

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1.  $3^{2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{9}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③ 1    ④ 3    ⑤ 9

2. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 = \frac{1}{2}$ ,  $a_3 = 1$ 일 때,  $a_5$ 의 값은?

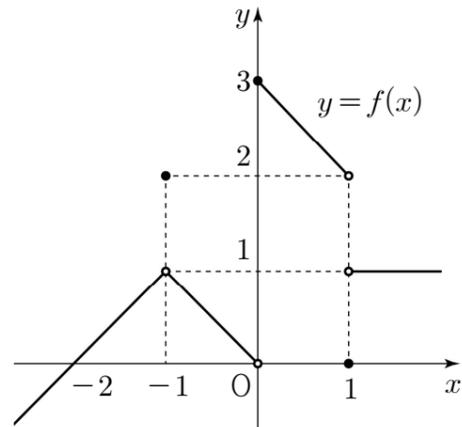
$r=2$  [2점]

- ① 2    ② 4    ③ 6    ④ 8    ⑤ 10

3. 함수  $f(x) = x^3 + 2x + 7$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5    ② 6    ③ 7    ④ 8    ⑤ 9

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (x < 2) \\ x^2 - ax + 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

$1 = 7 - 2a$

6.  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\sin\theta = \frac{4}{5}$ 일 때,

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \cos(\pi + \theta)$ 의 값은? [3점]

$\cos\theta = \frac{3}{5}$

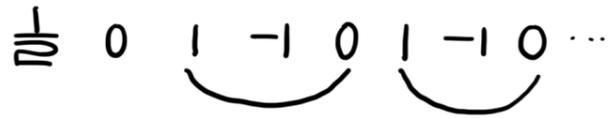
- ①  $\frac{9}{10}$       ② 1      ③  $\frac{11}{10}$       ④  $\frac{6}{5}$       ⑤  $\frac{13}{10}$

7. 첫째항이  $\frac{1}{2}$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n < 0) \\ -2a_n + 1 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

일 때,  $a_{10} + a_{20}$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2



8. 다항함수  $f(x)$  가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$$

을 만족시킬 때,  $f(3)$  의 값은? [3점]

- ① 11    ② 12    ③ 13     ④ 14    ⑤ 15

9. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수  $f(x)$  가

$$\int_0^1 f'(x) dx = \int_0^2 f'(x) dx = 0$$

을 만족시킬 때,  $f'(1)$  의 값은? [4점]

- ① -4    ② -3    ③ -2     ④ -1    ⑤ 0

$S(x) = f(x) - (x-1)(x-2) + S(0)$   
 $\therefore S'(x) = f'(x) - (2x-3) + 0 \sim S'(1) = -1$

# 2023. 07. 10 번

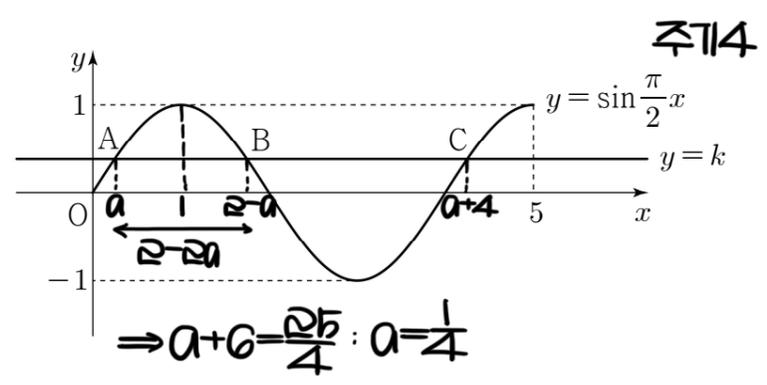
10. 곡선  $y = \sin \frac{\pi}{2} x$  ( $0 \leq x \leq 5$ ) 가 직선  $y = k$  ( $0 < k < 1$ ) 과

만나는 서로 다른 세 점을  $y$  축에서 가까운 순서대로

A, B, C 라 하자. 세 점 A, B, C 의  $x$  좌표의 합이  $\frac{25}{4}$  일 때,

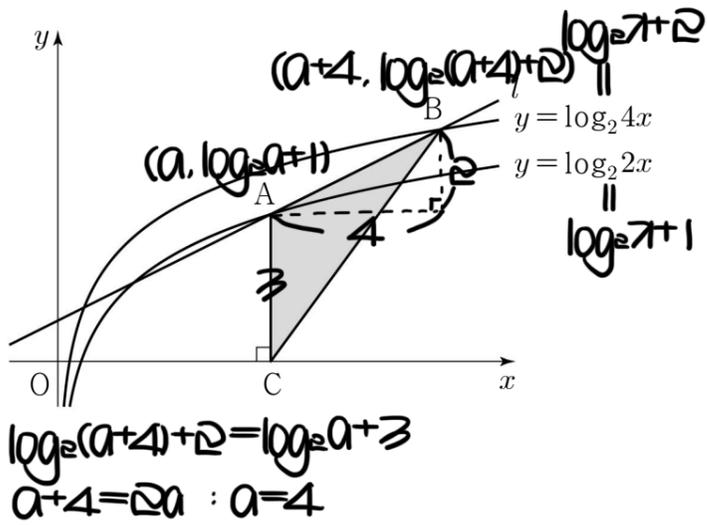
선분 AB 의 길이는? [4점]

- ①  $\frac{5}{4}$     ②  $\frac{11}{8}$      ③  $\frac{3}{2}$     ④  $\frac{13}{8}$     ⑤  $\frac{7}{4}$



11. 기울기가  $\frac{1}{2}$  인 직선  $l$ 이 곡선  $y = \log_2 2x$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 만나는 두 점 중  $x$ 좌표가 큰 점을 A라 하고, 직선  $l$ 이 곡선  $y = \log_2 4x$ 와 만나는 두 점 중  $x$ 좌표가 큰 점을 B라 하자.  $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$  일 때, 점 A에서  $x$ 축에 내린 수선의 발 C에 대하여 삼각형 ACB의 넓이는? [4점]

- ① 5      ②  $\frac{21}{4}$       ③  $\frac{11}{2}$       ④  $\frac{23}{4}$        ⑤ 6



12. 첫째항이 2인 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} = S_n$$

이 성립할 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하는 과정이다.

$n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{3S_k}{k+2} = \frac{3S_n}{n+2}$$

이므로  $3S_n = (n+2) \times a_n \quad (n \geq 2)$   
이다.  
 $S_1 = a_1$ 에서  $3S_1 = 3a_1$ 이므로  
 $3S_n = (n+2) \times a_n \quad (n \geq 1)$   
이다.  $3S_{n-1} = (n+1) \times a_{n-1}$   
 $3a_n = 3(S_n - S_{n-1})$   
 $= (n+2) \times a_n - \frac{(n+1)}{n+1} \times a_{n-1} \quad (n \geq 2)$   
 $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{(n+1)}{n+1} \quad (n \geq 2)$  :  $(n-1) \times a_n = (n+1) \times a_{n-1}$   
따라서  
$$a_{10} = a_1 \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \frac{a_4}{a_3} \times \dots \times \frac{a_9}{a_8} \times \frac{a_{10}}{a_9}$$

$$= \frac{(2)}{1} \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{10}{9} \times \frac{11}{10}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를  $p$ 라 할 때,  $\frac{f(p)}{g(p)}$ 의 값은? [4점]

$= p-1 \Rightarrow 109$

- ① 109      ② 112      ③ 115      ④ 118      ⑤ 121

13. <최고차항의 계수가 1 이고  $f(0)=\frac{1}{2}$  인 삼차함수  $f(x)$ >에 대하여 함수  $g(x)$  를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -2) \\ f(x)+8 & (x \geq -2) \end{cases}$$

라 하자. 방정식  $g(x)=f(-2)$  의 실근이 2 뿐일 때, 함수  $f(x)$  의 극댓값은? [4점] :  $S(2)=S(-2)-8$

- ① 3    ②  $\frac{7}{2}$     ③  $\frac{9}{2}$     ④ 5

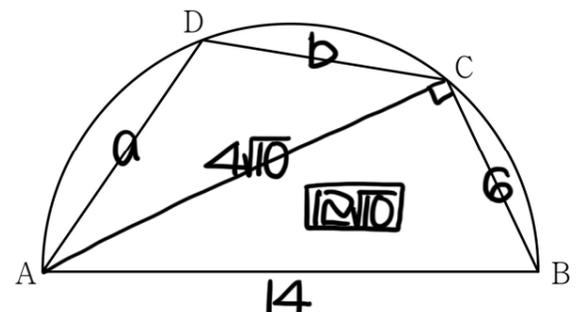
Handwritten solution for Q13:  
 $S(x) = x^3 + ax^2 + bx + \frac{1}{2}$   
 $S(-2) = -4a - 2b + \frac{1}{2}$   
 $S(2) = 4a + 2b + \frac{1}{2}$   
 $\rightarrow S(2) - S(-2) = -4b - 16 : b = -6$   
 $\therefore S(x) = x^3 + ax^2 - 6x + \frac{1}{2}$   
 $\therefore S'(x) = 3x^2 + 2ax - 6$   
 $\sim S'(-2) = 4a + 6 = 0 : a = -\frac{3}{2}$   
 $\therefore S(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + \frac{1}{2}$   
 $\therefore M = S(-1) = a + \frac{1}{2} = 4$

#2023.07.14번

14. 길이가 14인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 C를  $\overline{BC}=6$ 이 되도록 잡는다. 점 D가 호 AC 위의 점일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 D는 점 A와 점 C가 아닌 점이다.) [4점]

- <보기>  
 ㉠  $\sin(\angle CBA) = \frac{2\sqrt{10}}{7}$   
 ㉡  $\overline{CD}=7$  일 때,  $\overline{AD} = -3 + 2\sqrt{30}$   
 ㉢ 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은  $20\sqrt{10}$  이다.

- ① ㉠    ② ㉠, ㉡    ③ ㉠, ㉢  
 ④ ㉡, ㉢    ⑤ ㉠, ㉡, ㉢



Handwritten solution for Q14:  
 ㉠.  $\frac{4\sqrt{10}}{\sin(\angle CBA)} = 14$   
 ㉡.  $\cos(\angle ADC) = -\frac{3}{7}$   
 $160 = x^2 + 49 - 14x(-\frac{3}{7})$   
 $x^2 + 6x - 111 = 0$   
 $\therefore x = -3 + \sqrt{120}$   
 ㉢.  $160 = a^2 + b^2 - 2abx(-\frac{3}{7})$      $a+b \geq \sqrt{ab}$   
 $\sim a=b$   
 $a^2 + b^2 + \frac{6}{7}ab \sim \frac{20}{7}a^2 : a^2 = 70$   
 $S = \frac{1}{2}abx \frac{2\sqrt{10}}{7} = abx \frac{\sqrt{10}}{7} = 12\sqrt{10}$

15. <최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ >에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x+2) & (x < 0) \\ \int_0^x tf(t)dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 실수  $a$ 에 대하여 함수  $h(x)$ 를

$$h(x) = |g(x) - g(a)|$$

라 할 때, 함수  $h(x)$ 가  $x=k$ 에서 미분가능하지 않은 실수  $k$ 의 개수가 1이 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 곱은? [4점]

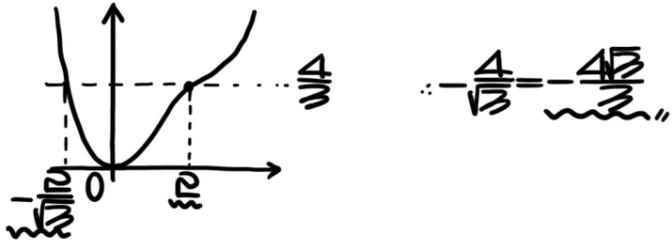
- ①  $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$       ②  $-\frac{7\sqrt{3}}{6}$       ③  $-\sqrt{3}$
- ④  $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$       ⑤  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$S(2) = 0, S(2) = 0$

$\therefore S(x) = (x+2)^2$

$g(a) = \begin{cases} a^2 \\ \frac{1}{2}a^2 - \frac{4}{3}a^2 + 2a^2 = \frac{1}{6}a^2(3a^2 - 4a + 24) \end{cases}$

$\rightarrow g(a) = a^2$



$\therefore -\frac{4}{13} = -\frac{4\sqrt{3}}{3}$

단답형

16.  $\log_3 7 \times \log_7 9$ 의 값을 구하시오. [3점] ㉓

17. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 6x^2 - 2x - 1$ 이고  $f(1) = 3$ 일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$2x^3 - x^2 + 3$

$\rightarrow 16 - 4 - 2 + 3 = 13$

18. 시각  $t=0$  일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 + 6t - a$$

이다. 시각  $t=3$ 에서의 점 P의 위치가 6일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$g(t) = t^3 + 3t^2 - at : 54 - 3a = 6$$

48  $\therefore a = 16$

19.  $n \geq 2$ 인 자연수  $n$ 에 대하여  $2n^2 - 9n$ 의  $n$  제곱근 중에서 실수인 것의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때,  $f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$ 의 값을 구하시오. [3점] ④

$2n(n - \frac{9}{2})$   
1   0   1   2

20. <최고차항의 계수가 3인 이차함수  $f(x)$ >에 대하여 함수

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $g(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.
- (나) 방정식  $g'(x) = 0$ 의 모든 실근은 0, 3이다.

$\int_0^3 |f(x)| dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$g'(x) = 2x \int_0^x f(t) dt$$

$g'(x) = 3(x-3)^2$   
 $\therefore 3(x-3)^2 = 0$   
 $\int_1^3 |3(x-3)| dx = \frac{1}{2} \cdot 2^3 = 4$   
 $\int_0^1 |3(x-3)| dx = 4$  ) ③

21. 수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\sum_{k=1}^{2n} a_k = 17n$   
 (나)  $|a_{n+1} - a_n| = 2n - 1$

$a_2 = 9$  일 때,  $\sum_{n=1}^{10} a_{2n}$  의 값을 구하시오. [4점]

$a_1 + a_2 = 17$   
 8 9  
 $a_3 + a_4 = 17 : |a_4 - a_3| = 5$   
 6 11  $|a_5 - a_4| = 7$   
 $a_5 + a_6 = 17 : |a_6 - a_5| = 9$   
 4 13  
 $\therefore \sum_{n=1}^{10} a_{2n} = 5 \times (9 + 27) = 180$   
 $a_{2n} = 2n + 7$

#2023.07.22반

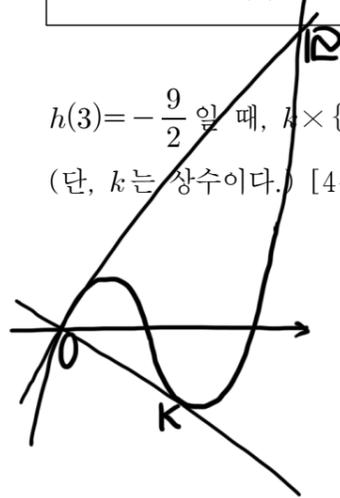
22. 삼차함수  $f(x)$  에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의 :  $S(0) = 0$   
 점  $(0, 0)$  에서의 접선의 방정식을  $y = g(x)$  라 할 때, 함수  $h(x)$  를  
 $g(0) = 0$

$h(x) = |f(x)| + g(x) : h(0) = 0$

라 하자. 함수  $h(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선  $y = h(x)$  위의 점  $(k, 0)$  ( $k \neq 0$ ) 에서의 접선의 방정식은  $y = 0$  이다.  
 (나) 방정식  $h(x) = 0$  의 실근 중에서 가장 큰 값은 12 이다.

$h(3) = -\frac{9}{2}$  일 때,  $k \times \{h(6) - h(11)\}$  의 값을 구하시오.  
 (단,  $k$  는 상수이다.) [4점]



$g(x) = ax$   
 $S(x) - g(x) = p(x^3 - 12x^2 + 18x)$   
 $\therefore S(x) = p(x^3 - 12x^2 + 18x) + ax$   
 $S(x) + g(x) = p(x^3 - 12x^2 + 18x) + 2ax$   
 $= p(x^3 - 12px^2 + 2ax)$   
 $= x(p(x^2 - 12px + 2a))$   
 $D/4 = 36p^2 - 2ap = 0$   
 $2p(18p - a) = 0. a = 18p$   
 $\therefore S(x) = p(x^3 - 12x^2 + 18x)$   
 $g(x) = 18px \quad \sim S(x) = -2xp$   
 $\sim h(x) = |2xp| + 18px = -\frac{9}{2}$   
 $\begin{cases} S(x) = -\frac{1}{6}x(x^2 - 12x + 18) & 2xp = -\frac{9}{2} \\ g(x) = -3x & 3p = -\frac{1}{2} \cdot p = -\frac{1}{6} \end{cases}$   
 $-\frac{1}{6}k(k^2 - 12k + 18) = 3k : k = 6$   
 $h(6) = 18 + (-18) = 0$   
 $h(11) = \frac{37}{6} + (-33) = -\frac{19}{6} \quad \therefore 12$

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다항식  $(4x+1)^6$ 의 전개식에서  $x$ 의 계수는? [2점]

- ① 20
- ② 24
- ③ 28
- ④ 32
- ⑤ 36

15  
✓

24. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, \frac{1}{3})$ 을 따르고

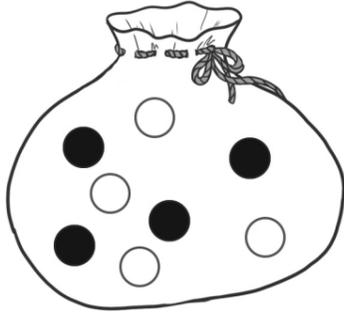
$E(3X-1)=17$ 일 때,  $V(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 2
- ②  $\frac{8}{3}$
- ③  $\frac{10}{3}$
- ④ 4
- ⑤  $\frac{14}{3}$

$\frac{1}{3} \cdot n = 6 \cdot n = 18$

25. 흰 공 4개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.  
 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때,  
 꺼낸 공 중 검은 공이 2개 이상일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{7}{10}$     ②  $\frac{51}{70}$      ③  $\frac{53}{70}$     ④  $\frac{11}{14}$     ⑤  $\frac{57}{70}$



$8C_4 = 70$   
 $W_2B_2 : 36$   
 $W_1B_3 : 16$   
 $B_4 : 1$

)  $\frac{53}{70}$

26. 세 문자  $a, b, c$  중에서 모든 문자가 한 개 이상씩  
 포함되도록 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하는  
 경우의 수는? [3점]

- ① 135    ② 140    ③ 145     ④ 150    ⑤ 155

$(3, 1, 1) : 3 \times 5 \times 4 = 60$   
 $(2, 2, 1) : 3 \times 5 \times 6 = 90$

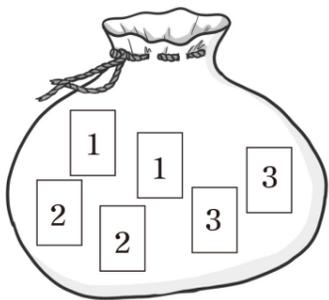
)  $\frac{150}{70}$

27. 주머니 A에는 숫자 1, 1/2, 2/3, 3이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 3, 3/4, 4/5, 5가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B와 3개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

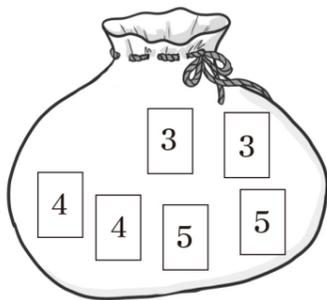
3개의 동전을 동시에 던져  
 앞면이 나오는 동전의 개수가 3이면  
 주머니 A에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼내고,  
 앞면이 나오는 동전의 개수가 2 이하이면  
 주머니 B에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 주머니에서 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 소수일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{5}{24}$     ②  $\frac{7}{30}$     ③  $\frac{31}{120}$     ④  $\frac{17}{60}$     ⑤  $\frac{37}{120}$



A



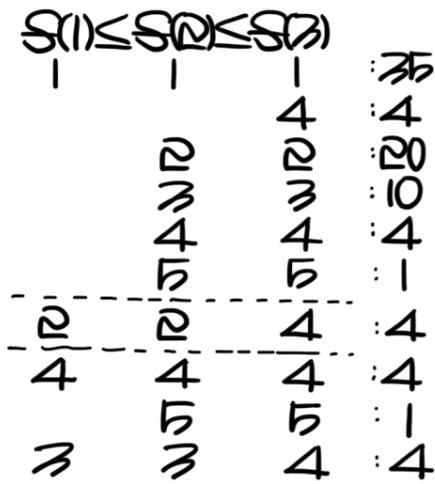
B

·[A]: (1, 1), (1, 2), (2, 3)  
 $\sim \frac{1}{8} \times \frac{1+4+4}{15} = \frac{9}{120}$   
 ·[B]: (3, 4)  
 $\sim \frac{7}{8} \times \frac{4}{15} = \frac{28}{120}$

28. 두 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수  $f$ 의 개수는? [4점]

(가)  $\sqrt{f(1) \times f(2) \times f(3)}$ 의 값은 자연수이다.  
 (나) 집합  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 < x_2$ 이면  $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

- ① 84    ② 87    ③ 90    ④ 93    ⑤ 96



단답형

29. 두 연속확률변수  $X$ 와  $Y$ 가 갖는 값의 범위는 각각  $0 \leq X \leq a$ ,  $0 \leq Y \leq a$ 이고,  $X$ 와  $Y$ 의 확률밀도함수를 각각  $f(x)$ ,  $g(x)$ 라 하자.  $0 \leq x \leq a$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 는

$$f(x) = \frac{b}{a} \quad g(x) = P(0 \leq X \leq x) = \frac{x}{a}$$

이다.  $P(0 \leq Y \leq c) = \frac{1}{2}$  일 때,  $(a+b) \times c^2$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a, b, c$ 는 상수이다.) [4점]

$$\int_0^a g(x) dx = 1$$

$$\int_0^a \frac{x}{a} dx = 1 \Rightarrow \left[ \frac{1}{2a} x^2 \right]_0^a = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} a = 1 \Rightarrow a = 2, b = \frac{1}{2}$$

$$P(0 \leq Y \leq c) = \int_0^c g(x) dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_0^c \frac{x}{2} dx = \frac{1}{2} \Rightarrow \left[ \frac{1}{4} x^2 \right]_0^c = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} c^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow c^2 = 2 \Rightarrow c = \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

30. 각 면에 숫자 1, 1/2, 2, 2, 2가 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 6번 던질 때,  $n$  ( $1 \leq n \leq 6$ ) 번째에 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 수를  $a_n$ 이라 하자.  $\langle a_1 + a_2 + a_3 \rangle > \langle a_4 + a_5 + a_6 \rangle$  일 때,  $a_1 = a_4 = 1$  일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$(a_1 + a_2 + a_3) > (a_4 + a_5 + a_6)$

• 4	3	3	1
• 5	3	4	1
• 5	4	5	1
• 6	4	6	1
• 6	5		

→ 12

$(a_2 + a_3) > (a_5 + a_6)$

• 3	2	2
• 4	2	2
• 4	2	2
• 4		
• 5		
• 6		

→ 12

$\therefore \frac{12}{12} = \frac{1}{1} \Rightarrow 12$

\* 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.  
 ○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.