12

2017학년도 수능(나형) 30번

실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^3-3x^2+6x+k$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 방정식 $4f'(x)+12x-18=(f' \circ g)(x)$가 닫힌 구간 $[0, 1]$에서 실근을 갖기 위한 k의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라 할 때, m^2+M^2의 값을 구하시오. [4점] 65

$f'(x)=3x^2-6x+6$

$4(3x^2-6x+6)+12x-18=3\{g(x)\}^2-6g(x)+6$

$\{g(x)\}^2-2g(x)-2x(2x-2)=0$

$\{g(x)-2x\}\{g(x)+2x-2\}=0$

$\therefore g(x)=2x$ or $g(x)=-2x+2$

$\longrightarrow$ $g(x)$ 가 $y=2x$ 또는 $y=-2x+2$ 과 $0\le x\le 1$ 에서 만남.

$g^{-1}(x)=f(x)$

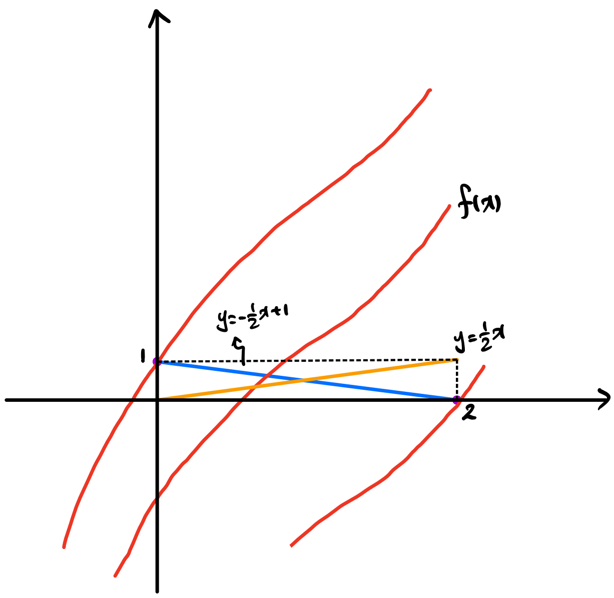
$y=2x \xrightarrow{-1} y=\frac{1}{2}$

$y=-2x+2 \xrightarrow{-1} y=-\frac{1}{2}x+1$

$\therefore$ $y=f(x)$ 가 $y=\frac{1}{2}$ 또는 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 과 $0\le y\le 1$ 에서 만남.

12

2017학년도 수능(나형) 30번



: f(x)가 (0,1) 지날 때 : 최대
f(x)가 (2,0) 지날 때 : 최소

$f(0)=k=1=m$
$f(2)=k=-8=M$

$\therefore m+M^2=65$