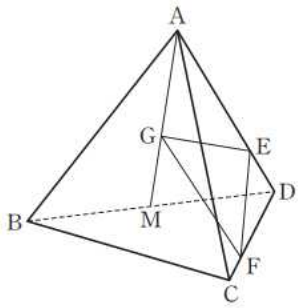
벡터의 분해를 잘 이해하고 있어야 풀 수 있는 문항이라 선정했습니다.

기하 수능완성 p173 30번

30 ▸ 22056-1150

그림과 같이 한 모서리의 길이가 8인 정사면체 ABCD에서 선분 AD를 3 : 1로 내분하는 점을 E, 선분 CD를 1 : 3으로 내분하는 점을 F, 선분 BD의 중점을 M이라 하고, 선분 AM을 3 : 2로 내분하는 점을 G라 하자. 삼각형 ABC의 평면 EFG 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{19}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



문제 Comment

문제의 기본 틀은 171129(가형)을 들고 왔고, 이면각을 잘 잡아야 하는 문항이라 선정했습니다.

페이지	답	페이지	답	페이지	답	페이지	답	페이지	답
1	표지	11	1	21	답지				
2	1	12	3						
3	3	13	5						
4	3	14	4						
5	3	15	24						
6	3	16	8						
7	5	17	10						
8	5	18	55						
9	136	19	3						
10	1	20	137						

EBS는 이 자료에 있는 문제만 푼다면
23학년도 수학 선택과목 기하 EBS 연계 대비로 충분합니다.
올 한해도 수고 많으셨습니다.
내년에는 멋진 대학생활을 하셨으면 합니다.
저도 올해보다 더욱 나은 내년이 되도록 노력하겠습니다.
-파급효과 올림-