

2019학년도 백인의 서울대 인이 정리한 대학수능비밀장부

수학 영역 (가형)

제 2 교시

성명		수험 번호					—				
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

수능에서 네가 받은 점수 중 가장 좋은 점수를 받게 될 거야.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 평면벡터 $\vec{a}=(2, 3)$, $\vec{b}=(-4, 1)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a}-\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(12x+1)}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

3. 좌표공간의 점 $A(1, 3, 4)$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 AH 의 길이는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A)P(B) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{5}{6}, P(A) < P(B)$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{5}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. 함수 $f(x) = a - \log_2(x+b)$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = -3$ 이고, 이 그래프가 점 $(-1, 4)$ 를 지날 때, $-\frac{5}{2} \leq x \leq 5$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

- ① -4 ② -1 ③ 2
 ④ 5 ⑤ 8

6. $\left(x + \frac{1}{2x}\right)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

7. $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\cos 2x + \cos x = \sin^2 x$ 를 만족시키는 모든 근의 합은 $p\pi$ 이다. p 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

8. 두 점 $F(4, 0)$, $F'(-4, 0)$ 을 초점으로 하는 쌍곡선 위의 점 P 에 대하여

$$\angle FF'P = \frac{\pi}{2}, \overline{PF'} = 6$$

일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

9. $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = e^{ax} + \ln(\sin x + 1)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 12$$

일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

10. 확률변수 X 의 확률분포는 다음 표와 같다.

X	1	2	3	계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{4}$	b	1

$E(X^2) = \frac{19}{4}$ 일 때, $E(X)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

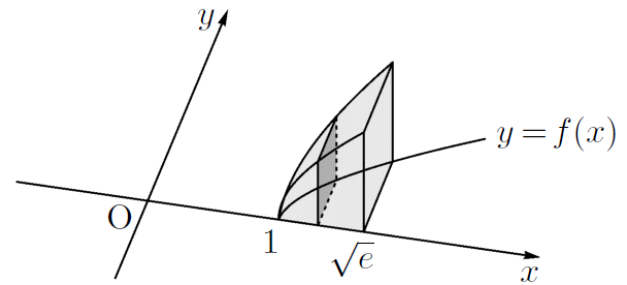
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 2

11. 함수 $f(x) = e^{\cos x}$ ($0 \leq x \leq \pi$)의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+2h) - g(1)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{e}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ -1
 ④ -2 ⑤ $-e$

12. 그림과 같이 함수 $f(x) = \sqrt{x \ln x}$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $A(x, 0)$, $B(x, f(x))$ 를 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 x 축에 수직인 평면 위에 그린다. 점 A의 x 좌표가 $x=1$ 에서 $x=\sqrt{e}$ 까지 변할 때, 이 정사각형이 만드는 입체도형의 부피는 k 이다. $60k$ 의 값은? [3점]

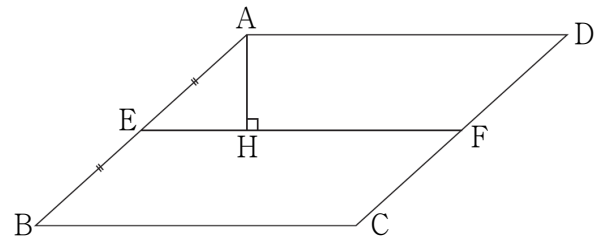


- ① 10 ② 12 ③ 15
 ④ 20 ⑤ 30

13. 여섯 개의 문자 a, a, b, b, c, c 를 일렬로 배열할 때, 같은 문자끼리는 이웃하지 않을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{31}{90}$ ③ $\frac{16}{45}$
 ④ $\frac{11}{30}$ ⑤ $\frac{17}{45}$

14. 그림과 같이 선분 AD의 길이가 6인 평행사변형 ABCD가 있다. 선분 AB, CD의 중점을 각각 E, F라 하고, 점 A에서 선분 EF에 내린 수선의 발을 H라 하자. 선분 FH의 길이가 4이고, $\angle AFB = \theta$ 라 했을 때 $\tan \theta = 3$ 을 만족한다. 이때, 선분 AB의 길이는? [4점]



- ① $4\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ 8
 ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

15. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x tf(x-t)dt = -4\sin 3x + ax$$

를 만족시킬 때, 실수 a 의 값을 구하시오. [4점]

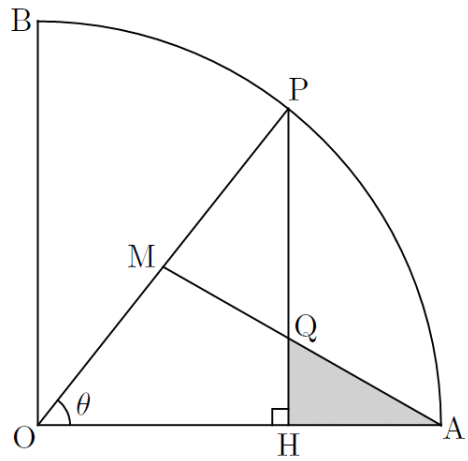
- ① 12 ② 13 ③ 14
 ④ 15 ⑤ 16

16. 좌표평면에서 점 P는 시각 $t=0$ 일 때 점 $(0, 1)$ 에서 출발하여 시각 t 에서의 속도가 $\vec{v} = (2\sin t \cos t, \cos t)$ 이다. 점 P가 출발한 후 두 번째로 직선 $y=2x$ 위에 있는 시각이 $t=a$ 일 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{5}{6}\pi$ ③ π
 ④ $\frac{7}{6}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

17. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 선분 OP의 중점을 M, 두 선분 AM과 PH의 교점을 Q, $\angle POA = \theta$ 일 때, 삼각형 QHA의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

18. 두 종류의 카드 A, B가 8장씩 있다. 이 16장의 카드 중에서 8장의 카드를 선택하여 일렬로 나열할 때, AB가 이 순서대로 연속하여 놓인 것이 두 번만 나타나도록 카드를 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 카드는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- ① 121 ② 122 ③ 124
- ④ 126 ⑤ 128

19. 다음은 정육각형의 서로 다른 6개의 꼭짓점에 임의로 1부터 6까지의 번호를 매기고 아래 규칙과 같은 게임을 할 때, 얻는 점수의 기댓값을 구하는 과정이다.

- (가) 주사위를 3번 굴려 숫자를 기록한다.
- (나) 나온 숫자에 해당하는 꼭짓점끼리 이어서 만들 수 있는 모든 선분을 긋는다. (단, 없다면 긋지 않는다.)
- (다) 만들어진 도형이 점인 경우 1점, 선분인 경우 2점, 직각삼각형인 경우 3점, 예각 또는 둔각삼각형인 경우 4점을 얻는다. (단, 중복으로 점수를 받지 않고 받을 수 있는 최대 점수를 받는다.)

게임을 진행할 때, 얻은 점수를 확률변수 X 라 하고, 이에 대한 확률질량함수 $P(X=k)$ ($k=1, 2, 3, 4$)를 구해보자.

1) $k=1$ 일 때
점만 만들어지는 경우는 주사위에서 모두 같은 숫자가 나올 때이므로 $P(X=1) = \frac{1}{36}$ 이다.

2) $k=2$ 일 때
점과 선분만 만들어지는 경우는 주사위에서 같은 숫자가 2번 그와 다른 숫자가 1번 나올 때이므로 $P(X=2) = \boxed{\text{가}}$

3) $k=3$ 일 때
정육각형에 외접하는 원을 그리고 원주각이 90° 가 되려면 만들어지는 삼각형의 한 변이 지름이어야 한다. 즉, 한 변을 선택하고, 나머지 점 중에 하나를 선택하면 된다. 따라서 $P(X=3) = \boxed{\text{나}}$ 이다.

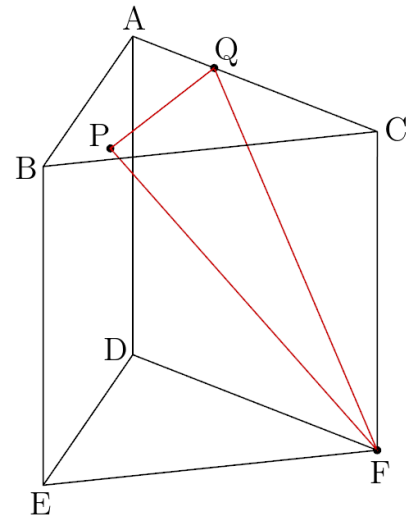
4) $k=4$ 일 때
 $\sum_{k=1}^4 P(X=k) = 1$ 이므로 $P(X=4) = \boxed{\text{다}}$ 이다.
따라서 얻는 점수의 기댓값은 $E(X) = \boxed{\text{라}}$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 수를 각각

a, b, c, d 라 할 때, $\frac{d-a}{b-c}$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 19 ③ 20
- ④ 21 ⑤ 22

20. 그림과 같이 모든 변의 길이가 12인 정삼각기둥 ABCDEF가 있다. 사각형 ABED 위의 점 P와 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 Q에 대하여 두 평면 PFQ와 ABED가 서로 수직이고, 두 직선 PQ, PF가 평면 ABED와 이루는 각의 크기가 서로 같을 때, 삼각형 PFQ의 평면 DEF 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $5\sqrt{3}$
- ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $7\sqrt{3}$

21. $x=0$ 을 제외한 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = \frac{e^{-|x|}-1}{f(x)+1}$ 라고 할 때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 서로 다른 상수 α, β, γ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시킨다. (단, $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1) \neq 0$)

- (가) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \beta, f(0) = \gamma$
- (나) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = k (k \neq 0), \lim_{x \rightarrow 0^+} \{2f'(x) + f'(-x)\} = 0$
- (다) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

합성함수 $(h \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 $h''(1) = 0$ 을 만족하는 삼차함수 $h(x)$ 가 존재할 때, $\alpha - \beta + \gamma$ 의 값은?
[4점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

단답형

22. ${}_7C_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x \ln x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선 $2x^2 + y^3 - 2xy - 5 = 0$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

25. 좌표평면에서 두 직선

$$l: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{a}, \quad m: x-3y+6=0$$

가 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 가 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26. 자연수 m 에 대하여 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(t)$ 는

$$g(t) = \int_t^{t+2} f(x) dx$$

이다. 두 함수 $f(x), g(t)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때,

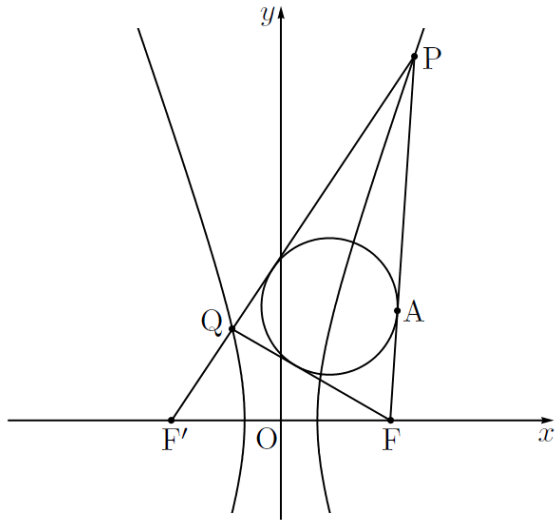
아래의 표준정규분포표를 이용하여 $\frac{m}{\sigma}$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $g(12) < g(20) < g(16)$

(나) 함수 $g(t)$ 의 최댓값은 0.9544이다.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

27. 그림과 같이 두 초점이 $F(1, 0)$, $F'(-1, 0)$ 인 쌍곡선 위의 점 P 에 대하여 선분 PF' 을 3:1로 내분하는 점 Q 가 이 쌍곡선 위의 점이다. 삼각형 PQF 의 내접원이 선분 PF 와 만나는 점을 A 라 할 때, $\overline{AF}=1$ 이다. $\overline{PQ} \times \overline{PA}$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 자연수가 하나씩 적혀있는 카드가 각각 3장, 5장이 들어 있는 두 상자 A, B가 있다. 두 상자 A, B에서 각각 카드를 한 장씩 뽑은 카드에 적혀 있는 수를 순서대로 a, b 라 할 때, $a+b=n$ 일 확률을 P_n 이라 하자. 다음 조건을 만족시킬 때, 상자 B에 들어 있는 카드의 숫자 중 p 가 q 개로 가장 많다. $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $P_2 = \frac{1}{15}, P_3 = \frac{1}{5}$
 (나) $P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 1$

29. 공간좌표 상의 세 점 $O(0, 0, 0)$, $A(-\sqrt{5}, -1, 6)$, $B(\sqrt{5}, 3, -2)$ 에 대하여 선분 AB의 중점을 M이라 하자. 또한 평면 $x+2y-z=6$ 위의 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{BQ} = 0 \\ \text{(나)} \quad & \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ} = 6 \end{aligned}$$

$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ 의 최댓값을 m 이라 할 때, $m = p + \sqrt{q}$ 이다.
두 정수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 모든 자연수 n 에 대하여

$$f(x) = 2^{1-n}(1 - |x - 2n + 1|) \quad (2n - 2 \leq x \leq 2n)$$

이고, 양수 a, k 에 대하여

$$F(x) = \int_0^x \{f(t) - ka^t\} dt \quad (x \geq 0)$$

라 할 때, 방정식 $F(x) = 0$ 이 무수히 많은 양의 실근을 갖는다.
양수 c 에 대하여 $F(x) = c$ 를 만족시키는 양수 x 의 값의 개수가

51이고, $F(x)$ 의 최댓값이 M 일 때, $\log_2\left(a^{12} \times e^k \times \frac{M}{c}\right)$ 의 값을

구하시오. [4점]



'Quality Education Creation'