20

2019학년도 수능(나형) 21번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x(x+3)$이다.
> (나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값은? [4점]

① $\frac{5}{13}$　② $\frac{5}{14}$　③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{5}{16}$　⑤ $\frac{5}{17}$

$f(0)g(0)=0$

$\therefore f(0)=0 \quad (\because g(0)=1)$

$f(x)=x^3+ax^2+b$

$g(x)=\frac{x(x+3)}{f(x)} \quad (f(x)\neq 0)$

g는 연속 ⟶ $x=0$ 에서도 정의돼야 함.

$\lim_{x\to 0}\frac{x(x+3)}{f(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{x(x+3)}{x^3+ax^2+bx}$

$=\lim_{x\to 0}\frac{x+3}{x^2+ax+b}$

$=\frac{3}{b}=1$

$\therefore b=3$

$\therefore g(x)=\frac{x+3}{x^2+ax+3} \quad (x^2+ax+3\neq 0)$

⟶ $x^2+ax+3=0$ 이 되는 지점이 불연속 의심점

⟶ $x^2+ax+3>0$

20

2019학년도 수능(나형) 21번

$D = a^2 - 12 < 0$

$\therefore -2\sqrt{3} < a < 2\sqrt{3}$

$f(1) = 4 + a$: 자연수

$\therefore a = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

$g(2) = \frac{5}{7+2a}$: 최소 $\longrightarrow$ a가 최대

$\therefore a \to 3$

$\therefore \min(g(2)) = \frac{5}{13}$