개념 03 부분집합의 원소의 합

- $A=\{1,2,3,\cdots,n\}$의 부분 집합에 속하는 모든 원소의 합

① 원소 1의 개수 : 2^{n-1}

② 원소 2의 개수 : 2^{n-1}

③ 원소 3의 개수 : 2^{n-1}

⋮

원소 n의 개수 : 2^{n-1}

$\therefore\ n(n+1)\cdot 2^{n-2}$

* 참고. $A=\{1,2,3,\cdots,n\}$의 부분집합 중 원소의 개수가 k개인 부분 집합에 속하는 모든 원소들의 합

: ${}_{n-1}C_{k-1}\times(1+2+\cdots+n)=\dfrac{n(n+1)}{2}\times{}_{n-1}C_{k-1}$

개념 04 나머지의 계산(mod)

- $1+2\equiv 0\ (\mathrm{mod}\ 3)$ ← 3으로 나누었을때,
(나머지가 1인수)+(나머지가 2인수)
= (3의 배수)

- $1\times 2\equiv 2\ (\mathrm{mod}\ 3)$ ← 3으로 나누었을때,
(나머지가 1인수)×(나머지가 2인수)
= (나머지가 2인수)

개념 05 배수집합과 약수집합

① A_n : n의 배수 집합일 때

1) $A_k \subset A_l$: k는 l의 배수

2) $A_k \cap A_l = A_n$: n은 k, l의 최소공배수

3) $(A_k \cup A_l) \subset A_n$: n은 k, l의 공약수

4) $A_n \subset (A_k \cap A_l)$: n은 k, l의 공배수

② A_n : n의 약수 집합일 때

1) $A_k \subset A_l$: k는 l의 약수

2) $A_k \cap A_l = A_n$: n은 k, l의 최대공약수

3) $(A_k \cup A_l) \subset A_n$: n은 k, l의 공배수

4) $A_n \subset (A_k \cup A_l)$: n은 k, l의 공약수

*tip. $1, 2, 3, 4, \cdots, n$에서 a의 배수의 개수 $(a<n)$: $\left[\frac{n}{a}\right]$개

01-1

전체집합 $U=\{x|x$는 23 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $n(A\cup B)=14$, $n(A\cap B)=1$
(나) 집합 A의 임의의 서로 다른 두 원소는 서로소이다.
(다) $n(A)\geq 2$, $n(A)\leq n(B)$

집합 X의 모든 원소의 합을 $S(X)$라 할 때, $S(A)-S(B)$의 최댓값은?

① 81 ② 83 ③ 85 ④ 87 ⑤ 89