제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\frac{2^{\sqrt{3}}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 1 ④ 4 ⑤ 16

$(2^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1} = 2^2 = 4$

2. 함수 $f(x)=2x^2+5$ 에 대하여 $\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ 의 값은? [2점]

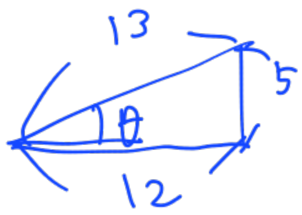
$f'(2)$

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$f'(x)=4x$

3. $\sin(\pi-\theta)=\frac{5}{13}$ 이고 $\cos\theta<0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{12}{13}$ ② $-\frac{5}{12}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{12}{13}$



4. 함수

$$f(x)=\begin{cases}-2x+a & (x\le a)\\ ax-6 & (x>a)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$-a = a^2-6$.

$a^2+a-6=0$.

5. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = 2a_5, \quad a_8 + a_{12} = -6$$

일 때, a_2의 값은? [3점]

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

$a_1 = a_1 + a_9$ $a_{10} = -3$.

$a_9 = 0$.

$a_2 = 21$.

6. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$의 극댓값이 9일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$3x(x-2)$.

$S = \frac{3}{6} \cdot 2^3 = 4$.

7. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$S_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$일 때, $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(S_k - a_k)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

$S_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ $\displaystyle\sum_{k=1}^{10} S_{k-1}$

$= 0 + S_1 + \cdots + S_9$.

$= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

8. 곡선 $y=x^3-4x+5$ 위의 점 $(1,2)$에서의 접선이 곡선 $y=x^4+3x+a$에 접할 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$f'(x)=3x^2-4$ $f'(1)=-1$.

$g'(x)=4x^3+3$. $y-2=-(x-1)$

$y=-x+3$.

$(-1, a-2)$

$a-2=4$

$a=6$

9. 닫힌구간 $[0, 12]$에서 정의된 두 함수

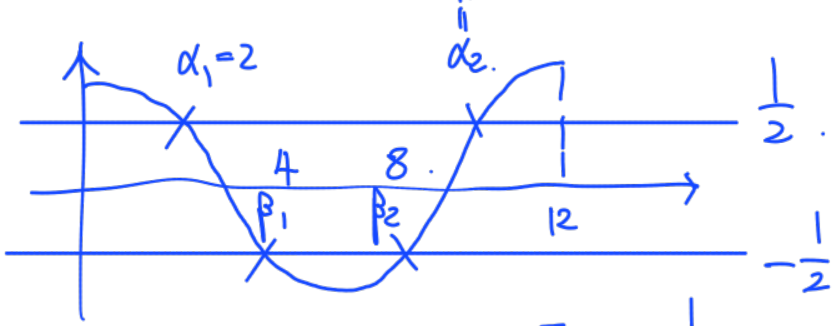
$$f(x)=\cos\frac{\pi x}{6},\quad g(x)=-3\cos\frac{\pi x}{6}-1$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=k$가 만나는 두 점의 x좌표를 α_1, α_2라 할 때, $|\alpha_1-\alpha_2|=8$이다. 곡선 $y=g(x)$와 직선 $y=k$가 만나는 두 점의 x좌표를 β_1, β_2라 할 때, $|\beta_1-\beta_2|$의 값은? (단, k는 $-1<k<1$인 상수이다.) [4점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

$2\pi:12=x:8$.

$2\pi=$ 주기 $\times\frac{\pi}{6}$ 주기$=12$. $x=\frac{2}{3}\pi$.



$-3\cos\frac{\pi}{6}x=\frac{3}{2}$ $\cos\frac{\pi}{6}x=-\frac{1}{2}$

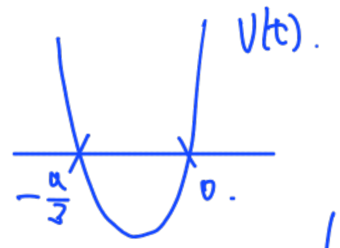
10. 수직선 위의 점 A(6)과 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 이 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 점 P의 속도 $v(t)$를

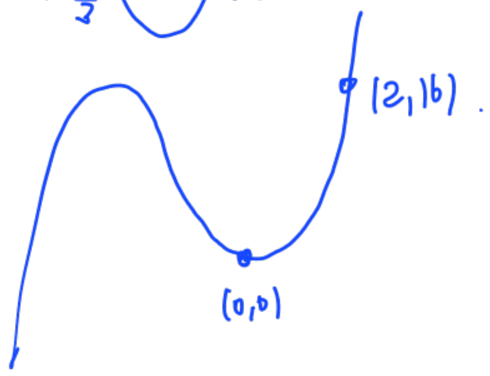
$$v(t)=3t^2+at\quad(a>0)$$

이라 하자. 시각 $t=2$에서 점 P와 점 A 사이의 거리가 10일 때, 상수 a의 값은? [4점]

6 $x(2)=-4, 16$.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5





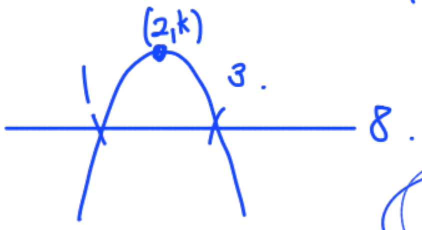
$\int_0^2 3t^2+at\,dt$

$=\left[t^3+\frac{1}{2}at^2\right]_0^2$

$=8+2a=16$

$a=4$.

1, 3 분.



k=9

11. 함수 $f(x)=-(x-2)^2+k$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n의 개수가 2일 때, 상수 k의 값은? [4점]

$\sqrt{3}^{f(n)}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9이다.

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$x^4 = 3^{\frac{1}{2}f(n)}$

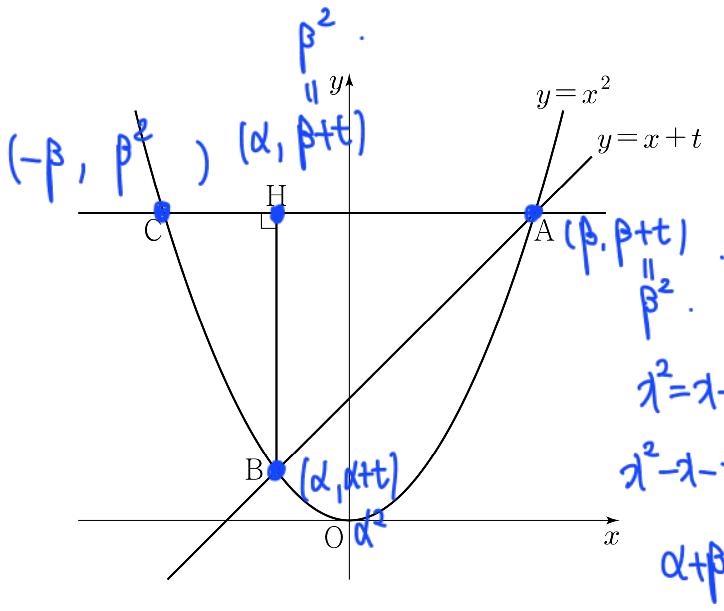
$3^{\frac{1}{8}f(n)} = 3.$

$f(n)=8.$

12. 실수 $t\,(t>0)$에 대하여 직선 $y=x+t$와 곡선 $y=x^2$이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=x^2$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\lim_{t\to 0+}\frac{\overline{\mathrm{AH}}-\overline{\mathrm{CH}}}{t}$ 의 값은? (단, 점 A의 x좌표는 양수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



$\beta^2.$

$x^2=x+t.$

$x^2-x-t=0.$

$\alpha+\beta=1$

$\alpha\beta=-t.$

$\overline{AH} = \beta-\alpha$

$(\beta-\alpha)^2 = (\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
$= 4t+1$

$\overline{CH} = \alpha+\beta = 1$

$\lim_{t\to 0} \frac{\sqrt{4t+1}-1}{t} = \lim_{t\to 0} \frac{4\cancel{t}}{\cancel{t}(\sqrt{4t+1}+1)}$

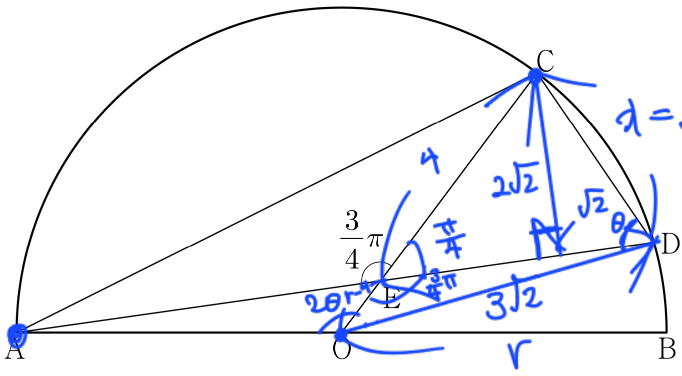
$= 2.$

13. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{CE}=4,\quad \overline{ED}=3\sqrt{2},\quad \angle CEA=\frac{3}{4}\pi$$

이다. $\overline{AC}\times\overline{CD}$의 값은? [4점]

$\overline{AC}=2r\sin\theta$.

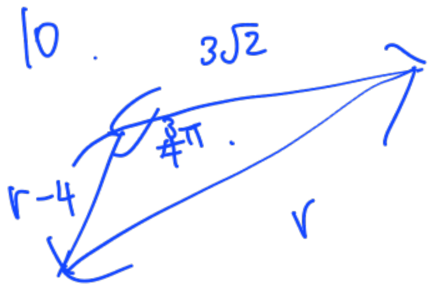


① $6\sqrt{10}$　② $10\sqrt{5}$　③ $16\sqrt{2}$
④ $12\sqrt{5}$　⑤ $20\sqrt{2}$

$\sin\theta=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$.

$x^2=16+18-2\cdot4\cdot3\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$　$\overline{AC}=10\cdot\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$.

$=10$.



$\cancel{r^2}=18+(r-4)^2+\cdot(r-4)\cdot3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$.

$=\cancel{r^2}-8r+34+6r-24$

$r=5$.

$\overline{AC}=$

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$, $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(t)$를

$f(x)=x(x-1)(x+k)$.

$$g(t)=\int_t^{t+1}f(x)\,dx-\int_0^1|f(x)|\,dx$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

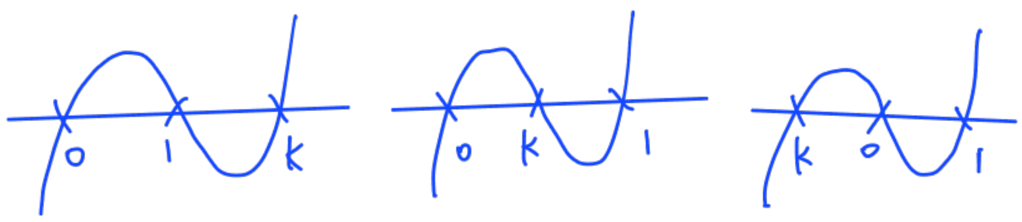
<보 기>

ㄱ. $g(0)=0$이면 $g(-1)<0$이다.

ㄴ. $g(-1)>0$이면 $f(k)=0$을 만족시키는 $k<-1$인 실수 k가 존재한다.

ㄷ. $g(-1)>1$이면 $g(0)<-1$이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



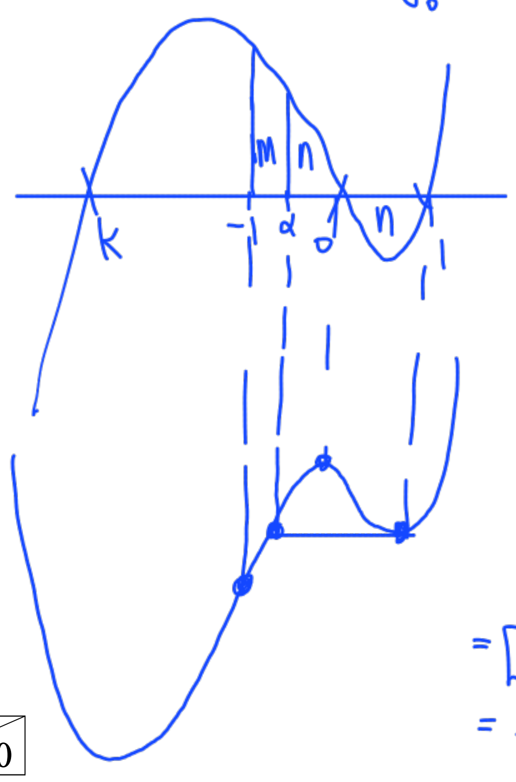
ㄱ. $g(0)=\int_0^1 f(x)dx-\int_0^1|f(x)|dx$.

$g(-1)=\int_{-1}^0 f(x)dx-\int_0^1|f(x)|dx<0$ (o)

ㄴ. $\int_{-1}^0 f(x)dx>\int_0^1|f(x)|dx$　(o).

ㄷ. $\int_{-1}^0 f(x)dx>\underbrace{\int_0^1|f(x)|dx}_{-\int_0^1 f(x)dx}+1$

$f(x)=x(x-1)(x-k)$
$=x(x^2-(k+1)x+k)$
$=x^3-(k+1)x^2+kx$.



$\int_{-1}^1 f(x)\,dx>1$.

$g(0)=2\int_0^1 f(x)dx<-1$.

$2\int_0^1 -(k+1)x^2=-\frac{2}{3}(k+1)>1$.
$k+1<-\frac{3}{2}$.
$k<-\frac{5}{2}$.
$\frac{1}{6}k-\frac{1}{12}<-\frac{1}{2}$

$\int_0^1 x^3-(k+1)x^2+kx\,dx$

$=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}(k+1)x^3+\frac{1}{2}kx^2\right]_0^1$

$=\frac{1}{4}-\frac{1}{3}k-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}k=\frac{1}{6}k-\frac{1}{12}$

15. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

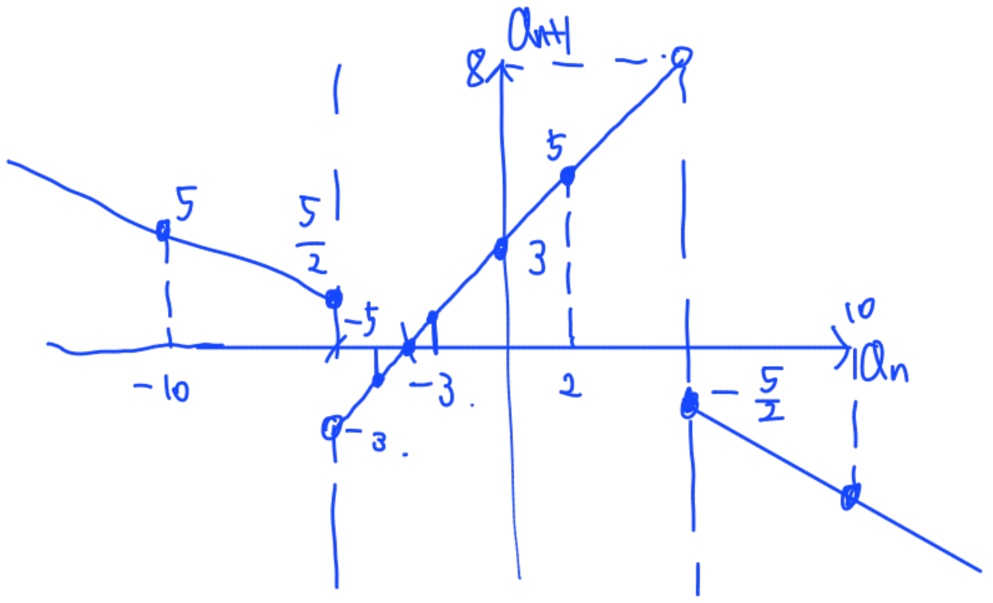
$a_4 = r$.
$a_8 = r^2$.

> (가) 모든 자연수 k에 대하여 $a_{4k} = r^k$이다.
> (단, r는 $0 < |r| < 1$인 상수이다.)
>
> (나) $a_1 < 0$이고, 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (|a_n| < 5) \\ -\frac{1}{2}a_n & (|a_n| \geq 5) \end{cases}$$
>
> 이다.

$|a_m| \geq 5$를 만족시키는 100 이하의 자연수 m의 개수를 p라 할 때, $p + a_1$의 값은? [4점]

정수

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16



a : 음의 정수

$-1<r<1$

$3-2r$.
$4r-12$. $6-2r \leftarrow r-3$
~~$12-2r$~~. $r-6$.

r

$r = \frac{1}{4}, -\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

~~$-11, \frac{11}{2}, -\frac{11}{4}, \frac{1}{4}, \frac{13}{4}, \frac{25}{4}, -\frac{25}{8},$~~

$-10, 5, -\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{7}{2}, \frac{13}{2}, -\frac{13}{4}, -\frac{1}{4}$.

$-14, 7, -\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{11}{4}, \frac{1}{4}$

$-\frac{1}{8}$

4번당 1번 25번.
+1개

$26-14 = 12$.

단답형

16. 방정식 $\log_3(x-4) = \log_9(x+2)$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$x>4$

$x^2-8x+16 = x+2$.
$x^2-9x+14=0$.

2, 7.

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 4x + 3$이고 $f(1) = 5$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x + 2$.
$f(2) = 16 - 8 + 6 + 2$.
$= 16$.

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{5} a_k = 10$일 때,

$$\sum_{k=1}^{5} ca_k = 65 + \sum_{k=1}^{5} c$$

를 만족시키는 상수 c의 값을 구하시오. [3점]

$10c = 65 + 5c$.

$c = 13$

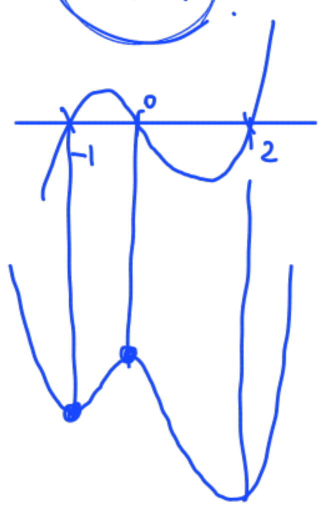
19. 방정식 $3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + k = 0$이 서로 다른 4개의 실근을 갖도록 하는 자연수 k의 개수를 구하시오. [3점]

4개

$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$.

$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x$

$= 12x(x-2)(x+1)$



$f(-1) = -5$

$f(0) = 0$.

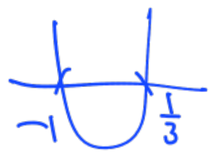
20. 상수 $k\,(k<0)$에 대하여 두 함수

$$f(x) = x^3 + x^2 - x, \quad g(x) = 4|x| + k$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때, 두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 하자. $30 \times S$의 값을 구하시오. [4점]

$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$

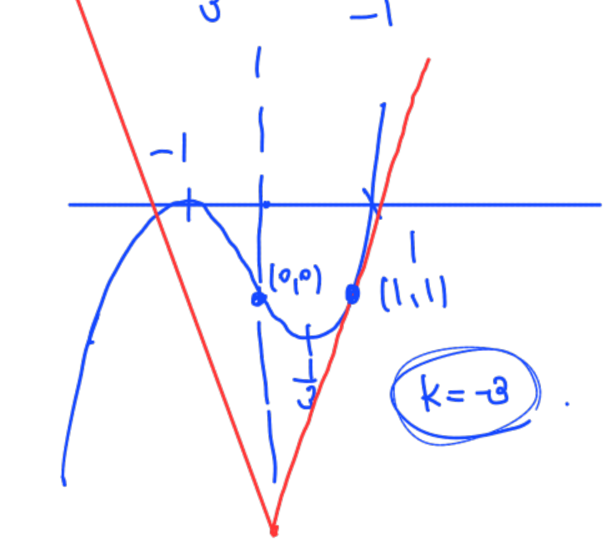
$-4x-3$.



$3x^2 + 2x - 1 = 4$

$3x^2 + 2x - 5 = 0$

$x = 1$



$k = -3$.

$x^3 + x^2 - x = -4x - 3$.

$x^3 + x^2 + 3x + 3$.

$x^2(x+1) + 3(x+1)$.

$\int_{-1}^{0} x^3 + x^2 + 3x + 3 = \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 3x\right]_{-1}^{0}$

$= -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 3\right)$

$= \frac{3}{2} + \frac{1}{12}$

$\frac{3}{2} + \frac{14}{12}$

$\frac{9}{6} + \frac{7}{6} = \frac{16}{6}$.

$\int_{0}^{1} x^3 + x^2 - 5x + 3\,dx = [$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 3$.

$= \frac{7}{12} + \frac{6}{12}$.

$\frac{13}{12}$.

80

21. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 위에 두 점 $\mathrm{P}(a,\ 2^a)$, $\mathrm{Q}(b,\ 2^b)$이 있다. 직선 PQ의 기울기를 m이라 할 때, 점 P를 지나며 기울기가 $-m$인 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 Q를 지나며 기울기가 $-m$인 직선이 x축과 만나는 점을 C라 하자.

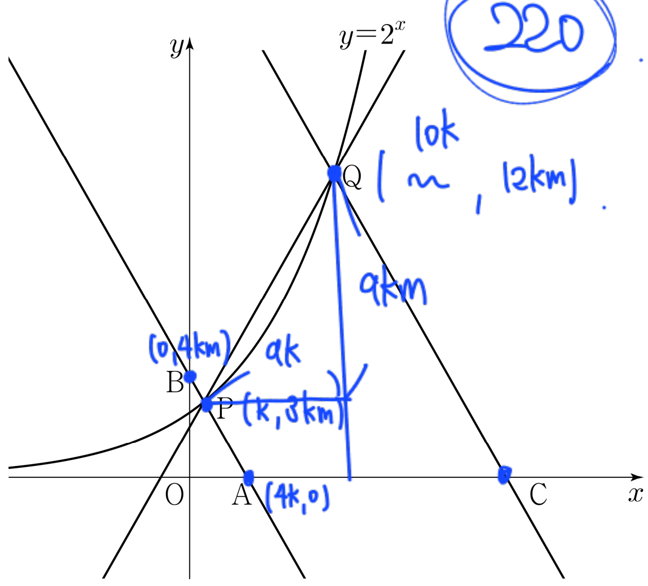
$a+b=11k$

$=\frac{22}{9}$

$$\overline{\mathrm{AB}}=4\overline{\mathrm{PB}},\quad \overline{\mathrm{CQ}}=3\overline{\mathrm{AB}}$$

일 때, $90\times(a+b)$의 값을 구하시오. (단, $0<a<b$) [4점]

220



$2^k=3km$

$2^{10k}=12km$

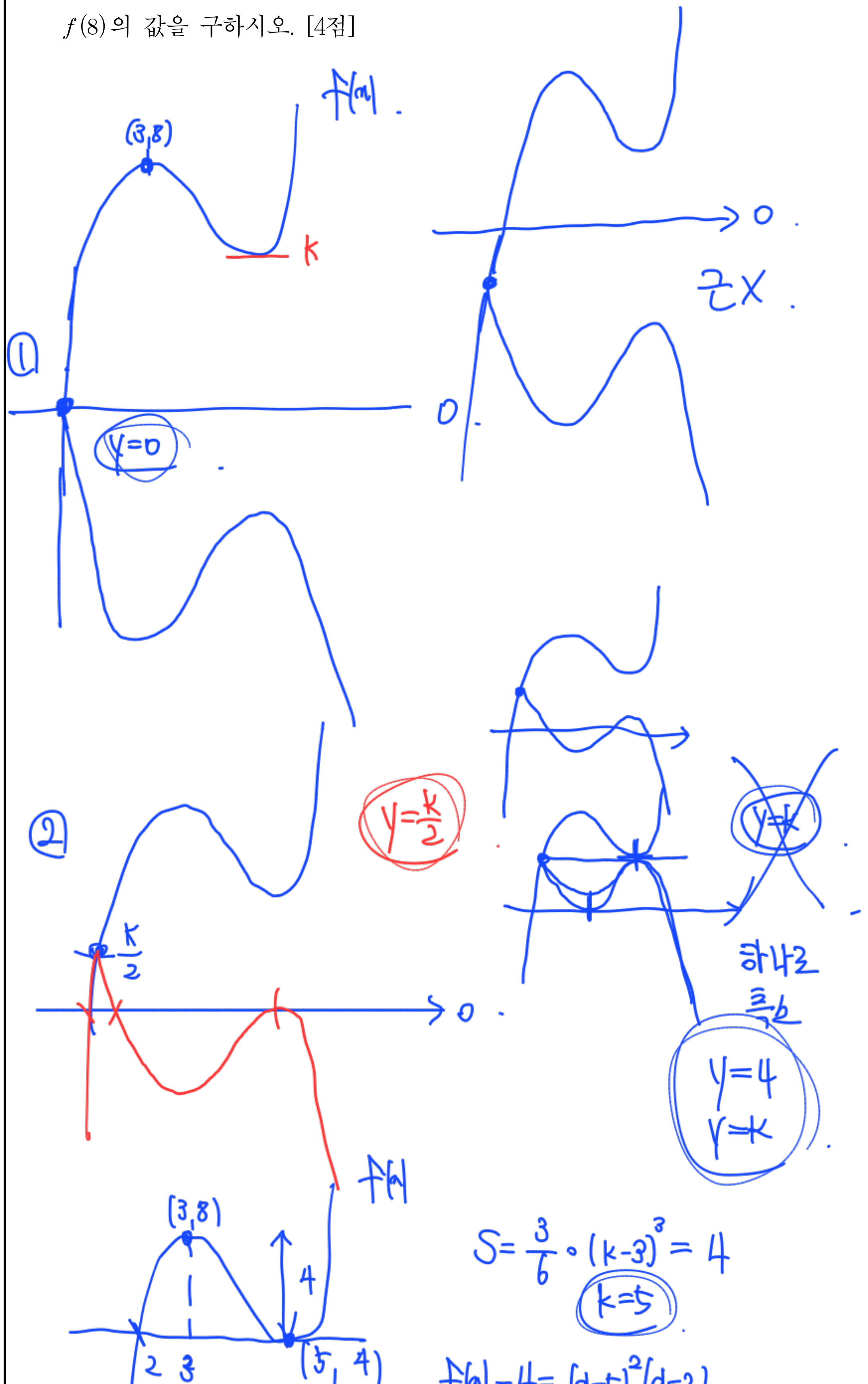
$9k=2$

$k=\frac{2}{9}$

22. 최고차항의 계수가 1이고 $x=3$에서 극댓값 8을 갖는 삼차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x\ge t) \\ -f(x)+2f(t) & (x<t) \end{cases}$$

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 $t=a$에서 불연속인 a의 값이 두 개일 때, $f(8)$의 값을 구하시오. [4점]



$S=\frac{3}{6}\cdot(k-3)^3=4$

$k=5$

$f(x)-4=(x-5)^2(x-2)$

$f(8)-4=9\cdot6$

$f(8)=58$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다항식 $(x^2+2)^6$의 전개식에서 x^4의 계수는? [2점]

① 240 ② 270 ③ 300 ④ 330 ⑤ 360

$_6C_2 \cdot 2^4 = 15 \cdot 16$.

24. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A \cup B)=1, \quad \mathrm{P}(A \cap B)=\frac{1}{4}, \quad \mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(B|A)$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? [3점]

$P(A)=P(B)$.

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

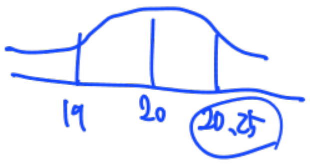
$2a-\frac{1}{4}=1$ $a=\frac{5}{8}$

25. 어느 인스턴트 커피 제조 회사에서 생산하는 A 제품 1개의 중량은 평균이 9, 표준편차가 0.4인 정규분포를 따르고, B 제품 1개의 중량은 평균이 20, 표준편차가 1인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산한 A 제품 중에서 임의로 선택한 1개의 중량이 8.9 이상 9.4 이하일 확률과 B 제품 중에서 임의로 선택한 1개의 중량이 19 이상 k 이하일 확률이 서로 같다. 상수 k의 값은? (단, 중량의 단위는 g이다.) [3점]

① 19.5 ② 19.75 ③ 20 ④ 20.25 ⑤ 20.5

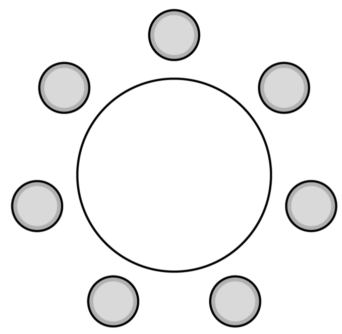
$A \sim N(9, (0.4)^2)$

$B \sim N(20, 1^2)$



26. 세 학생 A, B, C를 포함한 7명의 학생이 원 모양의 탁자에 일정한 간격을 두고 임의로 모두 둘러앉을 때, A가 B 또는 C와 이웃하게 될 확률은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$



72×6

$\frac{432}{720} = \frac{3}{5}$

전체 $6! = 720$

① B와 이웃 $2 \times 5! = 240$

② C와 이웃 $2 \times 5! = 240$

③ 둘다 이웃 $2 \times 4! = 48$.

27. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	a	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	1

$\sigma(X)=\mathrm{E}(X)$일 때, $\mathrm{E}(X^2)+\mathrm{E}(X)$의 값은? (단, $a>1$) [3점]

① 29 ② 33 ③ 37 ④ 41 ⑤ 45

$E(X) = \frac{1}{2} + \frac{2}{5}a = \frac{1}{2} + 4$

$E(X^2) = \frac{1}{2} + \frac{2}{5}a^2 = \frac{1}{2} + 40$

$V(X) = \frac{1}{2} + \frac{2}{5}a^2 - \left(\frac{1}{2}+\frac{2}{5}a\right)^2 = \left(\frac{1}{2}+\frac{2}{5}a\right)^2$

$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}a^2 = 2\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{5}a+\frac{4}{25}a^2\right)$

$\frac{2}{5}a^2 = \frac{4}{5}a + \frac{8}{25}a^2$

$\frac{2}{25}a^2 = \frac{4}{5}a \qquad a=10$

28. 1부터 10까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택된 세 개의 수의 곱이 5의 배수이고 합은 3의 배수일 확률은? [4점]

① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{11}{60}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{13}{60}$

전체: ${}_{10}C_3 = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1} = 120$

① 5포함. (1, 4, 7, 10, 13, 16, 19)

5 | 1 3, 1 6, 1 9, 2 8, 3 4, 3 7, 3 10, 4 6, 4 9, 6 7, 6 10, 7 9, 9 10

총 13개

② 10포함 (5, 8, 11, 14, 17, 20, …)

10 | 1 4, 1 7, 2 3, 2 6, 2 9, 3 5, 3 8, 4 7, 5 6, 5 9, 6 8, 8 9

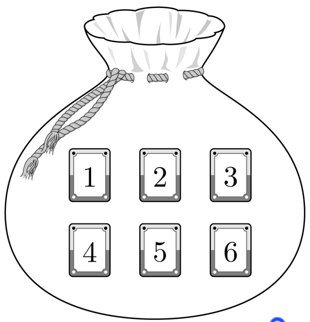
총 12개

$\frac{25-3}{120} = \frac{11}{60}$

겹침 3개

단답형

29. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 카드에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복하여 확인한 네 개의 수의 평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}\left(\overline{X}=\frac{11}{4}\right)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



전체 : 6^4 .

$\frac{\cancel{104}\ \cancel{26}\ 13}{2\ \cancel{4}\ \cancel{16} \times 81}$

4장의 합이 11일 확률.

(6, 3, 1, 1) = 12.
(6, 2, 2, 1) = 12
(5, 4, 1, 1) = 12.
(5, 3, 2, 1) = 24
(5, 2, 2, 2). = 4
(4, 4, 2, 1) = 12
(4, 3, 3, 1) = 12
(4, 3, 2, 2). = 12
(3, 3, 3, 2) = 4

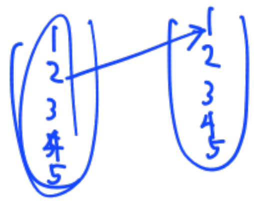
$\frac{13}{162}$

p+q= 175

30. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$와 함수 $f: X \to X$에 대하여 함수 f의 치역을 A, 합성함수 $f \circ f$의 치역을 B라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수를 구하시오. [4점]

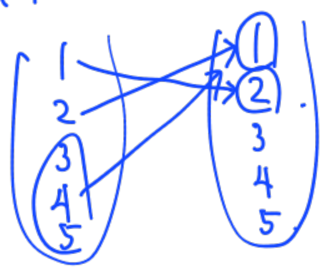
> (가) $n(A) \leq 3$
>
> (나) $n(A)=n(B)$
>
> (다) 집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $f(x) \neq x$이다.

n(A)=1 . {x} .



$_5C_2 \cdot 2^3 = 80$.

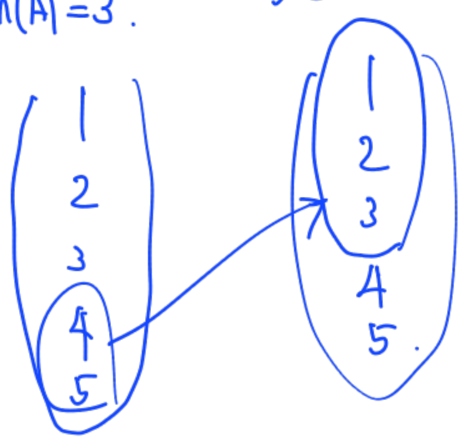
n(A)=2 .



n(A)=3 .

$_5C_3 \cdot 3^2 \cdot 2$

f(1)	f(2)	f(3)
2	3	1
3	1	2.



= 180.

260 .

> ※ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{4^x - 2^x}{x}$ 의 값은? [2점]

① $\ln 2$ ② 1 ③ $2\ln 2$ ④ 2 ⑤ $3\ln 2$

$2\ln 2 - \ln 2$.

24. $\int_0^{\pi} x \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

$\int_0^{\pi} x\sin x \, dx. = \underbrace{[-x\cos x]_0^{\pi}}_{\pi} + \underbrace{\int_0^{\pi} \cos x \, dx}_{0}.$

$u' = \sin x$ $v' = 1$

$u = -\cos x$ $v = x$

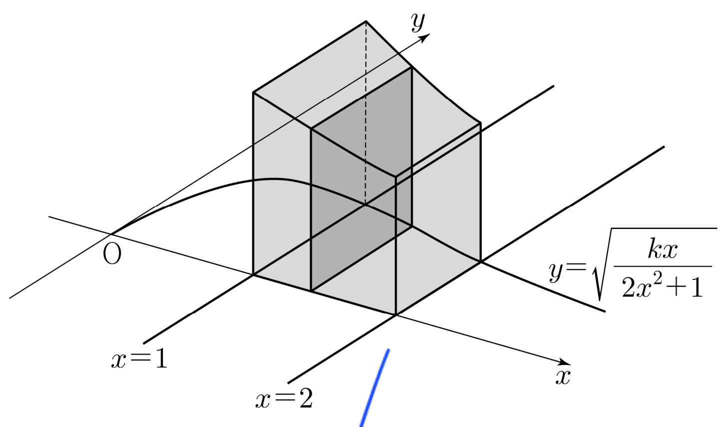
π.

25. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+2}{2}=6$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{na_n+1}{a_n+2n}$의 값은? [3점]

$a_n=10$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 그림과 같이 양수 k에 대하여 곡선 $y=\sqrt{\frac{kx}{2x^2+1}}$와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피가 $2\ln 3$일 때, k의 값은? [3점]



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$\int_1^2 \frac{kx}{2x^2+1}dx$ $2x^2+1=t$ $4xdx=dt$.

$=\int_3^9 \frac{1}{4}\cdot k\cdot \frac{1}{t}dt$.

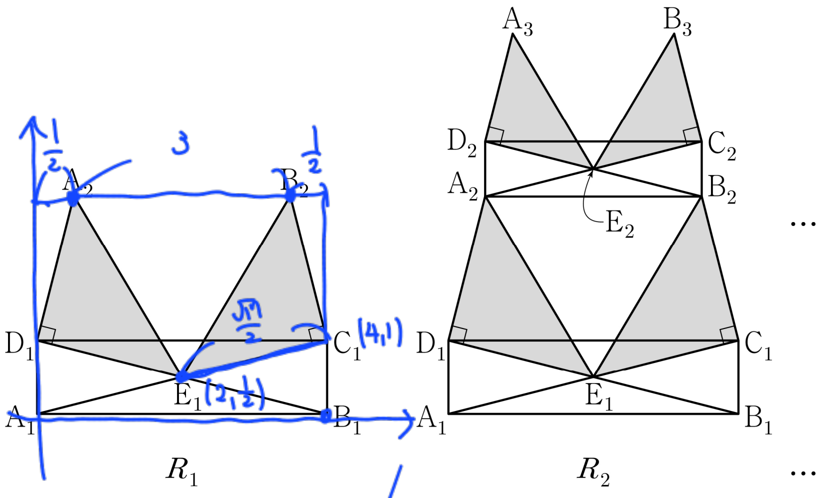
$k=8$

$=\frac{1}{4}k[\ln t]_3^9$ $=\frac{k}{4}\ln 3$

27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=4$, $\overline{A_1D_1}=1$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 두 대각선의 교점을 E_1이라 하자. $\overline{A_2D_1}=\overline{D_1E_1}$, $\angle A_2D_1E_1=\frac{\pi}{2}$이고 선분 D_1C_1과 선분 A_2E_1이 만나도록 점 A_2를 잡고, $\overline{B_2C_1}=\overline{C_1E_1}$, $\angle B_2C_1E_1=\frac{\pi}{2}$이고 선분 D_1C_1과 선분 B_2E_1이 만나도록 점 B_2를 잡는다. 두 삼각형 $A_2D_1E_1$, $B_2C_1E_1$을 그린 후 ⩔⩔ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=4:1$이고 선분 D_2C_2가 두 선분 A_2E_1, B_2E_1과 만나지 않도록 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다. 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 세 점 E_2, A_3, B_3을 잡고 두 삼각형 $A_3D_2E_2$, $B_3C_2E_2$를 그린 후 ⩔⩔ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



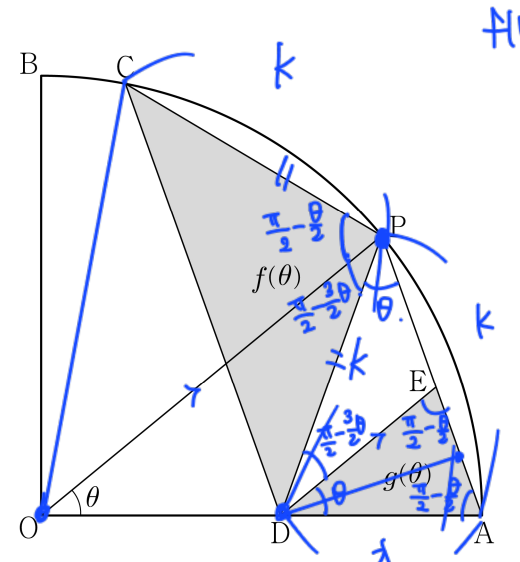
① $\frac{68}{5}$ ② $\frac{34}{3}$ ③ $\frac{68}{7}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{68}{9}$

$a=\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{17}{4}\times\cancel{2}$ $r=\frac{9}{16}$

$\frac{\frac{17}{4}}{1-\frac{9}{16}}=\frac{\frac{68}{\cancel{16}}}{\frac{7}{\cancel{16}}}=\frac{68}{7}$

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{PA}=\overline{PC}=\overline{PD}$가 되도록 호 PB 위에 점 C와 선분 OA 위에 점 D를 잡는다. 점 D를 지나고 선분 OP와 평행한 직선이 선분 PA와 만나는 점을 E라 하자. $\angle POA=\theta$일 때, 삼각형 CDP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 EDA의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to 0+}\frac{g(\theta)}{\theta^2\times f(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점]

$f(\theta)=\frac{1}{2}\cdot k^2\cdot\sin(\pi-2\theta)$
$=(1-\cos\theta)\cdot\sin 2\theta$.



$x^2=k^2+k^2-2k^2\cos\theta$.
$=2k^2(1-\cos\theta)$.
$=4(1-\cos\theta)^2$.
④.

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

$\overline{PA}^2=1^2+1^2-2\cdot1\cdot1\cos\theta$.
$\overline{PA}=\sqrt{2(1-\cos\theta)}=k$.

$\lim_{\theta\to0}\frac{\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{4}\cdot(1-\cos\theta)^{\cancel{2}}\cdot\cancel{\sin\theta}}{\theta^2\cdot\cancel{(1-\cos\theta)}\cdot\cancel{\sin 2\theta}\ \cancel{2}}=\frac{1}{2}$

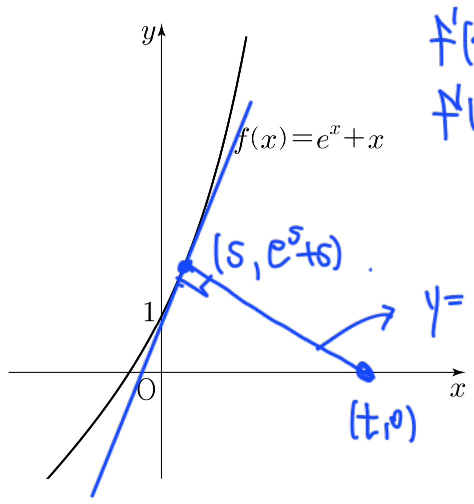
단답형

29. 함수 $f(x)=e^x+x$가 있다. 양수 t에 대하여 점 $(t,0)$과 점 $(x, f(x))$ 사이의 거리가 $x=s$에서 최소일 때, 실수 $f(s)$의 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$의 역함수를 $h(t)$라 할 때, $h'(1)$의 값을 구하시오. [4점]

$= \frac{1}{g'(h(1))}$

$f'(x)=e^x+1$

$f'(s)=e^s+1$.



$y=-\frac{1}{e^s+1}(x-t)$.

$e^s+s=-\frac{1}{e^s+1}(s-t)$.

$e^s+s+\frac{s}{e^s+1}=\frac{t}{e^s+1}$.

$e^s+s=g(t)$.

$t=(e^s+1)(e^s+s)+s$.

$(e^s+1)\frac{ds}{dt}=g'(t)$.

$=e^{2s}+(s+1)e^s+2s$.

$S=0 \Rightarrow t=2$

$1=2e^{2s}\frac{ds}{dt}+(s+2)e^s\frac{ds}{dt}+2\frac{ds}{dt}$.

$h'(1)=\frac{1}{g'(2)}=3$.

$S=0$ 대입

$\frac{ds}{dt}=\frac{1}{6}$.

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 구간 $(0, \infty)$에서 $g(x)\ge 0$인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x\le -3$인 모든 실수 x에 대하여
$f(x)\ge f(-3)$이다. -3에서 극소.

(나) $x>-3$인 모든 실수 x에 대하여
$g(x+3)\{f(x)-f(0)\}^2=f'(x)$이다. $f'(0)=0$.

≥ 0. ≥ 0. ≥ 0.

$f(x)$. -4 -3 $f(0)$

$\int_4^5 g(x)\,dx=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$f(x)-f(0)=x^3(x+4)$

$f'(x)=4x^2(x+3)$

$g(x+3)=\frac{f'(x)}{\{f(x)-f(0)\}^2}$ $(x\neq 0)$.

$f(x)-f(0)=t$

$f'(x)dx=dt$.

$\int_4^5 g(x)dx=\int_1^2 g(x+3)dx=\int_1^2\frac{f'(x)}{\{f(x)-f(0)\}^2}dx$.

$=\int_5^{48}\frac{1}{t^2}dt.=\left[-\frac{1}{t}\right]_5^{48}$

$=-\left(\frac{1}{48}-\frac{1}{5}\right)$

$=\frac{48-5}{240}=\frac{43}{240}$

$p+q=283$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 좌표공간의 두 점 A$(a, 1, -1)$, B$(-5, b, 3)$에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표가 $(8, 3, 1)$일 때, $a+b$의 값은? [2점]

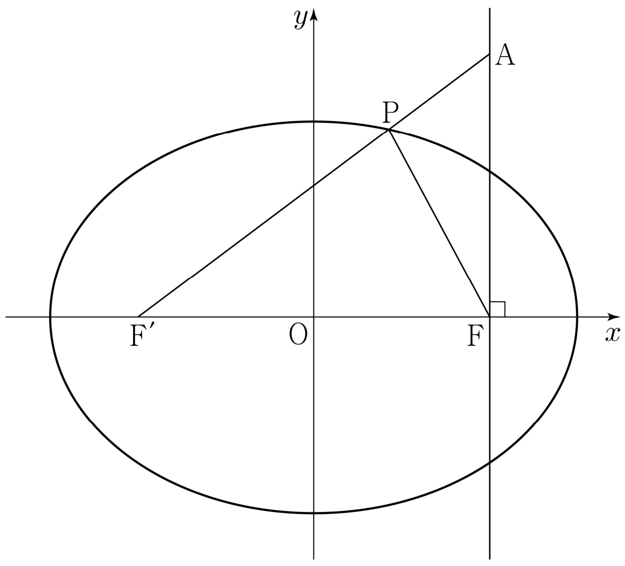
① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-y^2=1$ 위의 점 $(2a, \sqrt{3})$에서의 접선이 직선 $y=-\sqrt{3}x+1$과 수직일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{5}=1$의 두 초점을 F, F′이라 하자. 점 F를 지나고 x축에 수직인 직선 위의 점 A가 $\overline{\mathrm{AF'}}=5$, $\overline{\mathrm{AF}}=3$을 만족시킨다. 선분 AF′과 타원이 만나는 점을 P라 할 때, 삼각형 PF′F의 둘레의 길이는? (단, a는 $a>\sqrt{5}$인 상수이다.) [3점]

① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10



26. 좌표평면 위의 점 A(3, 0)에 대하여

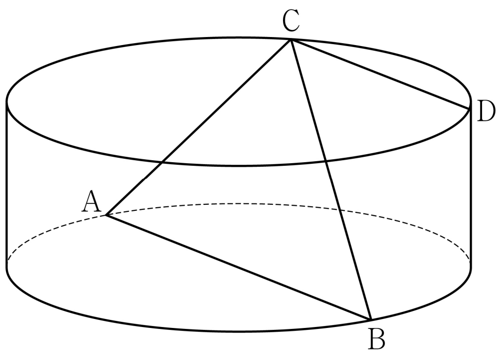
$$(\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})=5$$

를 만족시키는 점 P가 나타내는 도형과 직선 $y=\frac{1}{2}x+k$가 오직 한 점에서 만날 때, 양수 k의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ 1 ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

27. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4, 높이가 3인 원기둥이 있다. 선분 AB는 이 원기둥의 한 밑면의 지름이고 C, D는 다른 밑면의 둘레 위의 서로 다른 두 점이다. 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때, 선분 CD의 길이는? [3점]

> (가) 삼각형 ABC의 넓이는 16이다.
>
> (나) 두 직선 AB, CD는 서로 평행하다.



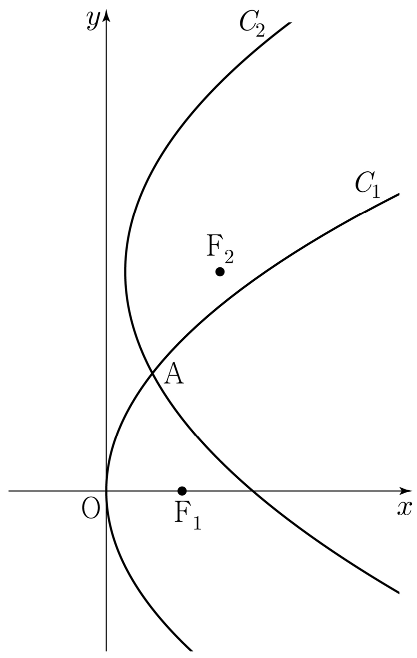
① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

28. 실수 $p\,(p \geq 1)$과 함수 $f(x)=(x+a)^2$에 대하여 두 포물선

$$C_1 : y^2=4x,\quad C_2 : (y-3)^2=4p\{x-f(p)\}$$

가 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 두 포물선 C_1, C_2의 초점을 각각 F_1, F_2라 할 때, $\overline{AF_1}=\overline{AF_2}$를 만족시키는 p가 오직 하나가 되도록 하는 상수 a의 값은? [4점]

① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{3}{8}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$



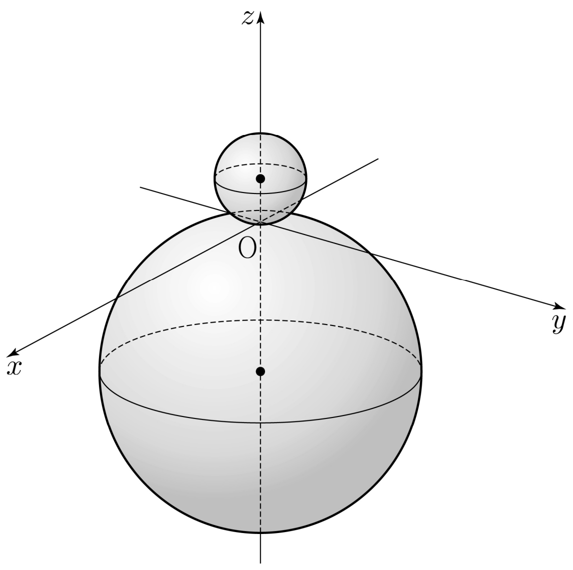
단답형

29. 좌표공간에 두 개의 구

$$S_1 : x^2+y^2+(z-2)^2=4,\quad S_2 : x^2+y^2+(z+7)^2=49$$

가 있다. 점 $\mathrm{A}(\sqrt{5},\,0,\,0)$을 지나고 zx평면에 수직이며, 구 S_1과 z좌표가 양수인 한 점에서 접하는 평면을 α라 하자. 구 S_2가 평면 α와 만나서 생기는 원을 C라 할 때, 원 C 위의 점 중 z좌표가 최소인 점을 B라 하고 구 S_2와 점 B에서 접하는 평면을 β라 하자.

원 C의 평면 β 위로의 정사영의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(-2,\,2)$, $\mathrm{B}(2,\,2)$가 있다.

$$(|\overrightarrow{\mathrm{AX}}|-2)(|\overrightarrow{\mathrm{BX}}|-2)=0,\quad |\overrightarrow{\mathrm{OX}}|\ge 2$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형 위를 움직이는 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\vec{u}=(1,\,0)$에 대하여 $(\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\vec{u})(\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\cdot\vec{u})\ge 0$이다.
>
> (나) $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|=2$

$\overrightarrow{\mathrm{OY}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$를 만족시키는 점 Y의 집합이 나타내는 도형의 길이가 $\frac{q}{p}\sqrt{3}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

> * 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.