수학 헷갈노트 ♥

토 Gang

- 보조조건을 통한 조건 이끌어내기 (정적분) (6월례 #22)

$$\int_0^2 |f(x)-1|\,dx = 3 \qquad \int_0^2 f(x)\,dx = -1$$

부호

$$\int_0^2 f(x)-1\,dx = -3$$

- 그래프 위치관계 → 빼서 인도로 확인!

(접, 품점, 포…)

- N축 돌릴 때, 정의역·치역 놓치면 무용지물이다.

- $f'(\alpha)=0$ 이면, 그 대응점에서 역함수 $g(x)$는 미분불가

- $\boxed{\text{대칭성}}$

  - $(a,0)$ 점대칭 × $x=a$ 선대칭 ⟶ $(a,0)$ 점대칭
  - $(\text{선대칭})^{n}$ = 선대칭
  - $(\text{점대칭})^{\text{홀}}$ = 점대칭
  - $(\text{점대칭})^{\text{짝}}$ = 선대칭

- 합성함수의 대칭성

— ALL · ($x=a$ 선대칭) = $x=a$ 선대칭

— 기 · $(a,0)$ 점대칭 = $(a,0)$ 점대칭

— 우 · $(a,0)$ 점대칭 = $x=a$ 선대칭

(a,b) 대칭 ⟶ $(a,0)+b$(평행이동)으로 분리!

- 역함수 이계도

$$g''(f(x)) = \frac{-f''(x)}{\{f'(x)\}^2}$$

- $f(x)$의 식을 모르는 일반적인 상황에선 "미분계수의 정의"를 사용!

- 미분계수 정의 vs 도함수의 극한

$f'(x)$ 존재 (= $f(x)$ 미·가) ⟹ $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a} \to f'(a)$ "미분계수 정의"

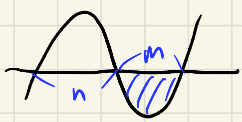
$f'(x)$가 연속 ⟶ $\lim_{x\to a} f'(x) \to f'(a)$ "도함수 극한"

• 부호 변화 양상

- $f(x) \cdot g(x) \geq 0$
  → f와 g의 부호변화 양상 동일
- $f(x) \cdot g(x) \leq 0$
  → f와 g의 부호변화 양상 반대

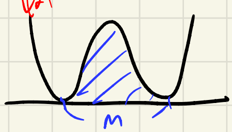
• Graph 넓이 공식

3차



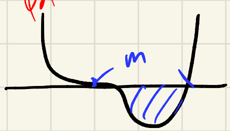
$$S = \frac{|a|}{12} \times m^{3}(m+2n)$$

4차



$$S = \frac{|a|}{30} m^{5}$$

4차



$$S = \frac{|a|}{20} m^{5}$$

• 주어진 함수가 다항함수인지 단순 연속함수인지 Check!

- 자연수 / 정수 조건은 특별히 체크할것.

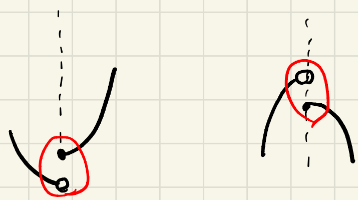
- 치환 → 치환된 문자 범위 체크!

- 극한 식에서 수렴확인 안되면, 찢을 수 없다.

ex) $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n) \longrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \,/\, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 수렴확인후 분리

ex) $\lim_{x\to0} \frac{f(x)\cdot(\cos x-1)}{x^2} \Rightarrow$ 분리불가. ($\lim_{x\to0} f(x) \neq -\frac{1}{2}$)

- 불연속인데 극점이 아닌경우



⇒ 주변에서 Max/Min 인지!!

- 평행이동 & 기울기 같이제시 → 평행이동의 기울기 생각!

- 거리함수 미분가능성 유의점

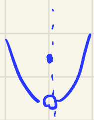
$f(x) = \sqrt{(x-a)^2 + (f(x)-b)^2}$ → 루트 안 =0 이여도 *제곱으로 묶여나오면

미분가능할수도!

ex) $\sqrt{(x-2)^2 + (f(x)-k)^2}$

$(x-2)$ 인수로가지면 $\Longrightarrow$ $(x-2)\sqrt{1 + \{g(x)\}^2}$ ∴ $x=2$ 미분가능!

- 불연속점이면, 좌우 미분계수 같아도 미분가능을 논하지 않는다.



→ 미불! (전제 out)

- 함수 f, g → $f \geq g$ 조건

① "접한다" 이용 (Graph)

② $f-g \geq 0$ (최대·최소 정리)

→ 둘 中 하나로 안되면 재빨리 다른걸로!

• 개형추론 끝처리는 유기적으로~

미지수 섞인 3차 & 근 개수 알고 있을 때, 그래프개형으로 처리하는 sense

ex) K.B 수II sub2 #10

$px^2(x-3)+1$ → 서로다른 실근 2개

$y=px^2(x-3)$ & $y=-1$로 관찰

• 함수의 합차와 접선

2차식?

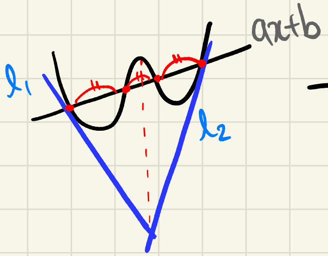
- 곡선 ± 직선 $\xrightarrow{\text{미분}}$ 접선 ± 직선 유지!! K.B 수2 sub2 #13

직선

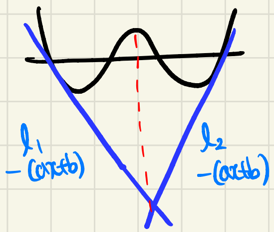
$y=f(x)+g(x)$

"$x=\alpha$에서의 접선" $y=(f'(\alpha)+g'(\alpha))(x-\alpha)+f(\alpha)+g(\alpha)$

$y=f'(\alpha)(x-\alpha)+f(\alpha)+\underbrace{g'(\alpha)(x-\alpha)+g(\alpha)}_{=g(x)\text{의 접선}}$

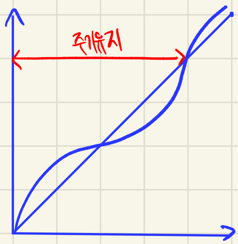


→



- sinx / cosx 그래프에 직선 더해진 경우

  → 직선에 삼각함수 덧그리기



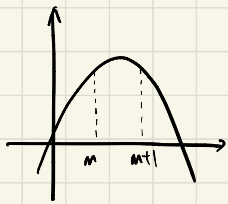
- 주기유무 → 주기가 1이 될수 없다는 생각!

- 대칭 보존여부 (합성시)

  - 점대칭 : 겉함수 따라 보존여부 달라짐
  - 선대칭 & 주기 : 항상 100% 보존

⊛ 등차수열의 합 유형

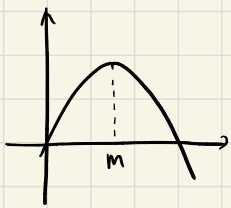
1) Max/Min 2개 (대칭)



M ← M ←

$a_m=2$ | $a_{m+1}=0$ | $a_{m+2}=-2$ ....

2) Max/Min 1개 (대칭)

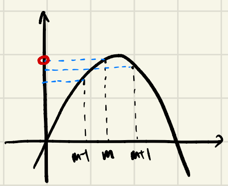


M ←

$a_m=2$ | $a_{m+1}=-2$ $a_{m+2}=-6$ ...

일반적인경우.

3) Max/Min 1개 (비대칭)



S ← S+1 ← S-2 ←

$a_m=5$ | $a_m=1$ | $a_m=-3$ | $a_m=-7$ ....

- **함수의 대칭이동**

→ "x에 뭘 집어 넣었는지?"를 생각할것.

ex) $f(x+1) \longleftrightarrow f(1-x)$

$x \rightarrow 2-x$

$f(x+1)$을 $g(x)$라 하면, $g(x) \longleftrightarrow g(2-x)$

∴ $x=1$ 선대칭이동

ex) $f(2x+1) \longleftrightarrow f(x)$

$\frac{x+1}{2}$: $x \Rightarrow -\frac{1}{2}$ 만큼 평행이동

+ 정의역 2배↑ (확대)

- **수열추론**

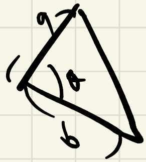
→ 전체적인 경향성을 보자 (Graph!)

- **적분 꼬리물기 문제** (적분구간 꼬리물기)

→ 구하는 것에서 출발할 것!

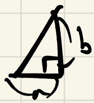
- 삼각형 넓이 (무조건 1) 2) 를 통해서 구할 생각은X).

1)



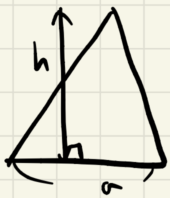
$S = \frac{1}{2}ab\sin\theta$

2)



$S = \frac{1}{2}ab$

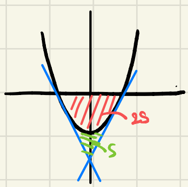
3)



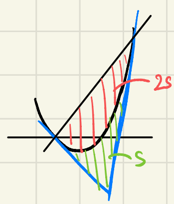
$S = \frac{1}{2}ah$ (가끔 있는데 잊지마)

- 다항함수 비율관계 I

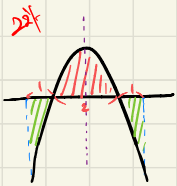
1)



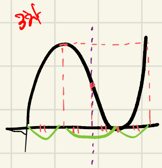
$\Rightarrow$

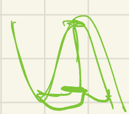


2)



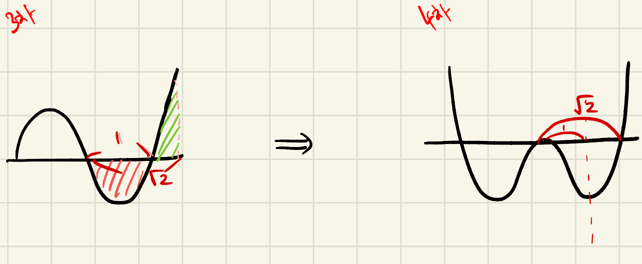
$\Rightarrow$





3)

4)



- **f와 g의 교점**

→ $y=x$ or 대칭

ex) 이해원 N제 수2
#9

- **f와 g의 미분가능**

→ $f' = \dfrac{1}{f'(g)}$ ⇒ 대칭성과 무관!!

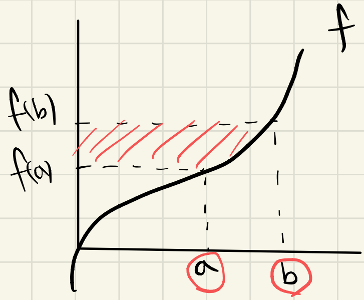
ex) 드릴 미적
#128

역함수관계

- **역함수 적분** $\int_{-}^{-} x \, \square = \int_{-}^{-} \triangle$

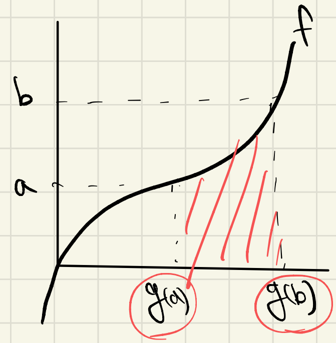
$$\int_a^b x f'(x)\,dx = bf(b) - af(a) - \int_a^b f(x)\,dx = \int_{f(a)}^{f(b)} g(x)\,dx$$

$t=f(x)$로 치환적분과 동일



$$\int_a^b x g'(x)\,dx = bg(b) - af(a) - \int_a^b f(x)\,dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(x)\,dx$$

$x=g(t)$로 치환적분



- 대칭성 일때, 편한 적분

$$\int_{a-k}^{a+k} \underbrace{(a,0)\text{ 점대칭} \times x=a\text{ 선대칭}}_{=\,(a,0)\text{ 점대칭!}} = 0$$

ex) $\int_0^{\pi} x\sin x = \int_0^{\pi} \cancel{(x-\frac{\pi}{2})\sin x\,dx}^{\,0} + \int_0^{\pi} \frac{\pi}{2}\sin x\,dx$

$= \int_0^{\pi} \frac{\pi}{2}\sin x\,dx$

- 도형문제 유의점

1) 각을 옮길 수 있는건 ① 닮음 ② 원주각

2) $\frac{\text{변}}{\text{사}} = 2\text{반}$

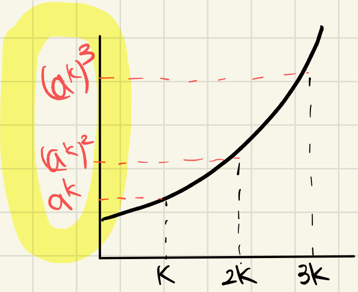
3) 두변 주어지면 $\Longrightarrow$ 끼인각 궁금해 할것

4) 사인값 $\longrightarrow$ 코사인값 부호주의

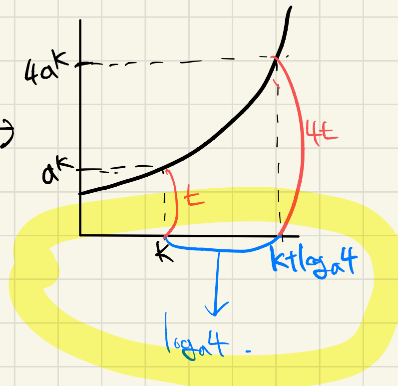
• 비율을 간격으로!

$\boxed{\text{지수}}$

$\underset{\text{더하기}}{x} = \underset{\text{곱하기}}{y}$

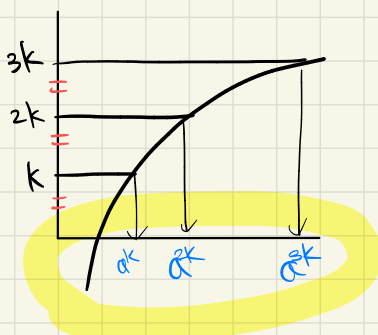


→



$\boxed{\text{로그}}$

$\underset{\text{곱하기}}{x} = \underset{\text{더하기}}{y}$



- 삼각 방정식

i) $\sin\alpha = \sin\beta$

① $\alpha+\beta = 2(n+1)\pi$

② $\alpha-\beta = 2n\pi$

ii) $\cos\alpha = \cos\beta$

① $\alpha-\beta = 2n\pi$

② $\alpha+\beta = 2n\pi$

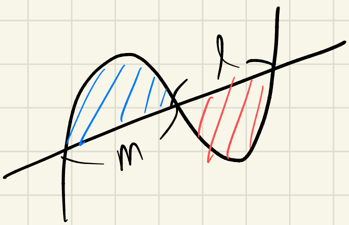
iii) $\tan\alpha = \tan\beta$

$\rightarrow$ $\alpha-\beta = n\pi$

- 삼차 방정식 대명제

→ "세 실근 합 항상 일정"

- 삼차함수 넓이



$$S = \frac{|a|}{12} \times m^3 (2m + l)$$

$$S = \frac{|a|}{12} \times l^3 (2l + m)$$

- 미가 따지기 전에 연속조건을 빠뜨리지 말자.