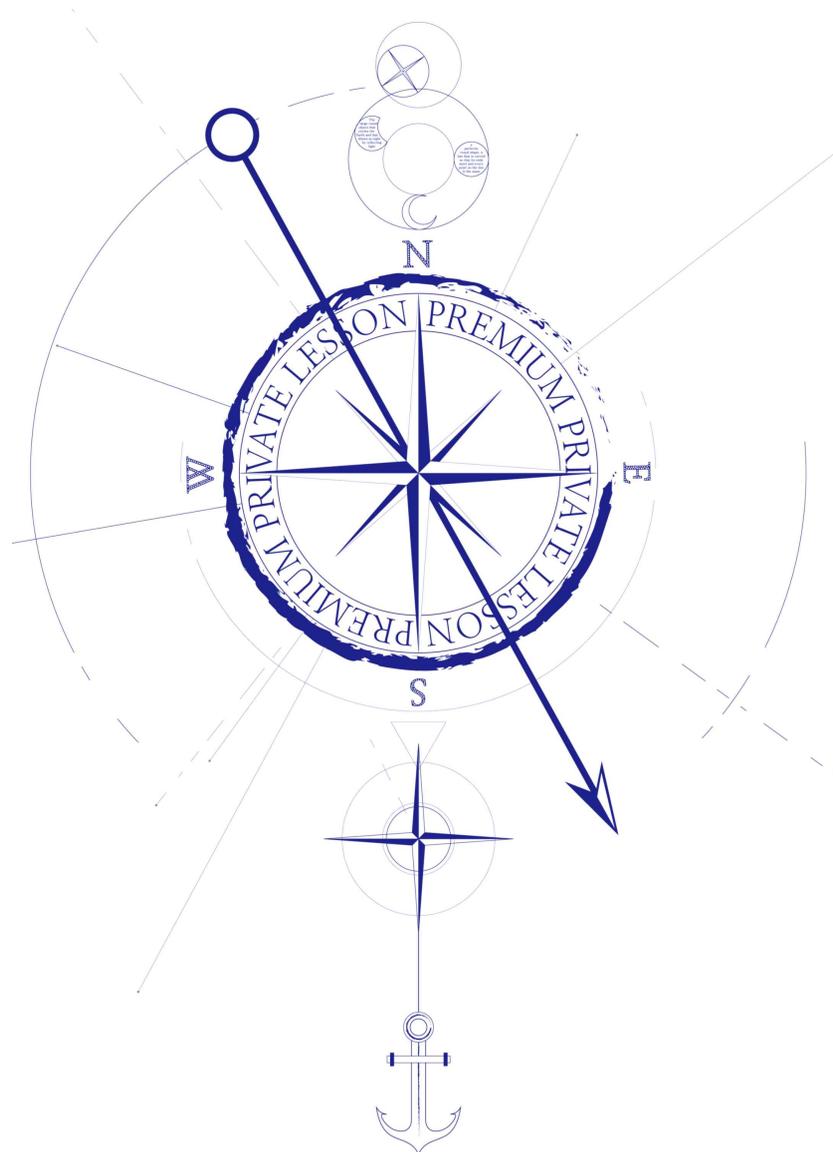


PPL 수학연구소

2023학년도 9월 평가원 모의고사 수학영역
공통 수학 I, II

[유사 문항 문제지]



PPL 수학연구소

2023학년도 9월 평가원 모의고사 수학영역
유사 문항 문제지

제작 2022.09.18

총괄 박종원 서울 구로 상아탑학원

INSTAGRAM @ppl_math @ppl_premium

E-Mail durwar222@naver.com

01 2023학년도 9월 평가원 1번

$\left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 1 ④ 4 ⑤ 16

출제의도

지수법칙을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가?

답 : ④

2022학년도 6월 평가원 1번

$2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

2023학년도 9월 내일 모의고사 16번

$\log_{\sqrt{2}-1}(3-2\sqrt{2}) + \log_{\sqrt{3}}9$ 의 값을 구하시오. [3점]

6

02 2023학년도 9월 평가원 2번

함수 $f(x) = 2x^2 + 5$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

출제의도

미분계수를 구할 수 있는가?

답 : ①

2023학년도 6월 평가원 2번

함수 $f(x) = x^2 + 9$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

2023학년도 9월 내일 모의고사 2번

함수 $f(x) = x^3 + 2x^2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

03 2023학년도 9월 평가원 3번

$\sin(\pi - \theta) = \frac{5}{13}$ 이고 $\cos \theta < 0$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{12}{13}$ ② $-\frac{5}{12}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{12}{13}$

출제의도

삼각함수 사이의 관계를 이용하여 탄젠트 함수의 값을 구할 수 있는가?

답 : ②

2023학년도 6월 평가원 3번

$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos^2 \theta = \frac{4}{9}$ 일 때, $\sin^2 \theta + \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{9}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{9}$ ④ $-\frac{1}{9}$ ⑤ 0

2023학년도 9월 내일 모의고사 6번

$\frac{13\pi}{12} < \theta < \frac{19\pi}{12}$ 인 θ 에 대하여

$$\frac{\cos\left(\theta + \frac{11}{12}\pi\right)}{1 + \sin\left(\theta + \frac{5}{12}\pi\right)} - \frac{\sin\left(\theta - \frac{7}{12}\pi\right)}{1 + \cos\left(\frac{13}{12}\pi - \theta\right)} = 4$$

일 때, $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{12}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 0 ④ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ -1

04 2023학년도 9월 평가원 4번

함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x + a & (x \leq a) \\ ax - 6 & (x > a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

출제의도

함수가 연속이 되도록 하는 모든 상수의 값의 합을 구할 수 있는가?

답 : ①

2023학년도 6월 평가원 6번

두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x + a & (x < -1) \\ x & (-1 \leq x < 3) \\ bx - 2 & (x \geq 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

2022학년도 9월 평가원 4번

함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x \leq -1) \\ x^2 - 5x - a & (x > -1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2022학년도 수능 12번

난이도 UP↑

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 - \{f(x)\}^2 - x^2 f(x) + x^2 = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 1 이고 최솟값이 0 일 때,

$f\left(-\frac{4}{3}\right) + f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

05 2023학년도 9월 평가원 5번

등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2a_5, a_8 + a_{12} = -6$$

일 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

출제의도

등차수열의 항의 값을 구할 수 있는가?

답 : ③

2022학년도 수능 3번 (등차수열)

등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 6, a_4 + a_6 = 36$$

일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

2023학년도 9월 내일 모의고사 3번 (등비수열)

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 3, a_4 + a_5 = 6a_3$$

일 때, $a_2 + a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

2023학년도 9월 내일 모의고사 13번 (등차수열)

난이도 UP↑

공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 정수 d 의 개수는? [4점]

(가) $S_{m+3} = S_m$ 인 자연수 m 이 존재한다.

(나) $|a_1| + |a_2| = 45$

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

06 2023학년도 9월 평가원 6번

함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ 의 극댓값이 9일 때, 함수 $f(x)$ 의 극솟값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

출제의도

도함수를 활용하여 다항함수의 극댓값과 극솟값을 구할 수 있는가?

답 : ⑤

2022학년도 9월 평가원 5번

함수 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ 의 극댓값과 극솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

2023학년도 9월 내일 모의고사 5번

함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ 의 극솟값이 5일 때, 상수 k 의 값은?

[3점]

- ① 9 ② 7 ③ 5 ④ 3 ⑤ 1

2009학년도 6월 평가원 23번

난이도 UP↑

모든 계수가 정수인 삼차함수 $y = f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다.

(나) $f(1) = 5$

(다) $1 < f'(1) < 7$

함수 $y = f(x)$ 의 극댓값은 m 이다. m^2 의 값을 구하시오. [3점]

07 2023학년도 9월 평가원 7번

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$S_n = \frac{1}{n(n+1)}$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (S_k - a_k)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

출제의도

여러 가지 수열의 합을 구할 수 있는가?

답 : ⑤

2013학년도 6월 평가원 가형 11번

첫째항이 2이고, 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터

제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $\sum_{k=1}^{10} \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \frac{1}{3}$ 일 때, S_{11} 의

값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2023학년도 9월 내일 모의고사 18번

두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$a_1 = 2, b_1 = 7$ 이고 $\sum_{k=1}^6 (2a_k + 3b_k) = 23, \sum_{k=2}^6 (3a_k - 2b_k) = 10$ 을

만족시킬 때, $\sum_{k=2}^6 (a_k + 2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

12

08 2023학년도 9월 평가원 8번

곡선 $y = x^3 - 4x + 5$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이 곡선

$y = x^4 + 3x + a$ 에 접할 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

출제의도

두 곡선에 동시에 접하는 접선의 방정식을 구할 수 있는가?

답 : ①

2022학년도 수능 10번

삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의

접선과 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이 일치할 때,

$f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -18 ② -17 ③ -16 ④ -15 ⑤ -14

2023학년도 9월 내일 모의고사 20번

난이도 UP↑

함수 $f(x) = x^3 - 4x^2$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점

$(t, f(t))$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 $g(t)$, y 축과

만나는 점의 y 좌표를 $h(t)$ 라고 하자. $h(t) \geq g(t)$ 를 만족하는 양수

t 의 최솟값과 최댓값의 합을 k 라 할 때, $3k$ 의 값을 구하시오.

(단, $f'(t) \neq 0$) [4점]

8

09 2023학년도 9월 평가원 9번

닫힌구간 $[0, 12]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{6}, \quad g(x) = -3\cos \frac{\pi x}{6} - 1$$

이 있다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 α_1, α_2 라 할 때, $|\alpha_1 - \alpha_2| = 8$ 이다. 곡선 $y = g(x)$ 와 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 β_1, β_2 라 할 때, $|\beta_1 - \beta_2|$ 의 값은? (단, k 는 $-1 < k < 1$ 인 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

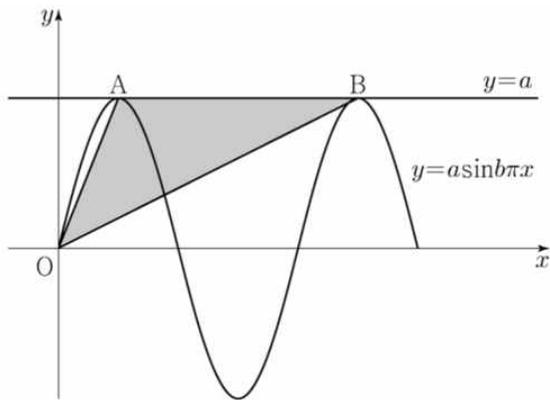
출제의도

삼각함수의 그래프를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?

답 : ③

2022학년도 9월 평가원 10번

두 양수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a \sin b\pi x$ ($0 \leq x \leq \frac{3}{b}$) 이 직선 $y = a$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B 라 하자. 삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2023학년도 9월 내일 모의고사 10번

$\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 4$ 를 만족시키는 θ 에 대하여 이차방정식

$x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 $2\sin^2 \theta, 2\cos^2 \theta$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

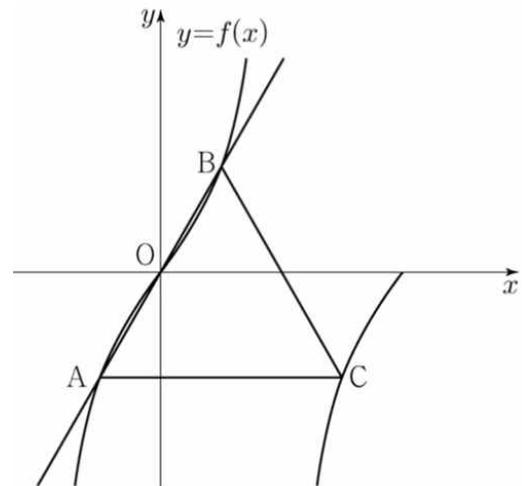
2022학년도 수능 11번

난이도 UP↑

양수 a 에 대하여 $\left\{ x \mid -\frac{a}{2} < x \leq a, x \neq \frac{a}{2} \right\}$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \tan \frac{\pi x}{a}$$

가 있다. 그림과 같이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 세 점 O, A, B를 지나는 직선이 있다. 점 A를 지나고 x 축 위에 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{17\sqrt{3}}{12}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

10 2023학년도 9월 평가원 10번

수직선 위의 점 A(6)과 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 이 수직선
위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 점 P의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = 3t^2 + at \quad (a > 0)$$

이라 하자. 시각 $t=2$ 에서 점 P와 점 A 사이의 거리가 10일 때, 상수
 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

출제의도

정적분을 이용하여 두 점 사이의 거리를 구할 수 있는가?

답 : ④

2023학년도 9월 내일 모의고사 9번

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = |4t^3 - 6t^2 + 2t|$$

이다. 시각 $t=k$ 에서 점 P의 가속도가 26일 때, 시각 $t=0$ 에서
 $t=k$ 까지 점 P가 움직인 거리는? (단, k 는 실수이다.) [4점]

- ① $\frac{31}{8}$ ② 4 ③ $\frac{33}{8}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{35}{8}$

11 2023학년도 9월 평가원 11번

함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수
 n 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

$\sqrt{3^{f(n)}}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9 이다.

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

출제의도

실수인 거듭제곱근을 이해하고 조건을 만족시키는 $f(n)$ 의 값을 지수법칙을
이용하여 구할 수 있는가?

답 : ②

2022학년도 7월 교육청 19번

$n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $2n^2 - 9n$ 의 n 제곱근 중에서 실수인
것의 개수는 $f(n)$ 이라 할 때, $f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$ 의 값을
구하시오. [3점]

4

2020학년도 4월 교육청 14번

2이상의 자연수 n 에 대하여 $(n-5)$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의

개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{k=2}^{10} f(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

2021학년도 6월 평가원 가형 12번

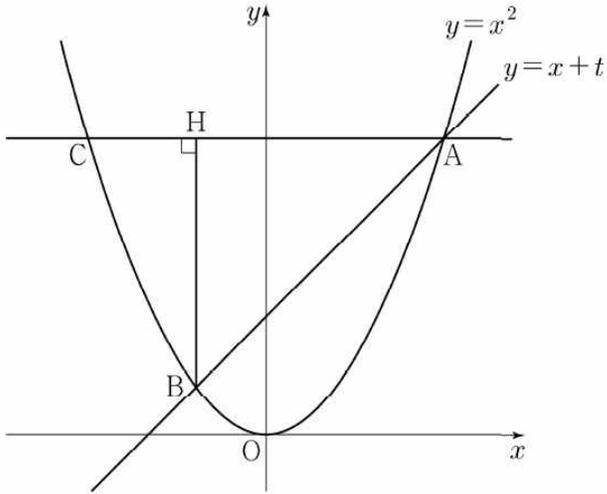
자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때, $-n^2 + 9n - 18$ 의 n 제곱근 중에서
음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

12 2023학년도 9월 평가원 12번

실수 $t (t > 0)$ 에 대하여 직선 $y = x + t$ 와 곡선 $y = x^2$ 이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = x^2$ 과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{AH} - \overline{CH}}{t}$ 의 값은? (단, 점 A의 x 좌표는 양수이다.) [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

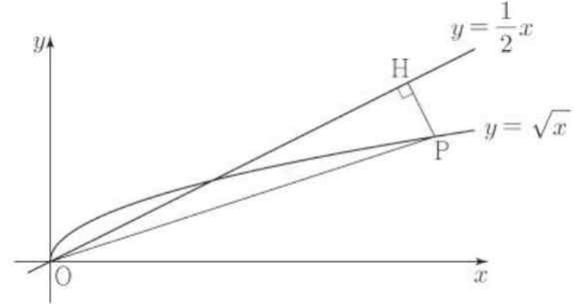
출제의도

이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 주어진 선분의 길이를 t 에 대한 식으로 나타낸 후, 함수의 극한에 대한 기본 성질을 이용하여 극한값을 구할 수 있는가?

답 : ②

2020학년도 7월 교육청 나형 13번

곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 $P(t, \sqrt{t}) (t > 4)$ 에서 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

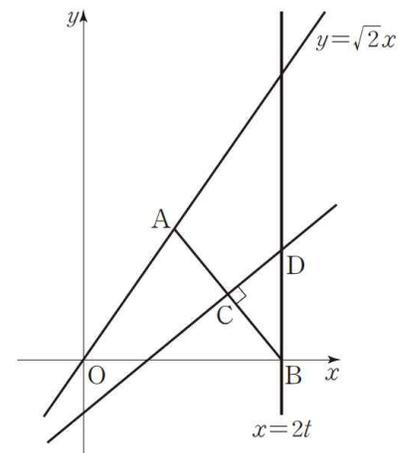


$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{OH}^2}{\overline{OP}^2}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{11}{15}$
 ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{13}{15}$

2018학년도 고2 9월 교육청 나형 29번

직선 $y = \sqrt{2}x$ 위의 점 $A(t, \sqrt{2}t) (t > 0)$ 과 x 축 위의 점 $B(2t, 0)$ 이 있다. 선분 AB의 중점을 C라 하고, 점 C를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 $x = 2t$ 와 만나는 점을 D라 하자.



선분 CD의 길이를 $f(t)$ 라 할 때 $\lim_{t \rightarrow 4} \frac{t^2 - 16}{f(t) - \sqrt{6}} = k$ 이다. $3k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

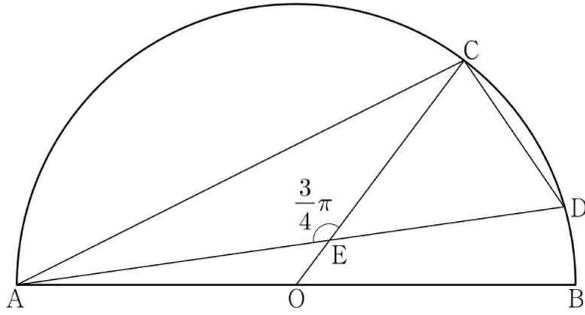
512

13 2023학년도 9월 평가원 13번

그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{CE} = 4, \overline{ED} = 3\sqrt{2}, \angle CEA = \frac{3}{4}\pi$$

이다. $\overline{AC} \times \overline{CD}$ 의 값은? [4점]



- ① $6\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $16\sqrt{2}$
- ④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $12\sqrt{2}$

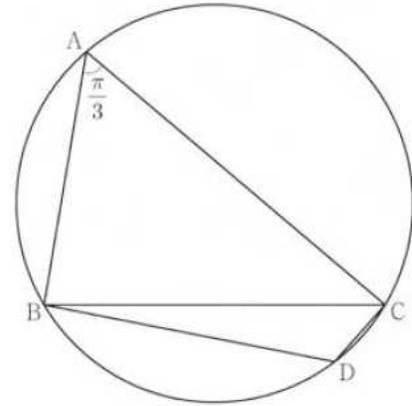
출제의도

사인법칙과 코사인법칙을 이용하여 두 선분의 길이의 곱을 구할 수 있는가?

답 : ⑤

2022학년도 9월 평가원 12번

반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$ 인 원에 내접하고 $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\sin(\angle BCD) = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CD}$ 의 값은? [4점]

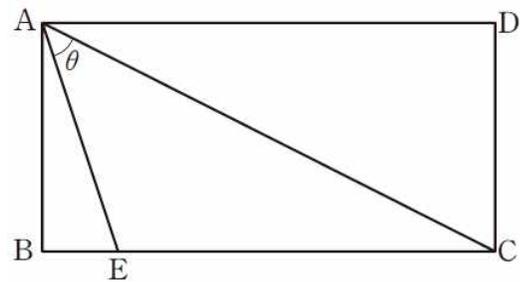


- ① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$

2019학년도 고2 9월 교육청 나형 29번

그림과 같이 $\overline{AB} = 3, \overline{BC} = 6$ 인 직사각형 ABCD에서 선분 BC를 1:5로 내분하는 점을 E라 하자. $\angle EAC = \theta$ 라 할 때, $50\sin\theta \cos\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]

25



14 2023학년도 9월 평가원 14번

최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$, $f(1)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(t)$ 를

$$g(t) = \int_t^{t+1} f(x)dx - \int_0^1 |f(x)|dx$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. $g(0)=0$ 이면 $g(-1)<0$ 이다.
- ㄴ. $g(-1)>0$ 이면 $f(k)=0$ 을 만족시키는 $k<-1$ 인 실수 k 가 존재한다.
- ㄷ. $g(-1)>1$ 이면 $g(0)<-1$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

출제의도

함수의 그래프를 이해하고 명제의 참, 거짓을 판단할 수 있는가?

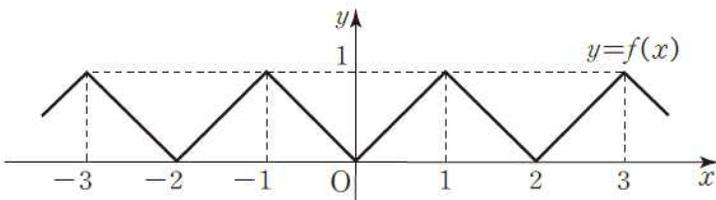
답 : ⑤

2014학년도 10월 교육청 A형 19번

모든 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x+2)=f(x)$
- (나) $f(x)=|x|$ ($-1 \leq x < 1$)

함수 $g(x)=\int_{-2}^x f(t)dt$ 라 할 때, 실수 a 에 대하여 $g(a+4)-g(a)$ 의 값은? [4점]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

2011학년도 4월 교육청 30번

난이도 UP↑

x 에 대한 방정식 $\int_0^x |t-1|dt = x$ 의 양수인 실근이 $m+n\sqrt{2}$ 일 때, m^3+n^3 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 유리수이다.) [4점] 9

2022학년도 9월 평가원 14번

난이도 UP↑

최고차항의 계수가 1이고 $f'(0)=f'(2)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양수 p 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - f(0) & (x \leq 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- ㄱ. $p=1$ 일 때, $g'(1)=0$ 이다.
- ㄴ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p 의 개수는 1이다.
- ㄷ. $p \geq 2$ 일 때, $\int_{-1}^1 g(x)dx \geq 0$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15 2023학년도 9월 평가원 15번

수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 k 에 대하여 $a_{4k} = r^k$ 이다.
(단, r 는 $0 < |r| < 1$ 인 상수이다.)

(나) $a_1 < 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (|a_n| < 5) \\ -\frac{1}{2}a_n & (|a_n| \geq 5) \end{cases}$$

이다.

$|a_m| \geq 5$ 를 만족시키는 100 이하의 자연수 m 의 개수를 p 라 할 때, $p + a_1$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

출제의도

귀납적으로 정의된 수열의 첫째항과 조건을 만족시키는 항의 개수를 구할 수 있는가?

답 : ③

2023학년도 6월 평가원 15번

난이도 UP↑

자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \frac{1}{k+1} & (a_n \leq 0) \\ a_n - \frac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_{22} = 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

2022학년도 사관학교 15번

난이도 UP↑

다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_1 의 최솟값을 m 이라 하자.

(가) 수열 $\{a_n\}$ 의 모든 항은 정수이다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n} = a_3 \times a_n + 1, \quad a_{2n+1} = 2a_n - a_2$$

이다.

$a_1 = m$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_9 의 값은? [4점]

- ① -53 ② -51 ③ -49 ④ -47 ⑤ -45

다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4점]

(가) $a_5 = 5$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

2023학년도 9월 내일 모의고사 15번

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = 5$

(나) 모든 자연수 m 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n = 2m - 1) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n = 2m) \end{cases}$$

를 만족시킨다.

$\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

16 2023학년도 9월 평가원 16번

방정식 $\log_3(x-4) = \log_9(x+2)$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

출제의도

로그방정식의 해를 구할 수 있는가?

답 : 7

2019학년도 6월 고2 교육청 나형 7번

함수 $f(x) = \log_2(x+12) + 2$ 에 대하여 $f^{-1}(5)$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

2016학년도 9월 평가원 8번

로그방정식 $\log_2(4+x) + \log_2(4-x) = 3$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

2015학년도 9월 평가원 23번

로그방정식 $\log_8 x - \log_8(x-7) = \frac{1}{3}$ 의 해를 구하시오. [3점]

14

2014학년도 4월 교육청 22번

로그부등식 $\log_2(x-1) < 2\log_4(7-x)$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하시오. [3점] 17

2008학년도 7월 교육청 5번

로그함수 $f(x) = \log_a x$ 에 대하여 $f(m) = 2$, $f(n) = 3$ 일 때, $f^{-1}(7)$ 의 값을 m, n 으로 올바르게 나타낸 것은?
(단 f^{-1} 는 f 의 역함수) [3점]

- ① mn^2 ② m^2n ③ m^2n^2 ④ m^2n^3 ⑤ m^3n^2

17 2023학년도 9월 평가원 17번

함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 4x + 3$ 이고 $f(1) = 5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

출제의도

부정적분을 이용하여 함숫값을 구할 수 있는가?

답 : 16

2023학년도 9월 내일 모의고사 17번

다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 2x(3x+7)$ 이고, $f(0) = 15$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점] 59

2022학년도 수능 17번

함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 2x$ 이고 $f(0) = 2$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점] 4

2022학년도 9월 평가원 17번

함수 (x) 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 12x^2 + 7$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

8

2021학년도 6월 평가원 나형 23번

함수 (x) 가 $f'(x) = x^3 + x$, $f(0) = 3$ 을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

9

2015학년도 수능 홀수 A형 26번

다항함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = 6x^2 + 4$ 이다. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지날 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

12

18 2023학년도 9월 평가원 18번

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 a_k = 10$ 일 때

$$\sum_{k=1}^5 ca_k = 65 + \sum_{k=1}^5 c$$

를 만족시키는 상수 c 의 값을 구하시오. [3점]

출제의도

합의 기호 \sum 의 성질을 이용하여 조건을 만족시키는 상수의 값을 구할 수 있는가?

답 : 13

2016학년도 6월 평가원 A형 8번

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{11} a_k = 4$, $\sum_{k=1}^{11} b_k = 24$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{11} (5a_k + b_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

2022학년도 수능 홀수 18번

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^7 \frac{a_k}{2} = 56, \quad \sum_{k=1}^{10} 2a_k - \sum_{k=1}^8 a_k = 100$$

일 때, a_8 의 값을 구하시오. [3점]

12

2017학년도 10월 교육청 25번

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \log_2(n^2 + n)$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15} a_{2k+1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

4

19 2023학년도 9월 평가원 19번

방정식 $3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + k = 0$ 이 서로 다른 4개의 실근을 갖도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하시오. [3점]

출제의도

사차방정식이 서로 다른 네 실근을 가질 조건을 구할 수 있는가?

답 : 4

2017학년도 경찰대학 15번

방정식 $|x^2 - 2x - 6| = |x - k| + 2$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 8 ② 16 ③ 24 ④ 32 ⑤ 40

2021학년도 경찰대학 19번

난이도 UP↑

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 는 $x = -1$ 에서 최솟값을 갖는다. 방정식

$$|f(x) - f(-3)| = k$$

가 서로 다른 네 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위는 $0 < k < m$ 이다. 실수 m 의 최댓값은? [4점]

- ① 8 ② 16 ③ 24 ④ 32 ⑤ 40

2023학년도 3월 교육청 14번

난이도 UP↑

두 함수

$$f(x) = x^3 - kx + 6, \quad g(x) = 2x^2 - 2$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- ㄱ. $k = 0$ 일 때, 방정식 $f(x) + g(x) = 0$ 은 오직 하나의 실근을 갖는다.
 ㄴ. 방정식 $f(x) - g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 k 의 값은 4뿐이다.
 ㄷ. 방정식 $|f(x)| = g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 5가 되도록 하는 실수 k 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2022학년도 9월 평가원 20번

난이도 UP↑

함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 10x$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x) + |f(x) + x| = 6x + k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

21

20 2023학년도 9월 평가원 20번

상수 k ($k < 0$)에 대하여 두 함수

$$f(x) = x^3 + x^2 - x, \quad g(x) = 4|x| + k$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때, 두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 하자. $30 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]

출제의도

주어진 조건을 만족시키는 함수를 구한 후 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는가?

답 : 80

2022학년도 4월 교육청 13번

두 양수 a, b ($a < b$)에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (x-a)(x-b)$$
라 하자.

$$\int_0^a f(x)dx = \frac{11}{6}, \quad \int_0^b f(x)dx = -\frac{8}{3}$$

일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

2022학년도 10월 교육청 20번

난이도 UP↑

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 $f(0) = 0$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(1-x) = -f(1+x)$ 를 만족시킨다. 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = -6x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값을 구하시오. [4점]

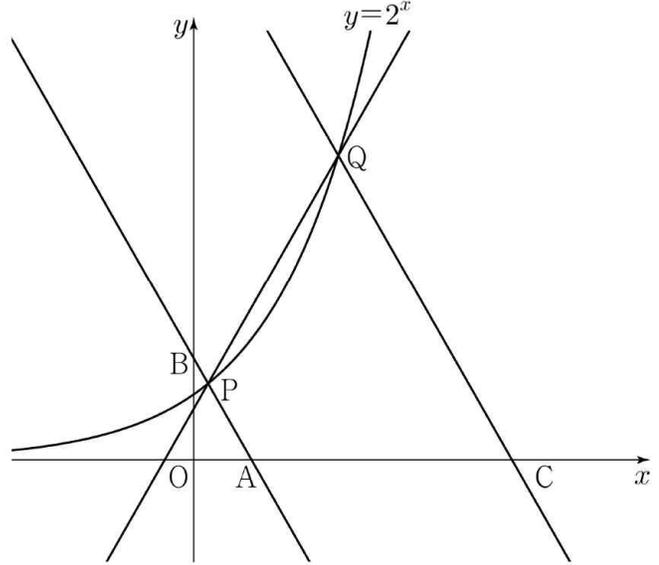
3

21 2023학년도 9월 평가원 21번

그림과 같이 곡선 $y = 2^x$ 위에 두 점 $P(a, 2^a), Q(b, 2^b)$ 이 있다. 직선 PQ 의 기울기를 m 이라 할 때, 점 P 를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 점 Q 를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축과 만나는 점을 C 라 하자.

$$\overline{AB} = 4\overline{PB}, \quad \overline{CQ} = 4\overline{AQ}$$

일 때, $90 \times (a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < a < b$) [4점]



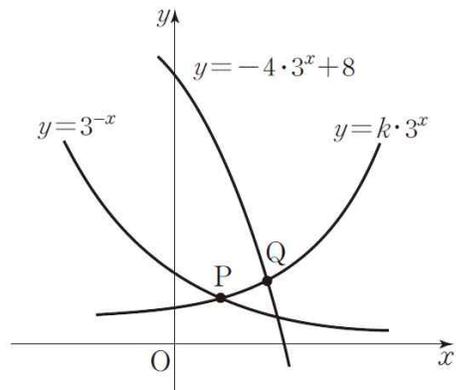
출제의도

지수함수의 그래프를 이용하여 조건을 만족시키는 점의 좌표를 구할 수 있는가?

답 : 220

2007학년도 수능 홀수 나형 25번

함수 $y = k \cdot 3^x$ ($0 < k < 1$)의 그래프가 두 함수 $y = 3^{-x}$, $y = -4 \cdot 3^x + 8$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 점 P 와 점 Q 의 x 좌표의 비가 1:2일 때, $35k$ 의 값을 구하시오. [4점]



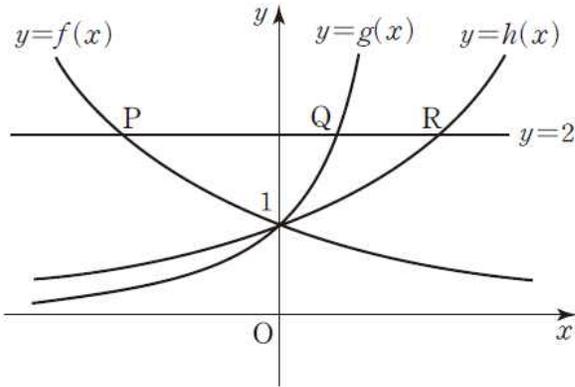
20

2014학년도 3월 교육청 A형 10번

세 지수함수

$$f(x) = a^{-x}, g(x) = b^x, h(x) = a^x \quad (1 < a < b)$$

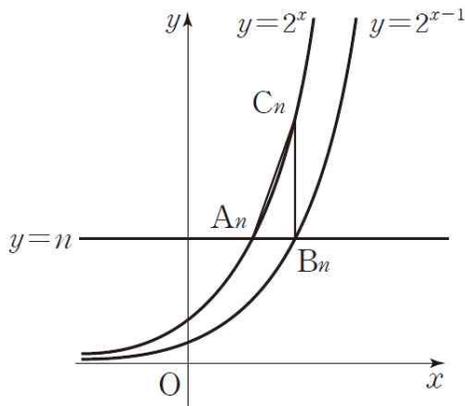
에 대하여 직선 $y = 2$ 가 세 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ 와 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하자. $\overline{PQ} : \overline{QR} = 2 : 1$ 이고 $h(2) = 2$ 일 때, $g(4)$ 의 값은? [3점]



- ① 16 ② $16\sqrt{2}$ ③ 32 ④ $32\sqrt{2}$ ⑤ 64

2013학년도 3월 교육청 A형 10번

자연수 n 에 대하여 직선 $y = n$ 이 두 곡선 $y = 2^x$, $y = 2^{x-1}$ 과 만나는 점을 각각 A_n , B_n 이라 하자. 또, 점 B_n 을 지나고 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y = 2^x$ 과 만나는 점을 C_n 이라 하자.



$n = 3$ 일 때, 직선 A_nC_n 의 기울기는? [3점]

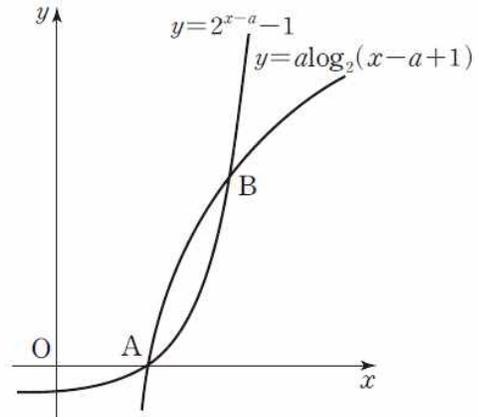
- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

2018학년도 4월 교육청 가형 14번

그림과 같이 $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 두 곡선

$y = a \log_2(x - a + 1)$ 과 $y = 2^{x-a} - 1$ 이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 점 A가 x 축 위에 있고 삼각형 OAB의 넓이가 $\frac{7}{2}a$ 일 때, 선분 AB의 중점은 $M(p, q)$ 이다. $p + q$ 의 값은?

(단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$

22 2023학년도 9월 평가원 22번

최고차항의 계수가 1 이고 $x = 3$ 에서 극댓값 8 을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq t) \\ -f(x) + 2f(t) & (x < t) \end{cases}$$

라 할 때, 방정식 $g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $h(t)$ 가 $t = a$ 에서 불연속인 a 의 값이 두 개일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

출제의도

삼차함수의 그래프와 함수의 연속성을 이용하여 함숫값을 구할 수 있는가?

답 : 58

2023학년도 9월 내일 모의고사 22번

최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 가 함수

$$g(x) = -\frac{x}{4}(x^2 + 9x + 24)$$

에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖고, 이 세 실근은 모두 정수이다.
- (나) 방정식 $f(x) \times f(g(x)) = 0$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수는 2 이고, 서로 다른 음의 실근의 개수는 5 이다.

156

2023학년도 6월 평가원 22번

난이도 UP↑

두 양수 $a, b (b > 3)$ 과 최고차항의 계수가 1 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)f(x) & (x < 0) \\ (x+a)f(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

19

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2}$ 의 값이 존재하지 않은 실수 t 의 값은 -3 과 6 뿐이다.