2023학년도 대학수학능력시험 대비 - 추석특강

제 2 교시

수학 영역

랑데뷰 황보백T -N축 이용해서 풀기

수학I

1) 2023학년도 수능특강 3단원 lev3 3번
5이하의 자연수 n에 대하여 두 함수 $f(x)=\cos 2\pi x$, $g(x)=2\sin\frac{\pi}{n}x$가 있다. $0<x<8$에서 방정식 $(f\circ g)(x)=1$의 서로 다른 실근의 개수가 10일 때, n의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

2)
자연수 n에 대하여 두 함수 $f(x)=\sin\frac{\pi}{2}x$, $g(x)=4\cos n\pi x$가 있다. $0<x<2$에서 방정식 $(f\circ g)(x)=\frac{1}{2}$의 서로 다른 실근의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10}a_n$의 값을 구하시오.

3)
$0\le x<2\pi$일 때, 함수 $f(x)=\cos x$에 대하여 방정식 $f(|f(2x)|)=k$ $(\cos 1<k<1)$의 서로 다른 실근의 개수는 a이고 모든 해의 합은 $b\pi$이다. $a+b$의 값을 구하시오, (단, a, b, k는 상수이다.) [4점]

4)
$0\le x\le 2\pi$에서 정의된 함수 $f(x)=\frac{8}{9}\pi\left|\cos x-\frac{1}{4}\right|+k$에 대하여 방정식 $\cos f(x)=\frac{1}{2}$의 서로 다른 실근의 개수의 최댓값을 M이라 하고 그때의 가능한 모든 k의 값의 합을 S라 하자. $\frac{M\times S}{\pi}$의 값을 구하시오. (단, $0\le k\le 4\pi$) [4점]

5) 210915
수열 $\{a_n\}$은 $|a_1|\le 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}-2a_n-2 & \left(-1\le a_n<-\frac{1}{2}\right)\\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2}\le a_n\le\frac{1}{2}\right)\\ -2a_n+2 & \left(\frac{1}{2}<a_n\le 1\right)\end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5+a_6=0$이고 $\sum_{k=1}^{5}a_k>0$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① $\frac{9}{2}$　② 5　③ $\frac{11}{2}$　④ 6　⑤ $\frac{13}{2}$

수학II

6) 22년 3월 10번

두 함수

$f(x)=x^2+2x+k,\ g(x)=2x^3-9x^2+12x-2$

에 대하여 함수 $(g\circ f)(x)$의 최솟값이 2가 되도록 하는 실수 k의 최솟값은?

① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

7) 10번 변형

두 함수

$f(x)=-x^2+4x+k,\ g(x)=x^3-6x^2+9x-4$

에 대하여 함수 $(g\circ f)(x)$의 최댓값이 0이 되도록 하는 실수 k의 최댓값은?

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

8) 03(나)21

이차함수 $g(x)=x^2-6x+10$에 대하여 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
(나) 함수 $(g\circ f)(x)$의 최솟값을 m이라 할 때, 방정식 $g(f(x))=m$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(다) 방정식 $g(f(x))=17$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9)

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$인 삼차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(2-x)=f(2+x),\ g(x)+g(-x)=4$
(나) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이고 방정식 $|f(x)|=4$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.
(다) 방정식 $(f\circ g)(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

$f(0)=0$일 때, $g(2)$의 값을 구하시오.

미적분

10) 211128

함수 $f(x)=6\pi(x-1)^2$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=3f(x)+4\cos f(x)$$

라 하자. $0<x<2$에서 함수 $g(x)$가 극소가 되는 x의 개수는? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

11)

함수 $f(x)=\pi(x-1)^2(x-4)+4\pi$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\sin f(x)-f(x)$$

라 하자. $0<x<4$에서 함수 $g(x)$가 극점이 되는 x의 개수는? [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

12) 220628

최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases}\ln|f(x)| & (f(x)\neq 0)\\ 1 & (f(x)=0)\end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$의 극솟값은? [4점]

(가) 함수 $g(x)$는 $x\neq 1$인 모든 실수 x에서 연속이다.

(나) 함수 $g(x)$는 $x=2$에서 극대이고, 함수 $|g(x)|$는 $x=2$에서 극소이다.

(다) 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

① $\ln\frac{13}{27}$ ② $\ln\frac{16}{27}$ ③ $\ln\frac{19}{27}$ ④ $\ln\frac{22}{27}$ ⑤ $\ln\frac{25}{27}$

13) 수완 8강 29번

두 함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^3+4x$, $g(x)=-\frac{2x}{e^{x-1}}$에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x)=(f\circ g)(x)$$

라 하자. 방정식 $h'(x)=0$의 실근 중에서 가장 작은 값을 α, 가장 큰 값을 β라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? $\left(\text{단, } \lim_{x\to\infty}\frac{2x}{e^{x-1}}=0\right)$

| 보기 |

ㄱ. $h(\alpha)+h(\beta)=\frac{5}{4}$

ㄴ. 열린구간 $(\alpha,\ \beta)$에서 함수 $h(x)$가 극값을 갖는 모든 x의 값의 개수는 2이다.

ㄷ. 점 $(\alpha,\ h(\alpha))$는 곡선 $y=h(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14) 수완 8강 29번

함수 $f(x)=\dfrac{16e^{x-2}}{x^2}$과 자연수 n에 대하여 방정식 $(f\circ f)(x)=n$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(n)$이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} g(n)$의 값을 구하시오. (단, $x\neq 0$일 때 $f(x)>x$이고, $7<e^2<8$이다.)

15)

최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=\dfrac{1}{2}$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\cos(\pi f(x))$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극대이다.
> (나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 최소가 되는 모든 양수 a를 작은 수부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{a_n\}$이라 할 때, $a_4=1$이다.

$f(1)$의 값을 구하시오. [4점]

16)

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 $f(0)=f(3)=f'(3)=0$을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\sin(\pi f(x))$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=m$에서 극댓값을 가질 때, $m>0$인 모든 m을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $m_1,\ m_2,\ m_3,\ \cdots$이다. $f(m_3)=f(m_8)$일 때, $f(3m_3+m_8)=$의 값을 구하시오. [4점]

17) 더프 8월 30번

자연수 k에 대하여 구간 $(0,\ \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)=\cos\dfrac{\pi(kx-3)}{2x+1}$이 $x=\alpha$에서 극대가 되도록 하는 양수 α의 최댓값을 a_k라 하자. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_m<a_{m+1}$을 만족시키는 모든 자연수 m의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 m_1, m_2, m_3, $\cdots$이라 하자. $k=m_{10}$일 때의 함수 $f(x)$에 대하여 $f'\left(\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

18) 이투스 7월 미적분 28 변형

두 상수 a $(a>0)$ 와 b $(b>1)$에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}\cos\{\pi\ln(ax^2+b)\} & (-2<x<2)\\ 0 & (x \le -2 \text{ 또는 } x \ge 2)\end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
> (나) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극솟값 $-\frac{1}{2}$을 갖는다.
> (다) $-2<p<2$인 실수 p에 대하여 함수 $f(x)$가 $x=p$에서 극값을 갖도록 하는 서로 다른 실수 p의 개수는 7이다.

b가 최소일 때, $\ln\left(\frac{4a}{b}+1\right)$의 값은?

① 3　② $\frac{19}{6}$　③ $\frac{10}{3}$　④ $\frac{7}{2}$　⑤ $\frac{11}{3}$

19) 교육청 기출

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=\frac{2x}{x^2+1}+k$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(0)=0,\ f'(0)=0$
> (나) 방정식 $f(x)=0$의 모든 실근의 합이 $2k$이고 음수 근은 존재하지 않는다.
> (다) 함수 $|f(g(x))|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(k)<0$일 때, $\sum_{k=1}^{5} f(k)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M-m$의 값을 구하시오. (단, k는 자연수이다.) [4점]