

수리 영역 (나 형)

제 2 교시

성명

수험번호

3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’ 형 / ‘나’ 형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’ 이 포함되면 그 ‘0’ 도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $4^{\frac{3}{2}} \times 16^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$
- ② 2
- ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 4
- ⑤ $4\sqrt{2}$

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $2A + X = B$ 를 만족시키는 행렬 X 는? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

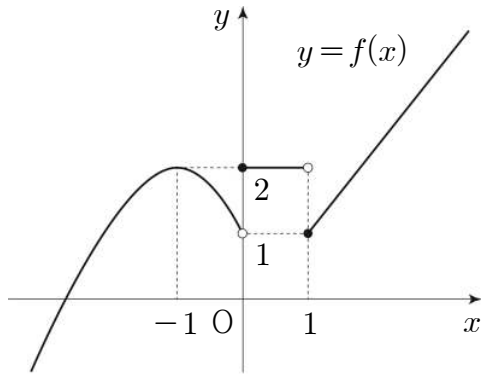
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3}{2^{2n} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

4. 행렬 $\begin{pmatrix} t-1 & 3 \\ 2 & t+2 \end{pmatrix}$ 가 역행렬을 갖지 않도록 하는 모든 실수 t 의 값의 곱은? [3점]

- ① -9
- ② -8
- ③ -7
- ④ -6
- ⑤ -5

9. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 일부가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow -1+0} f(-x) = f(1)$
 ㄷ. 함수 $f(x)f(x+1)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.

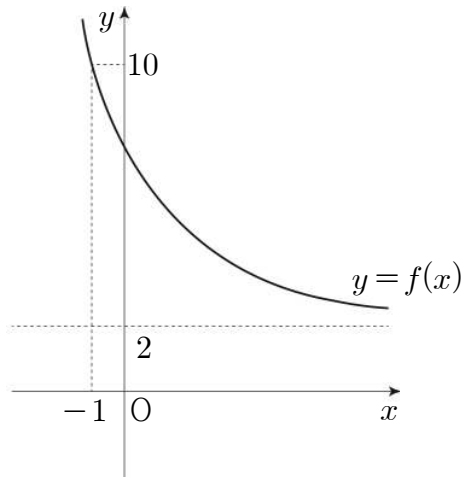
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 두 양수 a, b 에 대하여 세 수 $a+3, 3, b$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 $\frac{2}{b}, 1, \frac{2}{a+3}$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

이때, $b-a$ 의 값은? [3점]

- ① $-5-2\sqrt{5}$ ② $-3-2\sqrt{5}$ ③ $-1-2\sqrt{5}$
 ④ $1-2\sqrt{5}$ ⑤ $3-2\sqrt{5}$

11. 점근선의 방정식이 $y=2$ 인 지수함수 $y=2^{2x+a}+b$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동시킨 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 점 $(-1, 10)$ 을 지날 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

12. 해발고도 $H(\text{m})$ 인 곳에서의 기압을 $p(\text{hPa})$, 평균해수면으로부터 해발고도 $H(\text{m})$ 까지의 기층의 평균기온을 $t(^{\circ}\text{C})$ 라 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$H = 18400(1 + 0.04t) \log \frac{p_0}{p} \quad (\text{단, } p_0 \text{은 평균해수면의 기압이다.})$$

어느 지역에서 평균해수면의 기압이 1000hPa 이고, 평균해수면으로부터 해발고도 1840m 까지의 기층의 평균기온이 10°C 일 때, 해발고도 1840m 인 곳에서의 기압(hPa)은? [3점]

- ① $10^{\frac{29}{14}}$ ② $10^{\frac{16}{7}}$ ③ $10^{\frac{5}{2}}$
 ④ $10^{\frac{19}{7}}$ ⑤ $10^{\frac{41}{14}}$

13. 이차함수 $f(x)$ 와 다항함수 $g(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - 3g(x)\} = 2$ 를

만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8f(x) - 3g(x)}{3g(x)}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

14. 영행렬이 아닌 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. 행렬 A 의 역행렬이 존재하면 $(ABA^{-1})^2 = AB^2A^{-1}$ 이다.

ㄴ. 행렬 A 의 역행렬이 존재하면 행렬 A^2 의 역행렬도 존재한다.

ㄷ. 행렬 AB 의 역행렬이 존재하지 않으면 행렬 A 의 역행렬도 존재하지 않는다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$\sum_{k=1}^n \frac{6S_k}{a_k+3} = S_n \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식에 $n=1$ 을 대입하면

$S_1 > 0$ 이므로 $a_1 = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{6S_k}{a_k+3} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{6S_k}{a_k+3} = \frac{6S_n}{a_n+3} \quad (n \geq 2) \text{이고}$$

$$a_1 = \frac{6S_1}{a_1+3} \text{이므로}$$

$$\boxed{\text{(나)}} \cdot S_n = a_n^2 + \boxed{\text{(가)}} \cdot a_n \quad (n \geq 1) \text{이다.}$$

한편, $6(S_{n+1} - S_n) = a_{n+1}^2 + 3a_{n+1} - (a_n^2 + 3a_n)$ 이므로

$$6a_{n+1} = a_{n+1}^2 - a_n^2 + 3a_{n+1} - 3a_n$$

\vdots

따라서 $a_n = \boxed{\text{(다)}}$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (다)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p+q+f(10)$ 의 값은? [4점]

① 36

② 39

③ 42

④ 45

⑤ 48

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 2, 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열이다.

모든 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 의 좌표를 (n, a_n) ,

점 Q_n 의 좌표를 $(n, 0)$ 이라 하자.

삼각형 $P_n Q_n Q_{n+1}$ 의 넓이를 A_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{20} A_n$ 의 값은? [4점]

① $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{19}$

② $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

③ $2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{21}$

④ $2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

⑤ $2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{19}$

17. 첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 부등식

$$|x - a_n| \geq |x - a_{n+1}| \quad (n \geq 1)$$

을 만족시키는 x 의 최솟값을 b_n 이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

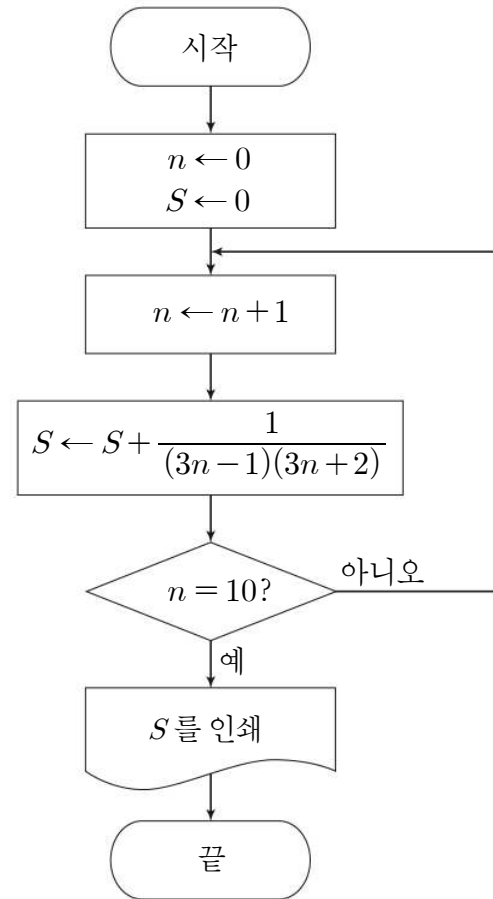
ㄱ. $b_1 = \frac{a_1 + a_2}{2}$

ㄴ. 수열 $\{b_n\}$ 은 공차가 $\frac{3}{2}$ 인 등차수열이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{10} b_n = 160$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 다음 순서도에서 인쇄되는 S 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{32}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{15}{32}$
④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{25}{32}$

19. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^n - 2}{\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^n + 2}$ 에 대하여

$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \lim_{x \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} - 0} f(x)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$




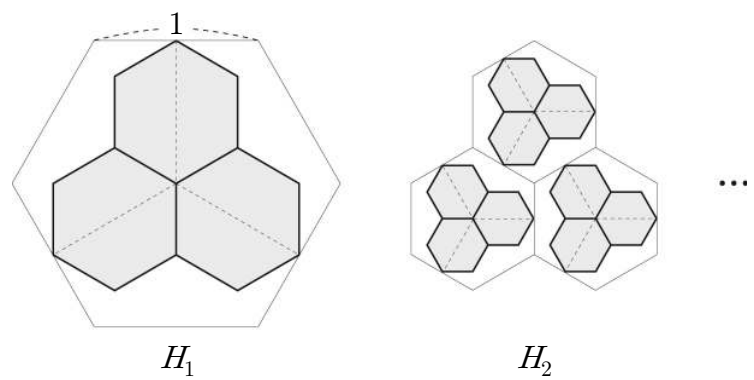
20. 한 변의 길이가 1인 정육각형에서 서로 이웃하지 않는 세 변의 중점과 이 정육각형에 외접하는 원의 중심을 각각 연결하여 세 선분을 얻는다. 이 세 선분을 각각 가장 긴 대각선으로 하는 3개의 정육각형을 그려서 얻은  모양의 그림을 H_1 이라 하고, 그림 H_1 의 넓이를 S_1 이라 하자.

그림 H_1 에서 새로 그려진 세 정육각형 내부에 각각 그림 H_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 그려서 얻은 3개의  모양의 그림을 H_2 라 하고, 그림 H_2 의 넓이를 S_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 그려서 얻은 3^{n-1} 개의  모양의 그림을 H_n 이라 하고, 그림 H_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점]



- ① $\frac{27}{11}\sqrt{3}$ ② $\frac{9}{4}\sqrt{3}$ ③ $\frac{27}{13}\sqrt{3}$
 ④ $\frac{27}{14}\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{9}{5}\sqrt{3}$

21. 초콜릿이 5개 들어 있는 상자 A 의 개수를 x , 초콜릿이 10개 들어 있는 상자 B 의 개수를 y 라 하자. A, B 두 종류의 모든 상자 개수의 합이 15이고, 모든 초콜릿 개수의 합이 125일 때, 등식 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 25 \end{pmatrix}$ 가 성립한다. 이때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① -6
- ② -5
- ③ -4
- ④ -3
- ⑤ -2

단답형

22. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+4x-5}{x-1} & (x \neq 1) \\ a & (x = 1) \end{cases}$ 이 $x=1$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$$

을 만족시킬 때, $100a_{10}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 실수 x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} 3^x = 9^y \\ (\log_2 8x)(\log_2 4y) = -1 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\frac{1}{\alpha\beta}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 로그부등식 $\log_2 x + \log_2(x-4) \leq 5$ 를 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

27. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$S_n = \frac{n^2 + 3n}{2} \text{ 일 때, } \sum_{n=1}^7 2^{a_n} \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

28. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = \sin \frac{n\pi}{4}$ 일 때, $\sum_{n=1}^{32} na_n^2$ 의 값을 구하시오.

[4점]

29. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 x 의 값은 $10^{\frac{n}{m}}$ 이다.

- (가) $f(x) = g(x^2) + g(x^3)$
 (나) $g(x^2) > g(x^3) > g(x^4)$

이때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.)
 [4점]

30. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $a_1 = 1$
 (나) $\{a_n\}$ 의 계차수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $b_n = 2n - 1$ 이다.

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.