

제목 그대로이고, 모든 문항들은 출처를
적어놨으니 학습에 참고해 주십시오

여러 단원의 개념이 섞인 경우, 제 생각에
핵심개념이 속한 단원에 문항을 배치했습니다.
(이상함을 느낀다면 아마 그쪽이 맞을겁니다.)

문항 시작 전 표지에 빠른 답이 있습니다.
정답 스포에 주의하세요

개고생했어요... 교사경은 제발
다른분이 해주세요....

삼각함수 (5문항)

- ⑤ ④ ① ③ ③

16. $0 \leq x < 4\pi$ 일 때, 방정식

$$4\sin^2 x - 4\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3 = 0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

- ① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

15. $-1 \leq t \leq 1$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\left(\sin\frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos\frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x | 0 \leq x < 4\}$ 에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $-1 \leq t < 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $\alpha(t) + \beta(t) = 5$ 이다.ㄴ. $\{t | \beta(t) - \alpha(t) = \beta(0) - \alpha(0)\} = \left\{t \mid 0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ ㄷ. $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ 인 두 실수 t_1, t_2 에 대하여

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{2} \text{ 이면 } t_1 \times t_2 = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 두 양수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a \sin b\pi x$ ($0 \leq x \leq \frac{3}{b}$)이

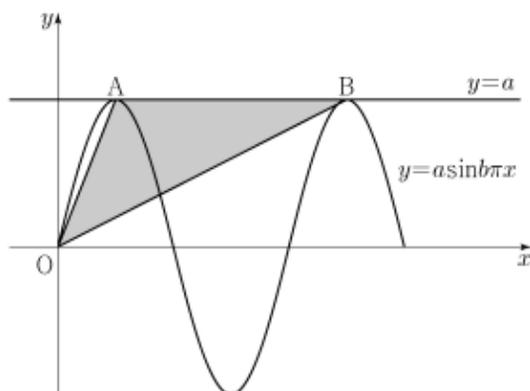
직선 $y = a$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.

삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와

직선 OB의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

(단, O는 원점이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



11. 양수 a 에 대하여 집합 $\left\{x \mid -\frac{a}{2} < x \leq a, x \neq \frac{a}{2}\right\}$ 에서

정의된 함수

$$f(x) = \tan \frac{\pi x}{a}$$

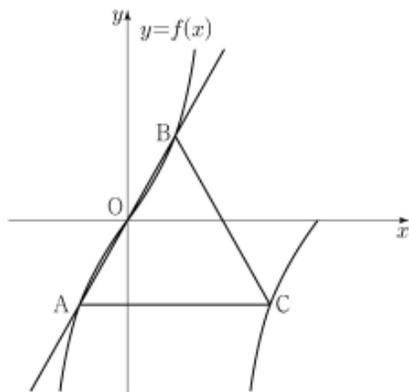
가 있다. 그림과 같이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의

세 점 O, A, B를 지나는 직선이 있다. 점 A를 지나고 x 축에

평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A가

아닌 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 정삼각형일 때,

삼각형 ABC의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{17\sqrt{3}}{12}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

9. 닫힌구간 $[0, 12]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{6}, \quad g(x) = -3 \cos \frac{\pi x}{6} - 1$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=k$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 α_1, α_2 라 할 때, $|\alpha_1 - \alpha_2| = 8$ 이다. 곡선 $y=g(x)$ 와 직선 $y=k$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 β_1, β_2 라 할 때, $|\beta_1 - \beta_2|$ 의 값은? (단, k 는 $-1 < k < 1$ 인 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

삼각도형(7문항)

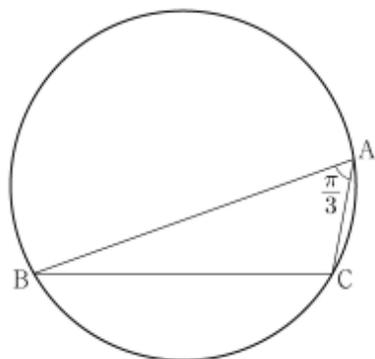
- ② ③ ② 26 ② ③ ⑤
- ① ② ③ ④ ⑤

21수능 가형 10

10. $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 이고 $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 1$ 인 삼각형 ABC가 있다.

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때,
선분 AC의 길이는? [3점]

- ① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $\sqrt{23}$ ⑤ $2\sqrt{6}$



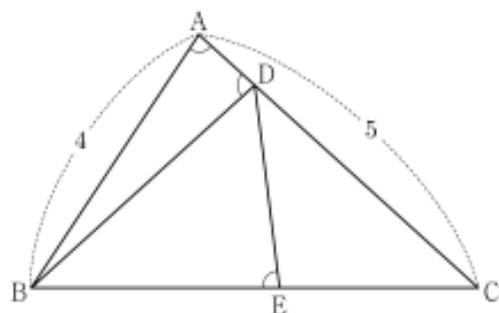
2206 12

12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$ 이고 $\cos(\angle BAC) = \frac{1}{8}$ 인

삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E에 대하여

$$\angle BAC = \angle BDA = \angle BED$$

일 때, 선분 DE의 길이는? [4점]



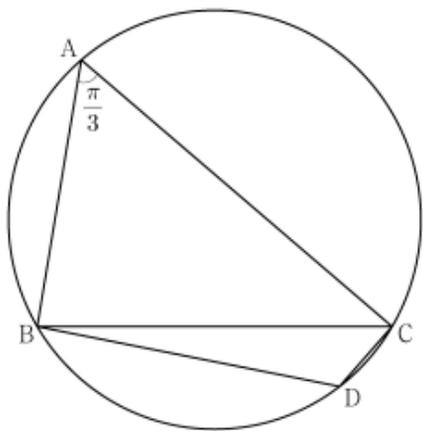
- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

12. 반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$ 인 원에 내접하고 $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D에

대하여 $\sin(\angle BCD) = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CD}$ 의 값은? [4점]

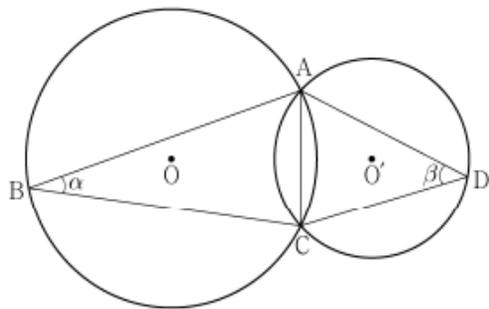
- ① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$



21. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O'이라 하고 $\angle ABC = \alpha$, $\angle ADC = \beta$ 라 할 때,

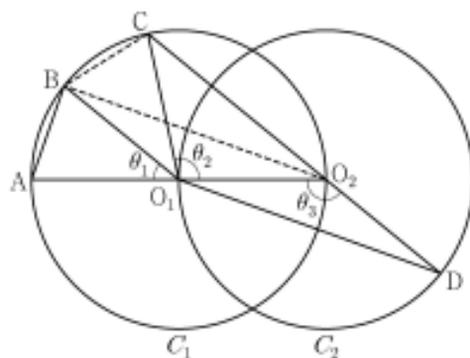
$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{3}{2}, \quad \cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}, \quad \overline{OO'} = 1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



22수능 15

15. 두 점 O_1, O_2 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{O_1O_2}$ 인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 그림과 같이 원 C_1 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 와 원 C_2 위의 점 D 가 주어졌고, 세 점 A, O_1, O_2 와 세 점 C, O_2, D 가 각각 한 직선 위에 있다. 이때 $\angle BO_1A = \theta_1, \angle O_2O_1C = \theta_2, \angle O_1O_2D = \theta_3$ 이라 하자.



다음은 $\overline{AB} : \overline{O_1D} = 1 : 2\sqrt{2}$ 이고 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 일 때, 선분 AB 와 선분 CD 의 길이의 비를 구하는 과정이다.

$\angle CO_2O_1 + \angle O_1O_2D = \pi$ 이므로 $\theta_3 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_2}{2}$ 이고

$\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 에서 $2\theta_1 + \theta_2 = \pi$ 이므로 $\angle CO_1B = \theta_1$ 이다.

이때 $\angle O_2O_1B = \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ 이므로 삼각형 O_1O_2B 와 삼각형 O_2O_1D 는 합동이다.

$\overline{AB} = k$ 라 할 때

$\overline{BO_2} = \overline{O_1D} = 2\sqrt{2}k$ 이므로 $\overline{AO_2} = \boxed{\text{(가)}}$ 이고,

$\angle BO_2A = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로 $\cos \frac{\theta_1}{2} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

삼각형 O_2BC 에서

$\overline{BC} = k, \overline{BO_2} = 2\sqrt{2}k, \angle CO_2B = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로

코사인법칙에 의하여 $\overline{O_2C} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

$\overline{CD} = \overline{O_2D} + \overline{O_2C} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2C}$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{CD} = k : \left(\frac{\boxed{\text{(가)}}}{2} + \boxed{\text{(다)}} \right)$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4점]

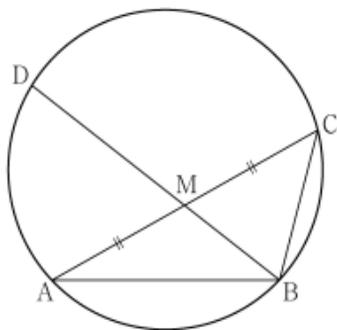
- ① $\frac{169}{27}$ ② $\frac{56}{9}$ ③ $\frac{167}{27}$ ④ $\frac{166}{27}$ ⑤ $\frac{55}{9}$

2306 10

10. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{AC} > 3$ 이고

$\cos(\angle BAC) = \frac{7}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M,

삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는? [4점]



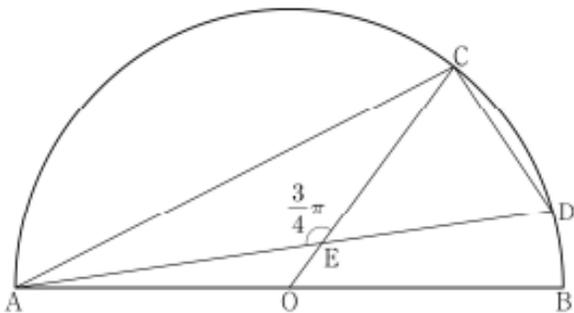
- ① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$
 ④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\sqrt{10}$

2309 13

13. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{CE} = 4, \quad \overline{ED} = 3\sqrt{2}, \quad \angle CEA = \frac{3}{4}\pi$$

이다. $\overline{AC} \times \overline{CD}$ 의 값은? [4점]



- ① $6\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $16\sqrt{2}$
 ④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

지수로그 함수(15문항)

- ⑤ ④ ① ③ 13 ② 24 192 ① ④ ②
① 426 ② 220

2106 가형 18

18. 두 곡선 $y=2^x$ 과 $y=-2x^2+2$ 가 만나는 두 점을 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 하자. $x_1 < x_2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

$$\neg. x_2 > \frac{1}{2}$$

$$\neg. y_2 - y_1 < x_2 - x_1$$

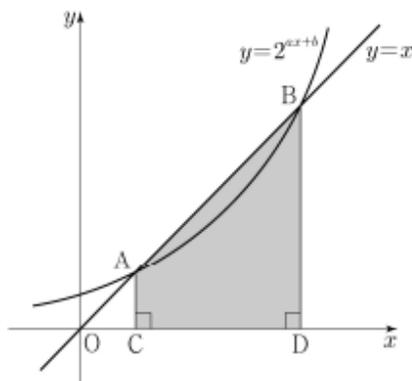
$$\neg. \frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$$

- ① \neg ② \neg, \neg ③ \neg, \neg
 ④ \neg, \neg ⑤ \neg, \neg, \neg

2109 나형 15

15. 곡선 $y=2^{ax+b}$ 과 직선 $y=x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB}=6\sqrt{2}$ 이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$



2109 나형 17

13. $\frac{1}{4} < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y=1$ 이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-1$ 이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

- ㄱ. 선분 AB를 1:4로 외분하는 점의 좌표는 $(0, 1)$ 이다.
 ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a = \frac{1}{2}$ 이다.
 ㄷ. $\overline{AB} < \overline{CD}$ 이면 $\frac{1}{2} < a < 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21수능 가형 13

27. $\log_4 2n^2 - \frac{1}{2} \log_2 \sqrt{n}$ 의 값이 40 이하의 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오. [4점]

21수능 가형 27

27. $\log_4 2n^2 - \frac{1}{2} \log_2 \sqrt{n}$ 의 값이 40 이하의 자연수가 되도록

하는 자연수 n 의 개수를 구하시오. [4점]

2206 10

10. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 두 곡선

$$y = \log_n x, \quad y = -\log_n(x+3)+1$$

이 만나는 점의 x 좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

2206 21

21. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

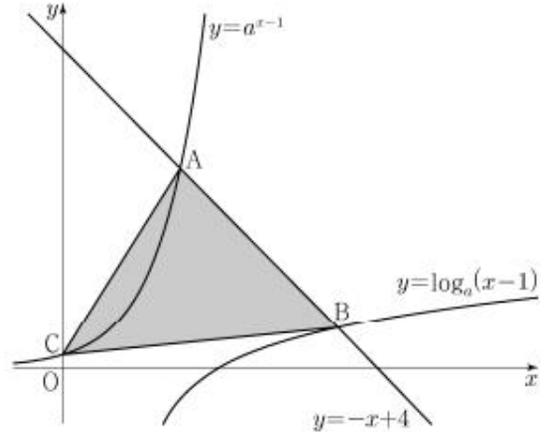
- (가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

2209 21

21. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = -x + 4$ 가 두 곡선

$$y = a^{x-1}, \quad y = \log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y = a^{x-1}$ 이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S 이다. $50 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]



22예비 10

10. $\frac{1}{2} < \log a < \frac{11}{2}$ 인 양수 a 에 대하여 $\frac{1}{3} + \log \sqrt{a}$ 의 값이

자연수가 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① 10^{10} ② 10^{11} ③ 10^{12} ④ 10^{13} ⑤ 10^{14}

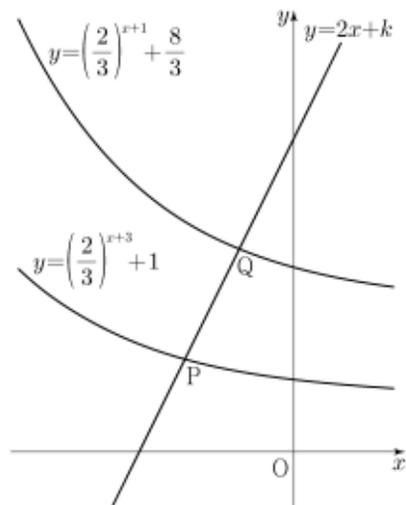
22수능 09

9. 직선 $y=2x+k$ 가 두 함수

$$y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3} + 1, \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} + \frac{8}{3}$$

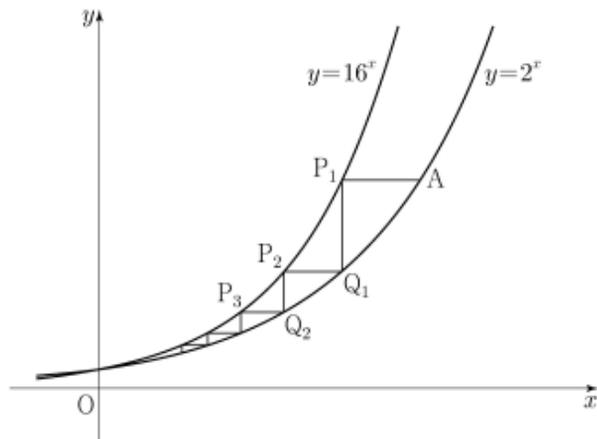
의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{PQ} = \sqrt{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$



13. 두 상수 $a, b (1 < a < b)$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(a, \log_2 a), (b, \log_2 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편과 두 점 $(a, \log_4 a), (b, \log_4 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편이 같다. 함수 $f(x) = a^{bx} + b^{ax}$ 에 대하여 $f(1) = 40$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]
- ① 760 ② 800 ③ 840 ④ 880 ⑤ 920

13. 두 곡선 $y = 16^x, y = 2^x$ 과 한 점 $A(64, 2^{64})$ 이 있다. 점 A 를 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y = 16^x$ 과 만나는 점을 P_1 이라 하고, 점 P_1 을 지나며 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y = 2^x$ 과 만나는 점을 Q_1 이라 하자. 점 Q_1 을 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y = 16^x$ 과 만나는 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 를 지나며 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y = 2^x$ 과 만나는 점을 Q_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 두 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하고 점 Q_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $x_n < \frac{1}{k}$ 을 만족시키는 n 의 최솟값이 6이 되도록 하는 자연수 k 의 개수는? [4점]
- ① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60



2306 21

21. 자연수 n 에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$ 의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

2309 11

11. 함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

$\sqrt{3}^{f(n)}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9 이다.

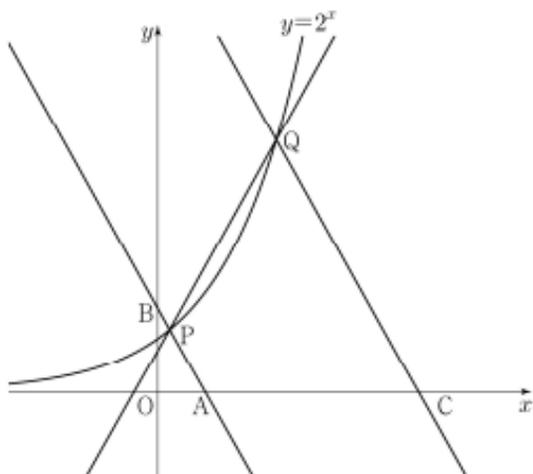
- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

21. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 위에 두 점 $P(a, 2^a)$, $Q(b, 2^b)$ 이

있다. 직선 PQ의 기울기를 m 이라 할 때, 점 P를 지나며
기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각
A, B라 하고, 점 Q를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이
 x 축과 만나는 점을 C라 하자.

$$\overline{AB} = 4\overline{PB}, \quad \overline{CQ} = 3\overline{AB}$$

일 때, $90 \times (a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < a < b$) [4점]



수열(21문항)

- ④ ④ 7 ③ 58 ⑤ 9 ② ⑤ ② 160
⑤ ② ① ⑤ ③ ③ ② ③

2106 가형 15

15. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = (2^{2n} - 1) \times 2^{n(n-1)} + (n-1) \times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1) \times 2^{-n} \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때, (좌변)=3, (우변)=3이므로
(*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m a_k = 2^{m(m+1)} - (m+1) \times 2^{-m}$$

이다. $n=m+1$ 일 때,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} a_k &= 2^{m(m+1)} - (m+1) \times 2^{-m} \\ &\quad + (2^{2m+2} - 1) \times \boxed{(가)} + m \times 2^{-m-1} \\ &= \boxed{(가)} \times \boxed{(나)} - \frac{m+2}{2} \times 2^{-m} \\ &= 2^{(m+1)(m+2)} - (m+2) \times 2^{-(m+1)} \end{aligned}$$

이다. 따라서 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1) \times 2^{-n}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때,

$\frac{g(7)}{f(3)}$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

2106 가형 21

21. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \log_2 \sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$$

이다. $\sum_{k=1}^m a_k$ 의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 m 의 값의 합은? [4점]

- ① 150 ② 154 ③ 158 ④ 162 ⑤ 166

2106 가형 26

26. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_k = -16$, $S_{k+2} = -12$ 를 만족시키는 자연수 k 에 대하여 a_{2k} 의 값을 구하시오. [4점]

2106 나형 14

14. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\begin{cases} a_{3n-1} = 2a_n + 1 \\ a_{3n} = -a_n + 2 \\ a_{3n+1} = a_n + 1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{11} + a_{12} + a_{13}$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2106 나형 28

28. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{4k-3}{a_k} = 2n^2 + 7n$$

을 만족시킨다. $a_5 \times a_7 \times a_9 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

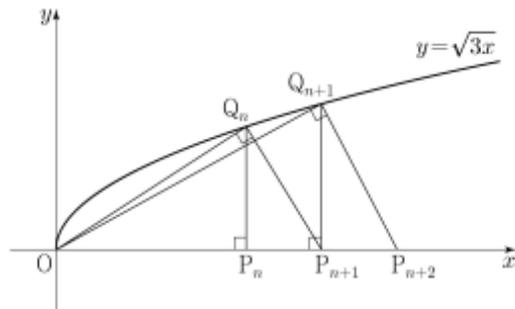
2109 가형 16

16. 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는

x 축 위의 점 P_n 과 곡선 $y = \sqrt{3x}$ 위의 점 Q_n 이 있다.

- 선분 OP_n 과 선분 P_nQ_n 이 서로 수직이다.
- 선분 OQ_n 과 선분 Q_nP_{n+1} 이 서로 수직이다.

다음은 점 P_1 의 좌표가 $(1, 0)$ 일 때, 삼각형 $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이 A_n 을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)



모든 자연수 n 에 대하여 점 P_n 의 좌표를 $(a_n, 0)$ 이라 하자.

$\overline{OP_{n+1}} = \overline{OP_n} + \overline{P_nP_{n+1}}$ 이므로

$$a_{n+1} = a_n + \overline{P_nP_{n+1}}$$

이다. 삼각형 OP_nQ_n 과 삼각형 $Q_nP_nP_{n+1}$ 이 닮음이므로

$$\overline{OP_n} : \overline{P_nQ_n} = \overline{P_nQ_n} : \overline{P_nP_{n+1}}$$

이고, 점 Q_n 의 좌표는 $(a_n, \sqrt{3a_n})$ 이므로

$$\overline{P_nP_{n+1}} = \boxed{(가)}$$

이다. 따라서 삼각형 $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이 A_n 은

$$A_n = \frac{1}{2} \times \boxed{(나)} \times \sqrt{9n-6}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p+f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

2109 가형 27

27. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
모든 자연수 n 에 대하여

$$S_{n+3} - S_n = 13 \times 3^{n-1}$$

일 때, a_4 의 값을 구하시오. [4점]

2109 나형 21

21. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} 2a_n + a_{n+1} & (a_n \leq a_{n+1}) \\ a_n + a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3 = 2$, $a_6 = 19$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의
값의 합은? [4점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

21수능 가형 16

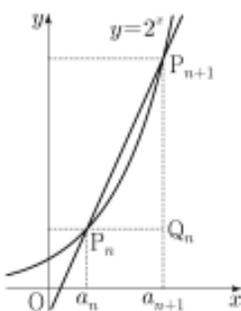
16. 상수 $k(k > 1)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여 $a_n < a_{n+1}$ 이고

곡선 $y = 2^x$ 위의 두 점 $P_n(a_n, 2^{a_n}), P_{n+1}(a_{n+1}, 2^{a_{n+1}})$ 을
지나는 직선의 기울기는 $k \times 2^{a_n}$ 이다.

점 P_n 을 지나고 x 축에 평행한 직선과
점 P_{n+1} 을 지나고 y 축에 평행한
직선이 만나는 점을 Q_n 이라 하고
삼각형 $P_n Q_n P_{n+1}$ 의 넓이를 A_n 이라
하자.

다음은 $a_1 = 1, \frac{A_3}{A_1} = 16$ 일 때, A_n 을
구하는 과정이다.



두 점 P_n, P_{n+1} 을 지나는 직선의 기울기가 $k \times 2^{a_n}$ 이므로

$$2^{a_{n+1}-a_n} = k(a_{n+1} - a_n) + 1$$

이다. 즉, 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} - a_n$ 은
방정식 $2^x = kx + 1$ 의 해이다.

$k > 1$ 이므로 방정식 $2^x = kx + 1$ 은 오직 하나의 양의 실근
 d 를 갖는다. 따라서 모든 자연수 n 에 대하여
 $a_{n+1} - a_n = d$ 이고, 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 d 인 등차수열이다.
점 Q_n 의 좌표가 $(a_{n+1}, 2^{a_n})$ 이므로

$$A_n = \frac{1}{2}(a_{n+1} - a_n)(2^{a_{n+1}} - 2^{a_n})$$

이다. $\frac{A_3}{A_1} = 16$ 이므로 d 의 값은 $(가)$ 이고,

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = (나)$$

이다. 따라서 모든 자연수 n 에 대하여 $A_n = (다)$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각

$f(n), g(n)$ 이라 할 때, $p + \frac{g(4)}{f(2)}$ 의 값은? [4점]

- ① 118 ② 121 ③ 124 ④ 127 ⑤ 130

21수능 가형 21

21. 수열 $\{a_n\}$ 은 $0 < a_1 < 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여
다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$

(나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_8 - a_{15} = 63$ 일 때, $\frac{a_8}{a_1}$ 의 값은? [4점]

- ① 91 ② 92 ③ 93 ④ 94 ⑤ 95

25. 첫째항이 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 a_k = 55$ 일 때,

$\sum_{k=1}^5 k(a_k - 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{a_n} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 8a_n & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이고 $a_{12} = \frac{1}{2}$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

13. 첫째항이 -45 이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d 의 값의 합은? [4점]

(가) $|a_m| = |a_{m+3}|$ 인 자연수 m 이 존재한다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k > -100$ 이다.

- ① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $|a_1| \leq 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \leq a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \leq 1\right) \end{cases}$$

- 을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$ 이고 $\sum_{k=1}^5 a_k > 0$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

22예비 13

13. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{S_k}{k!} = \frac{1}{(n+1)!}$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k}$ 을 구하는 과정이다.

$n=1$ 일 때, $a_1 = S_1 = \frac{1}{2}$ 이므로 $\frac{1}{a_1} = 2$ 이다.

$n=2$ 일 때, $a_2 = S_2 - S_1 = -\frac{7}{6}$ 이므로 $\sum_{k=1}^2 \frac{1}{a_k} = \frac{8}{7}$ 이다.

$n \geq 3$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{S_n}{n!} = \sum_{k=1}^n \frac{S_k}{k!} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{S_k}{k!} = -\frac{\boxed{\text{(가)}}}{(n+1)!}$$

즉, $S_n = -\frac{\boxed{\text{(가)}}}{n+1}$ 이므로

$$a_n = S_n - S_{n-1} = -\left(\boxed{\text{(나)}}\right)$$

이다. 한편 $\sum_{k=3}^n k(k+1) = -8 + \sum_{k=1}^n k(k+1)$ 이므로

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k} &= \frac{8}{7} - \sum_{k=3}^n k(k+1) \\ &= \frac{64}{7} - \frac{n(n+1)}{2} - \sum_{k=1}^n \boxed{\text{(다)}} \\ &= -\frac{1}{3}n^3 - n^2 - \frac{2}{3}n + \frac{64}{7} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$ 라 할 때, $f(5) \times g(3) \times h(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

22예비 15

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때,

$M - m$ 의 값은? [4점]

(가) $a_5 = 5$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

22예비 20

20. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_5 = 0, \quad \sum_{k=1}^6 (|a_k| + a_k) = 30$$

일 때, a_0 의 값을 구하시오. [4점]

22수능 21

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|a_1| = 2$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $|a_{n+1}| = 2|a_n|$ 이다.

(다) $\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ 의 값을 구하시오. [4점]

2306 12

12. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

$$(가) a_5 \times a_7 < 0$$

$$(나) \sum_{k=1}^6 |a_{k+6}| = 6 + \sum_{k=1}^6 |a_{2k}|$$

- ① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$

2306 15

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \frac{1}{k+1} & (a_n \leq 0) \\ a_n - \frac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_{22} = 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 k 에 대하여 $a_{4k} = r^k$ 이다.

(단, r 는 $0 < |r| < 1$ 인 상수이다.)

(나) $a_1 < 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (|a_n| < 5) \\ -\frac{1}{2}a_n & (|a_n| \geq 5) \end{cases}$$

이다.

$|a_m| \geq 5$ 를 만족시키는 100 이하의 자연수 m 의 개수를 p 라 할 때, $p + a_1$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

함수의 극한과 연속 (10문항)

- ③ 6 ⑤ 21 108 ③ 9 19 ② 58

21수능 가형 18

18. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-2)x^{2n+1} + 2x}{3x^{2n} + 1}$$

라 하자. $(f \circ f)(1) = \frac{5}{4}$ 가 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은?

[4점]

- ① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{15}{2}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

21수능 나형 26

26. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -3x + a & (x \leq 1) \\ \frac{x+b}{\sqrt{x+3}-2} & (x > 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 구간 $(0, 1]$ 에서

$$f(x) = \begin{cases} 3 & (0 < x < 1) \\ 1 & (x = 1) \end{cases}$$

이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x)$ 를 만족시킨다.

$\sum_{k=1}^{20} \frac{k \times f(\sqrt{k})}{3}$ 의 값은? [4점]

- ① 150 ② 160 ③ 170 ④ 180 ⑤ 190

20. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 10x$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x) + |f(x) + x| = 6x + k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = f(x-3) \times \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|f(x+h)| - |f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나) 방정식 $g(x)=0$ 은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 를 갖고 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 7$ 이다.

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 - \{f(x)\}^2 - x^2 f(x) + x^2 = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때,

$f\left(-\frac{4}{3}\right) + f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

22. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 이 닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow a+} g(t) + \lim_{t \rightarrow a-} g(t) \leq 2$ 이다.

(나) $g(f(1))=g(f(4))=2$, $g(f(0))=1$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 두 양수 $a, b (b > 3)$ 과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)f(x) & (x < 0) \\ (x+a)f(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$$

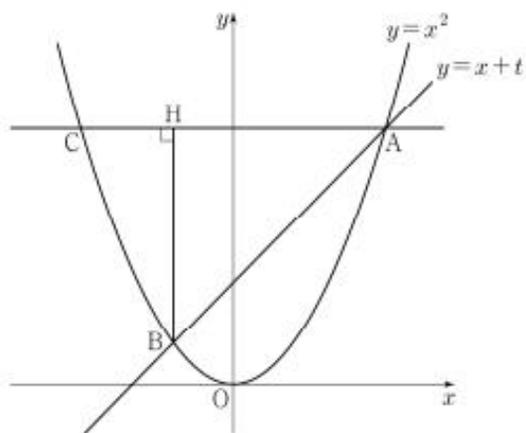
이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2}$ 의 값이 존재하지 않는

실수 t 의 값은 -3 과 6 뿐이다.

12. 실수 $t(t > 0)$ 에 대하여 직선 $y = x + t$ 와 곡선 $y = x^2$ 이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = x^2$ 과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자.
- $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{AH} - \overline{CH}}{t}$ 의 값은? (단, 점 A의 x 좌표는 양수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



22. 최고차항의 계수가 1이고 $x = 3$ 에서 극댓값 8을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq t) \\ -f(x) + 2f(t) & (x < t) \end{cases}$$

- 라 할 때, 방정식 $g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $h(t)$ 가 $t = a$ 에서 불연속인 a 의 값이 두 개일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

다항함수의 미분 (15문항)

- ③ 38 105 8 72 ① 39 ③ 61 ② ②
14 ⑤ ③ ⑤

2106 나형 19

19. 방정식 $2x^3 + 6x^2 + a = 0$ 이 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

2106 나형 30

30. 이차함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$ 는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 0) \\ g(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3) + h'(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 방정식 $h(x) = h(0)$ 의 모든 실근의 합은 1이다.
 (나) 닫힌구간 $[-2, 3]$ 에서 함수 $h(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 $3 + 4\sqrt{3}$ 이다.

2109 나형 30

30. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(1) = f(3) = 0$$

(나) 집합 $\{x \mid x \geq 1 \text{ 이고 } f'(x) = 0\}$ 의 원소의 개수는 1이다.

상수 a 에 대하여 함수 $g(x) = |f(x)f(a-x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\frac{g(4a)}{f(0) \times f(4a)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21수능 가형 23

23. 함수 $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 6}{x - 1}$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

21수능 가형 28

28. 두 상수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (x-a)(x-b)^2$$

이라 하자. 함수 $g(x) = x^3 + x + 1$ 의 역함수 $g^{-1}(x)$ 에 대하여
함성함수 $h(x) = (f \circ g^{-1})(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,
 $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $(x-1)|h(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) $h'(3) = 2$

21수능 나형 17

17. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + g(x)}{x} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 3}{xg(x)} = 2$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여 $h'(0)$ 의 값은?
[4점]

- ① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

30. 함수 $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$ 는 일차함수이다. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} |f(x) - g(x)| & (x < 1) \\ f(x) + g(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0) = 0$, $h(2) = 5$ 일 때, $h(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

14. 두 양수 p , q 와 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 12$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $xg(x) = |xf(x-p) + qx|$ 이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 실수 a 의 개수는 1이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

22. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 (나) 방정식 $f(x - f(x)) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1) = 4$, $f'(1) = 1$, $f'(0) > 1$ 일 때, $f(0) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

9. 원점을 지나고 곡선 $y = -x^3 - x^2 + x$ 에 접하는 모든 직선의 기울기의 합은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

22예비 11

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $f(x)=9$ 는 서로 다른 세 실근을 갖고,
이 세 실근은 크기 순서대로 등비수열을 이룬다.

$f(0)=1$, $f'(2)=-2$ 일 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

22예비 22

22. 함수

$$f(x) = x^3 - 3px^2 + q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p, q 의 모든 순서쌍 (p, q) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $|f(x)|$ 가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a 의 개수는 5이다.
(나) 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값과 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값은 같다.

10. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이 일치할 때, $f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -18 ② -17 ③ -16 ④ -15 ⑤ -14

9. 두 함수

$$f(x) = x^3 - x + 6, \quad g(x) = x^2 + a$$

가 있다. $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$f(x) \geq g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a 의 최댓값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} -\int_0^x f(t) dt & (x < 0) \\ \int_0^x f(t) dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(0) = 0$

ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $2 < f(1) < 4$ 일 때, 방정식 $f(x) = x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

다항함수의 적분 (22문항)

- (4) (1) (2) (3) 5 (3) (4) 36 (2) 8 (3) (4)
(5) (2) (4) (3) 110 (5) 13 (5) 80

2106 나형 15

15. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t + 5$$

이다. 시간 $t=3$ 에서 점 P의 위치가 11일 때, 시간 $t=0$ 에서 점 P의 위치는? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

2106 나형 17

17. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = 4x^3 + x \int_0^1 f(t) dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2109 나형 18

18. 최고차항의 계수가 a 인 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$|f'(x)| \leq 4x^2 + 5$$

를 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 대칭축이 직선 $x=1$ 일 때, 실수 a 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

2109 나형 20

20. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \geq g(x)$

(나) $f(x) + g(x) = x^2 + 3x$

(다) $f(x)g(x) = (x^2 + 1)(3x - 1)$

$\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{23}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{29}{6}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

2109 나형 28

28. 함수 $f(x) = -x^2 - 4x + a$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

가 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하십시오. [4점]

21수능 나형 14

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 2t - 6$$

이다. 점 P가 시각 $t=3$ 에서 $t=k(k > 3)$ 까지 움직인 거리가 25일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

21수능 나형 20

20. 실수 $a(a > 1)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

21수능 나형 27

27. 곡선 $y = x^2 - 7x + 10$ 과 직선 $y = -x + 10$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

11. 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = 0, \quad f(1) = 1, \quad \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^2 g(x) dx$ 의 값은? [4점]

$$(가) \quad g(x) = \begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1 < x < 0) \\ f(x) & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2) = g(x)$ 이다.

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

20. 실수 a 와 함수 $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x + 3$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_a^x \{f(x) - f(t)\} \times \{f(t)\}^4 dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a 의 값의 합을 구하십시오. [4점]

2209 09

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t > 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t^3 + 12t^2$$

이다. 시간 $t = k$ 에서 점 P의 가속도가 12일 때, 시간 $t = 3k$ 에서 $t = 4k$ 까지 점 P가 움직인 거리는? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

2209 11

11. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = 2x^3 + ax^2 + 3a + \int_1^x f(t) dt$$

를 만족시킨다. $f(1) = \int_0^1 f(t) dt$ 일 때, $a + f(3)$ 의 값은?

(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0) = f'(2) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양수 p 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - f(0) & (x \leq 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $p = 1$ 일 때, $g'(1) = 0$ 이다.

ㄴ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p 의 개수는 1이다.

ㄷ. $p \geq 2$ 일 때, $\int_{-1}^1 g(x) dx \geq 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. $0 < a < b$ 인 모든 실수 a, b 에 대하여

$$\int_a^b (x^3 - 3x + k) dx > 0$$

이 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

22예비 14

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 가속도가

$$a(t) = 3t^2 - 12t + 9 \quad (t \geq 0)$$

이고, 시각 $t=0$ 에서의 속도가 k 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 구간 $(3, \infty)$ 에서 점 P의 속도는 증가한다.
- ㄴ. $k = -4$ 이면 구간 $(0, \infty)$ 에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.
- ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 시각 $t=5$ 까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k 의 최솟값은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22수능 14

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 $x(t)$ 가 두 상수 a, b 에 대하여

$$x(t) = t(t-1)(at+b) \quad (a \neq 0)$$

이다. 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 가 $\int_0^1 |v(t)| dt = 2$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $\int_0^1 v(t) dt = 0$
- ㄴ. $|x(t_1)| > 1$ 인 t_1 이 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.
- ㄷ. $0 \leq t \leq 1$ 인 모든 t 에 대하여 $|x(t)| < 1$ 이면 $x(t_2) = 0$ 인 t_2 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 $f(x) = x$ 이다.

(나) 어떤 상수 a, b 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 $f(x+1) - xf(x) = ax + b$ 이다.

$60 \times \int_1^2 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

11. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2 - t, \quad v_2(t) = 3t$$

이다. 출발한 시각부터 점 P가 원점으로 돌아올 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

20. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x) = \int_x^{x+1} |f(t)| dt$ 는 $x=1$ 과 $x=4$ 에서 극소이다.

$f(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

10. 수직선 위의 점 A(6)과 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 이 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 점 P의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = 3t^2 + at \quad (a > 0)$$

이라 하자. 시각 $t=2$ 에서 점 P와 점 A 사이의 거리가 10일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$, $f(1)=0$ 인

삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(t)$ 를

$$g(t) = \int_t^{t+1} f(x) dx - \int_0^1 |f(x)| dx$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(0)=0$ 이면 $g(-1) < 0$ 이다.

ㄴ. $g(-1) > 0$ 이면 $f(k)=0$ 을 만족시키는 $k < -1$ 인
실수 k 가 존재한다.

ㄷ. $g(-1) > 1$ 이면 $g(0) < -1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 상수 $k(k < 0)$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = x^3 + x^2 - x, \quad g(x) = 4|x| + k$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때,

두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 하자.

$30 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]