

2023학년도 대학수학능력시험대비

수학영역

킬러IT수다 모의고사

KIS수학연구소 지음

2023학년도 고3 킬러 IT 수다 3회 모의고사

수학 영역

성명		수험 번호												
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

‘뭘해?’라는 두 글자에 ‘정답을 알고 싶어’ 나의 속마음

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- 공통과목 1~8쪽
- 확률과 통계 9~12쪽
- 미적분 13~16쪽
- 기하 17~20쪽

제작 : KIS수학연구소
불법 공유 및 수정을 절대 금합니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.



100분
100점

수학 영역
(공 통)

5지선다형

1. $-\frac{\pi}{2} < \theta < 0^\circ$ 이고 $\cos \theta = \frac{7}{25}$ 일 때, $\sin(\pi + \theta)$ 의 값은? [2점]
- ① $-\frac{24}{25}$ ② $-\frac{7}{15}$ ③ $\frac{7}{15}$ ④ $\frac{7}{24}$ ⑤ $\frac{24}{25}$

2. $\lim_{x \rightarrow -1} (2x^2 + x + 3)$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $-2 \leq x \leq 1$ 에서 함수 $f(x) = a \times 3^{1-x} + b$ 의 최댓값이 24, 최솟값이 -2일 때, $f(0)$ 의 값은? (단, $a < 0$ 이고, a 와 b 는 상수이다.) [3점]
- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

4. 다항함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(1, 4)$ 에서의 접선의 기울기가 3일 때, 함수 $(2x^2 - 3)f(x)$ 의 $x = 1$ 에서의 미분계수는? [3점]
- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

27. 좌표 공간에 세 점 $A(0, 0, 3)$, $B(5, 4, 0)$, $C(0, 4, 0)$ 이 있다. 선분 AB 위의 한 점 P에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{PH}=3$ 을 만족하도록 하는 점 P의 좌표를 (a, b, c) 라 하자. $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{19}{5}$ ② $\frac{21}{5}$ ③ $\frac{23}{5}$ ④ 5 ⑤ $\frac{27}{5}$

28. 좌표평면에서 점 $A(3, 4)$ 를 지나는 직선 $l: x-3 = \frac{y-4}{-2}$

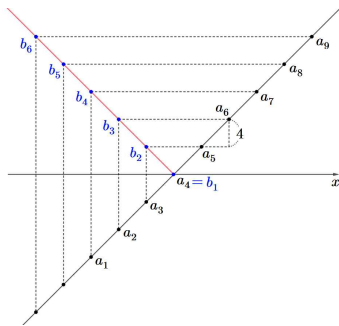
위의 두 점 B, C와 직선 $m: \frac{x-3}{-2} = y-4$ 위의 점 D가

$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} = 36$, $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ 을 만족시킬 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는? (단, 점 B의 x 좌표는 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

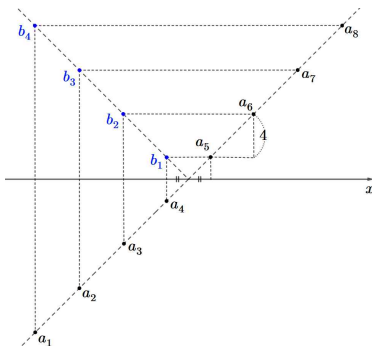
15 수학적 귀납법	정답	①
공차가 4인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족한다. (가) 모든 자연수 n에 대하여 a_n의 값은 다르다. (나) a_n의 값을 크기순으로 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$이라 할 때, $b_{n+2} - b_{n+1} = b_{n+1} - b_n$을 만족하지 않는 자연수 n은 8뿐이다. 이때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [4점] ① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34		

공차의 값은 4로 주어졌으므로 첫째항 a_1 을 조사해야한다.
 만약 a_1 이 양수이거나 0이라고 한다면, $|a_n| = a_n$ 이므로 $|a_n|$ 값이 크기순으로 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ 이라 할 때, 모든 값이 등차수열이 되므로 (나)조건에 위배된다. 따라서 $a_1 < 0$ 이다.
 $a_n = a_1 + (n-1)d = dn - d + a_1$ 이라 할 때, n 에 대한 1차식으로 대응하여 본다면 직선으로 관찰이 가능하다. 직선의 관점에서 위의 수열을 바라본다면 기울기가 4인 직선이 $a_n = 0$ 이 되는 자연수 n 이 존재하는 경우와 존재하지 않는 경우로 나눌 수 있다.
 [1] $a_n = 0$ 이 되는 자연수 n 이 존재하는 경우
 $a_4 = 0$ 인 경우를 하나의 예시로 들어 살펴보자.

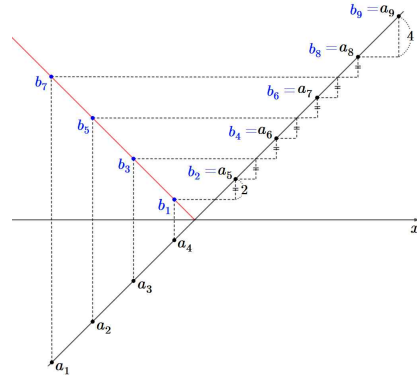


$b_1 = 0, b_2 = a_5, b_3 = a_6, b_4 = a_7, \dots$ 이므로 b_n 은 모든 자연수 n 에 대하여 등차수열이 된다. 따라서 이러한 경우라면 (나)조건에 위배 된다. 즉, $a_n = 0$ 이 되는 자연수 n 은 존재하지 않음을 알 수 있다.

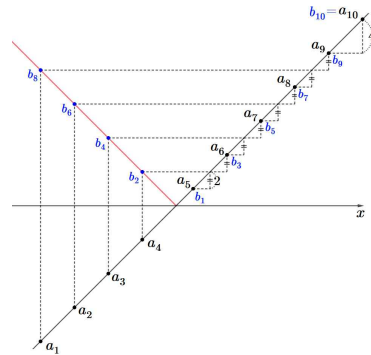
[2] $a_n = 0$ 이 되는 자연수 n 이 존재하지 않는 경우
 (1) 어떤 자연수 k 에 대하여 k 와 $k+1$ 의 중점을 직선이 지나간다면? 4와 5사이의 중점을 지나가는 직선을 예시로 살펴보자



$b_1 = -a_4 = a_5, b_2 = a_6, b_3 = a_7, b_4 = a_8, \dots$ 이므로 이후의 자연수 n 에 대해서도 계속 등차수열로 유지되어 나간다. 따라서 이 경우도 (나)조건에 위배 된다. 즉, 어떤 자연수 k 에 대하여 k 와 $k+1$ 의 중점을 직선이 지나가서 성립하는 경우는 없음을 알 수 있다.
 (2) 어떤 자연수 k 에 대하여 k 와 $k+1$ 의 중점보다 작은쪽을 지나간다면? 위의 경우와 같이 4와 5를 기준으로 살펴보자



이 경우라면 그림과 같이 b_1 에서부터 b_8 까지는 공차가 일정하게, 즉 2씩 커지게 만들어 줄 수 있고, 이후에는 다시 b_n 의 수열이 공차가 4가 되어 나감을 볼 수 있다. $b_{n+2} - b_{n+1} = b_{n+1} - b_n$ 을 만족시키지 않는 순간의 자연수가 8뿐이어야 하는데 $n=6$ 일 때를 먼저 살펴보면 $2b_7 = b_8 + b_6$ 로 성립함을 볼 수 있고, $n=7$ 일 때는 $2b_8 = b_9 + b_7$ 이 성립하지 않음을 볼 수 있다. 따라서 $b_{n+2} - b_{n+1} = b_{n+1} - b_n$ 를 만족하지 못하는 자연수가 $n=7$ 이므로 조건에 맞지 않는다.
 (그림에서 b_8 까지는 공차가 2로 유지되다가 b_9 항 이후부터는 공차가 4씩 커짐을 볼 수 있다)
 (3) 어떤 자연수 k 에 대하여 k 와 $k+1$ 의 중점보다 큰 쪽을 지나간다면? 위의 경우와 같이 4와 5를 기준으로 살펴보자



이 경우라면 그림과 같이 b_1 에서부터 b_9 까지는 공차가 일정하게, 즉 2씩 커지게 만들어 줄 수 있고, 이후에는 다시 b_n 의 수열이 공차가 4가 되어 나감을 볼 수 있다. $b_{n+2} - b_{n+1} = b_{n+1} - b_n$ 을 만족시키지 않는 순간의 자연수가 8뿐이어야 하므로 $n=7$ 일 때는 $2b_8 = b_9 + b_7$ 로 성립함을 볼 수 있고, $n=8$ 일 때는 $2b_9 = b_{10} + b_8$ 이 성립하지 않음을 볼 수 있다.
 (그림에서 b_9 까지는 공차가 2로 유지되다가 b_{10} 항 이후부터는 공차가 4씩 커짐을 볼 수 있다)
 $n=9$ 일 때는 $2b_{10} = b_{11} + b_9$ 가 다시 성립하게 되므로 이 경우가 맞는 경우임을 알 수 있다.
 그림 이 예시가 맞는 설명이 되었으므로 $a_n = 4(n-m)$ 이라 두자.
 그림을 통해 $2|a_4| = |a_5| + |a_6|$ 이고 $a_4 < 0, a_5 > 0, a_6 > 0$ 이므로
 $-2a_4 = a_5 + a_6, -2 \cdot 4(4-m) = 4(5-m) + 4(6-m), m = \frac{19}{4}$ 이므로
 4와 5의 중점인 $\frac{9}{2}$ 보다 크므로 $m = \frac{19}{4}$ 임을 확인할 수 있다.
 따라서 $a_n = 4(n - \frac{19}{4}), \sum_{n=1}^{10} 4(n - \frac{19}{4}) = 30$