

최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = f(x-3) \times \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|f(x+h)| - |f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점] 108

- (가) 함수  $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.  
 (나) 방정식  $g(x) = 0$ 은 서로 다른 네 실근  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 를 갖고  
 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 7$ 이다.

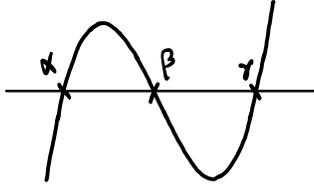
Sol.)

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|f(x+h)| - |f(x-h)|}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\{|f(x+h)| - |f(x)|\} + \{|f(x)| - |f(x-h)|\}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|f(x+h)| - |f(x)|}{h} + \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|f(x)| - |f(x-h)|}{h} \\ &= \text{우미계} + \text{좌미계} \\ &= \begin{cases} 2f'(x) & (f(x) > 0) \\ 0 & (f(x) = 0) \\ -2f'(x) & (f(x) < 0) \end{cases} = h(x) \end{aligned}$$

가)  $\rightarrow f(x-3)$  : 연속

$\rightarrow$  불연속 의심  $\rightarrow h(x)$   
 $\rightarrow$  (연속 X 인 점)  $\times 0 =$  연속  
 $\rightarrow$  불연속 지점  $\times f(x-3) = 0$

i)  $f(x) = 0$  : 서로 다른 세 실근



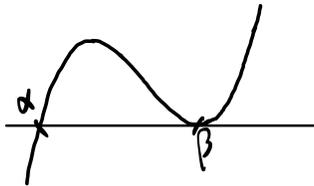
→  $h(x)$  :  $x = \alpha, \beta, \gamma$  에서 불연속

$f(x-3)$  →  $x = \alpha$  대입

→  $f(\alpha-3) \neq 0$  ( $\because f(x-3)$  의 실근 :  $x = \alpha+3$   
 $\beta+3$   
 $\gamma+3$ )

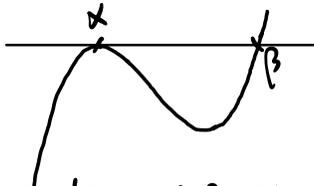
→ 오답

ii)  $f(x) = 0$  : 서로 다른 두 실근



→  $h(x)$  :  $x = \alpha$  에서 불연속

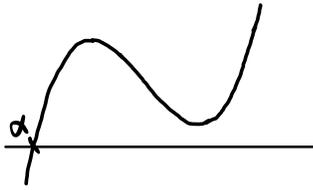
$f(\alpha-3) \neq 0$



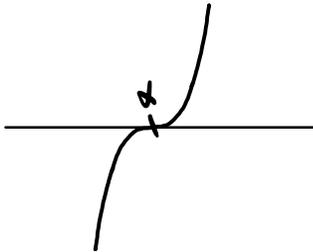
→  $h(x)$  :  $x = \beta$  에서 불연속

$f(\alpha-3) = f(\beta)$  이면 만족

(ii)  $f(x) = 0$  : 한 실근

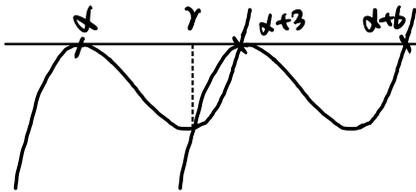


→  $h(x)$ :  $x=a$  에서 불연속  
 $f(a-3) \neq 0$



→  $h(x)$ : 실근  $x > a$   
 $f(x-3)$ : 실근  $x = a+3$   
 → 조건 나) 모순

$$\therefore f(x) = (x-a)^2(x-a-3)$$



: 실근  $x = a, \gamma, a+3, a+b$  가짐.

실근  $x = a, \gamma$  는  $-2f'(x) = 0$  의 실근

$$f'(x) = 2(x-a)(x-a-3) + (x-a)^2$$

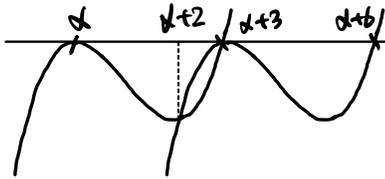
$$f'(\gamma) = (\gamma-a)(3\gamma-3a-6) = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \gamma &= \alpha + 2 \\ \alpha + \alpha + 2 + \alpha + 3 + \alpha + 6 &= 7 \\ \therefore \alpha &= -1 \\ \therefore f(x) &= (x+1)^2(x-2) \\ \therefore f(5) &= 108 \end{aligned}$$

Sol.) 현장풀이

$f(x)=0$  : 3실근  $\rightarrow$   $\int$  불연속

$f(x)=0$  : 1실근  $\rightarrow$  나) 모순 또는  $\int$  불연속



( $\therefore$  비유관계)

⋮