28

2021학년도 수능(나형) 30번

함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$는 일차함수이다. 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} |f(x)-g(x)| & (x<1) \\ f(x)+g(x) & (x\geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0)=0$, $h(2)=5$일 때, $h(4)$의 값을 구하시오. [4점] 39

$h(0)=0 \longrightarrow f(0)=g(0)$

$|f(x)-g(x)|$: $x=0$ 에서 미.가.

: $f(x)-g(x)=x^2(x-k)$

$\longrightarrow k=0 \longrightarrow f(x)-g(x)=x^3 \longrightarrow$ 실수 전체 집합에서 미.가.
$k\geq 1 \longrightarrow$ 실수 전체 집합에서 미.가.

i) $f(1)-g(1)\geq 0$

$\lim_{x\to 1-} h(x)=\lim_{x\to 1+} h(x)$

$f(1)-g(1)=f(1)+g(1)$
$g(1)=0$

$\lim_{x\to 1-} h'(x)=\lim_{x\to 1+} h'(x)$

$f'(1)-g'(1)=f'(1)+g'(1)$
$g'(1)=0$

$\longrightarrow g(x)$는 일차함수 $\longrightarrow$ 모순

ii) $f(1)-g(1)<0$

$\lim_{x\to 1-} h(x)=\lim_{x\to 1+} h(x)$

$g(1)-f(1)=f(1)+g(1)$
$f(1)=0$

28

2021학년도 수능(나형) 30번

$$\lim_{x\to1-} h'(x) = \lim_{x\to1+} h'(x)$$

$$g'(1)-f'(1) = f'(1)+g'(1)$$
$$f'(1)=0$$

$$\longrightarrow f(x)=(x-1)^2(x-a)$$
$$\longrightarrow k\geq1$$

$$f(x)-g(x)=x^2(x-k)$$
$$f'(x)-g'(x)=3x^2-2kx$$

$$f(1)-g(1)=1-k$$
$$\longrightarrow g(1)=k-1 \quad (\because f(1)=0)$$

$$f'(1)-g'(1)=3-2k$$
$$\longrightarrow g'(1)=2k-3 \quad (\because f'(1)=0)$$

$$\therefore g(x)=(2k-3)(x-1)+k-1$$

$$h(2)=f(2)+g(2)$$
$$=\{f(2)-g(2)\}+2g(2)$$
$$=8-4k+6k-8$$
$$=2k=5$$

$$\therefore k=\frac{5}{2}$$

$$\therefore h(4)=f(4)+g(4)$$
$$=\{f(4)-g(4)\}+2g(4)$$
$$=64-16k+14k-20$$
$$=-2k+44$$
$$=39$$

28

2021학년도 수능(나형) 30번

※ 참고 : 절댓값 함수의 미분가능성

$|f(x)|$

- $f(x)$ 미·가· — $f(a)=0$, $f'(a)\neq 0$: $x=a$ 미·불· $(x-a)$ 인수 1개
  — $f(a)=0$, $f'(a)=0$: $x=a$ 미·가·

- $f(x)$ 미·불· — $|f(x)|$ — $f(a)=0$ — 교점(x축 접점 X) : 미·불·
  — $f(x)$ 첨점, 불연속 : 직접 확인