2019학년도 백인의 서울대 인이 정리한 대학수능비밀장부

수학 영역

제 2 교시

(나 형)

성명		수험 번호					—				

○ 자신이 선택한 유형(가 형/나 형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

수능에서 네가 받은 점수 중 가장 좋은 점수를 받게 될 거야.

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $\log_3 36 - \log_9 16$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 3

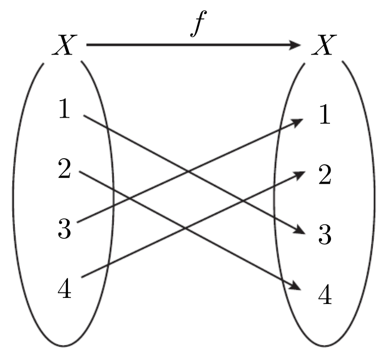
2. 두 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B = \{3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 $n(A-B)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n\to\infty} \frac{2^{2n+2}+3}{4^n+2}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

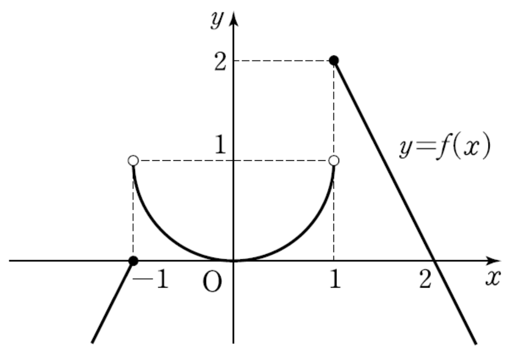
4. 그림은 함수 $f : X \to X$를 나타낸 것이다.



$f(3)+(f \circ f \circ f)(4)$ 의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

5. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x\to 1+} f(x)+\lim_{x\to -1+} f(x)-\lim_{x\to -1-} f(x)$의 값은? [3점]

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

6. 실수 x에 대한 두 조건

$p: |x-1| \le 3$

$q: x^2-2ax+a^2-1 \le 0$

이 있다. p가 q이기 위한 필요조건이 되도록 하는 정수 a의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

7. 버튼을 누르면 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 숫자 중 세 개의 숫자가 중복되지 않게 나오고 그 세 수 중 가장 큰 수가 버튼을 누른 사람이 받는 점수가 된다. 버튼을 누르고 나온 숫자 중 하나가 2일 때, 6점을 받을 확률은? [3점]

① $\frac{4}{15}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{2}{5}$　④ $\frac{7}{15}$　⑤ $\frac{1}{2}$

8. 자연수 9를 4개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

9. $\int_{0}^{3}(ax^2+1)dx=66$일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

10. 두 사건 A, B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(B^C \mid A)+\mathrm{P}(A^C \mid B^C)=\frac{5}{4}$$

일 때, $\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$의 값은? (단 A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

11. 유리함수 $y=\dfrac{-2x-2a+8}{x-2}$ 의 그래프가 제2사분면을 지나지 않도록 하는 모든 자연수 a의 값의 합은?(단, $a\neq 2$) [3점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

12. $\left(x+\dfrac{1}{2x}\right)^5$의 전개식에서 x^3의 계수는? [3점]

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{3}{2}$ ③ $\dfrac{5}{2}$
④ $\dfrac{7}{2}$ ⑤ $\dfrac{9}{2}$

13. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = 1,\ a_2 = 2$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n a_{n+2} = p$이다. (단, $p \neq 0$)

$\sum_{n=1}^{20} a_n = 75$을 만족시키는 상수 p의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

14. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$\sum_{k=1}^{n} (2k+1)a_k = n^2 + 1$을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{5} \log a_k$의 값은? [4점]

① $\log \frac{1}{21}$ ② $\log \frac{1}{11}$ ③ $\log \frac{2}{21}$
④ $\log \frac{2}{11}$ ⑤ $\log \frac{3}{11}$

15. 어느 지역에서 고등학교 학생 중 정시축소를 반대하는 학생의 비율 p를 알아보기 위하여, 이 지역 고등학교 학생 중에서 n명을 임의추출하여 정시축소를 반대하는 학생의 표본비율 $\hat{p}$을 구하였다. 표본비율 $\hat{p}$을 이용하여 구한 비율 p에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $0.744 \le p \le 0.856$일 때, n의 값은?
(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le |Z| \le 1.96) = 0.95$로 계산한다.) [4점]

① 196　② 225　③ 256　④ 289　⑤ 324

16. 1 보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여

$$\log_a b - 4\log_b a = 0$$

일 때, $a^{\log_b 9}$의 값은? [4점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

17. 주머니에 숫자 2가 적혀 있는 공이 1개, 숫자 3이 적혀 있는 공이 2개, $\cdots$, 숫자 $n+1$이 적혀 있는 공이 n개 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 그 공에 적혀 있는 수를 확률변수 X라 하자. 다음은 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$와 분산 $\mathrm{V}(X)$를 구하는 과정이다.

> 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 $2,\ 3,\ \cdots,\ n+1$이다.
> 주머니 안에 들어 있는 모든 공의 수는 $\boxed{(가)}$이므로
>
> $$\mathrm{P}(X=2)=\frac{2}{n(n+1)}$$
>
> $$\mathrm{P}(X=3)=\frac{4}{n(n+1)}$$
>
> $$\vdots$$
>
> $$\mathrm{P}(X=n+1)=\frac{n}{\boxed{(가)}}$$
>
> 이다. 따라서 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$는
>
> $$\mathrm{E}(X)=\sum_{k=2}^{n+1}\{k\times\mathrm{P}(X=k)\}=\boxed{(나)}$$
>
> 한편, $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$이므로
>
> $$\mathrm{E}(X^2)=\sum_{k=2}^{n+1}\{k^2\times\mathrm{P}(X=k)\}=\boxed{(다)}$$
>
> $$\therefore \mathrm{V}(X)=\frac{(n+2)(n-1)}{18}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$이라 할 때, $f(5)\times g(8)+h(7)$의 값은? [4점]

① 100 ② 124 ③ 137 ④ 139 ⑤ 141

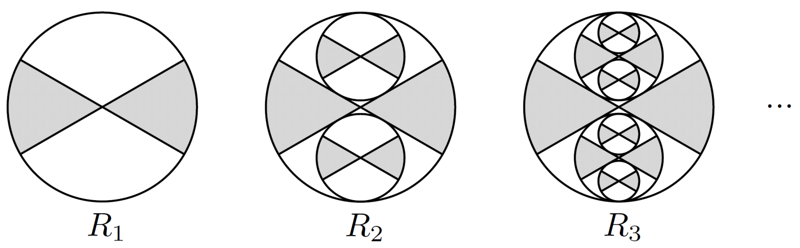
18. 이차함수 $f(x)$의 x절편이 1과 3이고, y절편이 3일 때, 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{2}{2+\{f(x)\}^{2n}}$$

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=g(x)$가 $x=a$에서 불연속일 때, 모든 a값의 합은? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

19. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원의 중심을 지나는 두 직선으로 만든 중심각의 크기가 60°인 두 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에 색칠되지 않은 두 부채꼴에 내접하는 원을 각각 그리고, 이 두 원 안에 각각 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 중심각의 크기가 60°인 네 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자. 그림 R_2에 색칠되지 않은 네 부채꼴에 내접하는 원을 각각 그리고 이 네 원 안에 각각 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 중심각의 크기가 60°인 여덟 개의 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 중심각의 크기가 60°인 모든 부채꼴의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

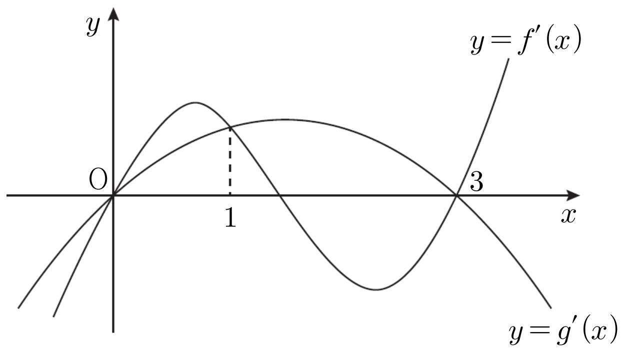


① $\frac{13+8\sqrt{3}}{69}\pi$ ② $\frac{1+\sqrt{3}}{6}\pi$ ③ $\frac{5+3\sqrt{3}}{23}\pi$
④ $\frac{41+24\sqrt{3}}{141}\pi$ ⑤ $\frac{69+48\sqrt{3}}{239}\pi$

20. 사차함수 $f(x)$의 도함수와 삼차함수 $g(x)$의 도함수의 그래프가 그림과 같다. 함수 $h(x)$를

$$h(x)=f(x)-g(x)$$

라 하자. $f(0)=f(3)=g(0)$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

ㄱ. $h(x)$는 $x=1$에서 극댓값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $h(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
ㄷ. $\lim_{x\to\infty}\frac{h'(x)}{xg'(x)}=-2$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식

$$f(f(x))=f(x)$$

의 모든 실근이 1, 2, α, β, γ이고 방정식

$$f(x)=x$$

의 모든 실근이 1, 2, γ 이다. $f'(\alpha)f'(\beta)\geq 0$일 때, $f(8)$의 값은? (단, $2<\alpha<\beta<\gamma$) [4점]

① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

단 답 형

22. ${}_7\mathrm{C}_3$의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)$가 $f(x+3)-f(3)=2x^3-4x^2+9x$를 만족시킬 때, $f'(3)$의 값을 구하시오. [3점]

24. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$의 부분집합 $A=\{2,\ 4,\ 6\}$에 대하여

$$n(A\cap X)=2$$

를 만족시키는 U의 부분집합 X의 개수를 구하시오. [3점]

25. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to\infty}\left\{1-\frac{4g(x)}{f(x)}\right\}=0$$

일 때, $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+3g(x)+5}{f(x)-2g(x)}=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 서로소인 두 자연수이다.) [3점]

26. 점 $(1,\ -1)$을 지나는 기울기가 m인 직선 l과 이차함수 $y=x^2-2x$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\dfrac{32}{3}$일 때, 직선 l의 기울기 m의 값을 구하시오. (단, $m>0$이다.) [4점]

27. 다음과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$이 있다.

$$a_1=3,\ a_{n+1}-a_n=2\ \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

부등식

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k\times a_{k+1}}>\frac{10}{63}$$

을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하시오. [4점]

28. 동전 한 개를 6회 던질 때, n회째 던진 동전이 앞면이 나오면 $a_n=1$, n회째 던진 동전이 뒷면이 나오면 $a_n=-1$이라 하자.

다항식 $f(x)=\sum_{n=1}^{6}a_nx^n$이 일차식 $x-1$로 나누어떨어질 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 두 자연수이다.) [4점]

29. 함수

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{a(x+1)}-1 & (x<-1)\\ -2x+b & (x\geq -1)\end{cases}$$

와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 t에 대하여 $\lim_{x\to t}f(x)=f(t)$이다.
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(g(x))=x$이다.
> (다) 방정식 $\{g(x)\}^2=f(x)g(x)$의 서로 다른 모든 실근의 합은 -4이다.

$y=f(x)$와 $y=g(x)$로 둘러싸인 넓이를 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 4이고 $f(1)<0$, $f(2)=0$을 만족하는 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $F(x)$는

$$F(x)=\int_0^x f(t)dt+C \text{ (단, } C\text{는 상수)}$$

이다. 실수 t에 대하여 함수 $G(t)$를 x에 대한 함수 $|F(x)-F(t)|$의 미분불가능한 점의 개수로 정의할 때, 두 함수 $F(x)$, $G(x)$가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

> (가) 함수 $G(t)$의 불연속점은 4개 이상 이다.
> (나) 함수 $\{F(x)-G(x)\}^2$은 연속함수이다.

$C-f(1)$의 값을 구하시오. [4점]

100人대장

'Quality Education Creation'